

**Fahrstabilität und Bogenfahrt von Schienenfahrzeugen  
mit drei gesteuerten Radsätzen**

Fakultät Verkehrswissenschaften „Friedrich List“  
der Technischen Universität Dresden

zur Erlangung des akademischen Grades Doktoringenieur (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

von Diplomingenieur  
Wolfgang Auer

geboren am 09. Mai 1953 in Bad Reichenhall

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. W. Fischer  
Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. S. Liebig  
Dr.-Ing. J. M. Lipsius

Tag der Einreichung: 30. Juni 2003

Tag der Verteidigung: 28. Juni 2004



## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit wurde von Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Werner Fischer betreut. Über die Jahre hinweg, in denen sie entstanden ist, war er ein kritischer Begleiter und Förderer. Sein Hinterfragen der Ergebnisse und ihrer Plausibilität haben in mir das Verständnis für die Zusammenhänge gestärkt. Die Diskussionen mit ihm waren entscheidend für den Fortschritt der Arbeit. Dafür möchte ich ihm besonders danken.

Herr Prof. Dr.-Ing. habil. Siegbert Liebig hat sich bereit erklärt, die Aufgabe des zweiten Gutachters zu übernehmen. Dafür und für seine wertvollen Anregungen für den Aufbau und die Gestaltung der Arbeit möchte ich ihm danken.

Nicht zuletzt möchte ich auch Herrn Dr.-Ing. J. Martin Lipsius danken, der die Rolle des dritten Gutachters übernommen hat. Er hat mich seinerzeit in die Grundlagen der Fahrzeugdynamik eingeführt und in mir die Freude an diesem Fachgebiet geweckt. Seine Anregungen für Ergänzungen und Präzisierungen waren sehr hilfreich.

Kassel, im Juni 2003

Wolfgang Auer



## Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen, Schreibweisen	III
1. Einleitung	1
2. Gegenwärtiger Stand der Erkenntnisse	3
3. Aufgabenstellung	5
4. Rechenmodell	7
4.1. Fahrzeugmodell	7
4.2. Koordinatensysteme	12
4.2.1. Übersicht	12
4.2.2. Bezugssystem B	12
4.2.3. Zwischensystem Z und Radsatzsystem R	13
4.2.4. Kontaktflächensysteme l und r der Räder	13
4.3. Zwangsbedingungen, Parameter der Rad-Schiene-Geometrie	15
4.4. Schlupf angetriebener Radsätze	17
4.5. Kontaktkräfte zwischen Rad und Schiene	19
4.5.1. Lineares Kontaktkraftgesetz	19
4.5.2. Kraftschlussättigung	19
4.6. Bewegungsgleichungen	20
4.6.1. Grundlagen	20
4.6.2. Fahrzeugkasten, Annahmen und Vereinfachungen	21
4.6.3. Radsatz, Annahmen und Vereinfachungen	23
4.6.4. Stabilität im geraden Gleis	23
4.6.5. Quasistatische Bogenfahrt	25
5. Stabilität	27
5.1. Optimale Parameter für Stabilität	27
5.1.1. Verfahren	27
5.1.2. Beispiele	31
5.2. Sensitivität der Parameter	49
5.2.1. Verfahren	49
5.2.2. Beispiele	49
5.3. Antrieb	59
5.4. Abgeminderte Kalkerkoefizienten	66
5.5. Eigenformen	72
5.6. Schlussfolgerungen	83
6. Bogenfahrt	84

## II

6.1. Rad-Schiene-Profil	84
6.1.1. Verfahren	84
6.1.2. Beispiel	84
6.2. Querbesehleunigung und Bogenradius	89
6.2.1. Grundlagen	89
6.2.2. Fahrt durch den engen Bogen	96
6.2.2.1. Variante 1b	96
6.2.2.2. Variante 2b	100
6.2.2.3. Variante 3b	103
6.2.3. Fahrt durch Bögen mit größeren Radien	106
6.2.3.1. Variante 1b	106
6.2.3.2. Variante 2b	109
6.2.3.3. Variante 3b	111
6.2.4. Zusammenfassung	113
6.3. Antrieb	139
6.4. Abgeminderte Kalkerkoeffizienten	162
6.5. Grenzzreibwert	180
6.6. Schlussfolgerungen	199
7. Zusammenfassung, Ausblick	201
Anhang A.1: Massen-, Dämpfungs-, und Steifigkeitsmatrix	205
Anhang A.2: Gleichungen für quasistatische Bogenfahrt	214
Anhang A.3: Sensitivität der Parameter	219
Anhang A.4: Eigenvektoren	234
Literaturverzeichnis	242

## Formelzeichen, Schreibweisen

### Formelzeichen

$a$	Radsatzabstand
$a_i$	Koeffizienten der Polynome der Kontaktgeometrie
$\mathbf{a}$	Beschleunigungsvektor
$a_q$	nichtausgeglichene Querbeschleunigung
$\mathbf{A}$	Systemmatrix
$b_0$	Halber Querabstand der Radaufstandspunkte
$\Delta b$	Querlage des Berührungpunktes
$c_{y1}$	Quersteifigkeit Endradsatz - Fahrzeugkasten
$c_{y2}$	Quersteifigkeit Mittelradsatz - Fahrzeugkasten
$c_{\psi 1}$	Wendesteifigkeit Endradsatz - Fahrzeugkasten
$c_{\psi 2}$	Wendesteifigkeit Mittelradsatz - Fahrzeugkasten
$c_{\varphi 1}$	Rollsteifigkeit Endradsatz - Fahrzeugkasten
$c_{\varphi 2}$	Rollsteifigkeit Mittelradsatz - Fahrzeugkasten
$c_{y12}$	Schersteifigkeit Endradsatz - Mittelradsatz
$c_{y13}$	Schersteifigkeit Endradsatz - Endradsatz
$c_{\psi 12}$	Biegesteifigkeit Endradsatz - Mittelradsatz
$c_{\psi 13}$	Biegesteifigkeit Endradsatz - Endradsatz
$C_{ij}$	Element der Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{C}$	Steifigkeitsmatrix
$d_{y1}$	Querdämpfung Endradsatz - Fahrzeugkasten
$d_{y2}$	Querdämpfung Mittelradsatz - Fahrzeugkasten
$d_{\psi 1}$	Wendedämpfung Endradsatz - Fahrzeugkasten
$d_{\psi 2}$	Wendedämpfung Mittelradsatz - Fahrzeugkasten
$d_{\varphi 1}$	Rolldämpfung Endradsatz - Fahrzeugkasten
$d_{\varphi 2}$	Rolldämpfung Mittelradsatz - Fahrzeugkasten
$d_{y12}$	Scherdämpfung Endradsatz - Mittelradsatz
$d_{y13}$	Scherdämpfung Endradsatz - Endradsatz
$d_{\psi 12}$	Biegedämpfung Endradsatz - Mittelradsatz
$d_{\psi 13}$	Biegedämpfung Endradsatz - Endradsatz
$D_{ij}$	Element der Dämpfungsmatrix
$D$	Dämpfungsmaß
$\Delta D$	Änderung des Dämpfungsmaßes
$\mathbf{D}$	Dämpfungsmatrix
$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix
$f$	allgemeine Funktion, allgemeiner Faktor
$f$	Eigenfrequenz
$f_{aK}$	Abminderungsfaktor der Kalkerkoeffizienten
$f_{mn}$	Kraftschlusskoeffizient
$\mathbf{f}$	Kraftvektor
$\mathbf{f}$	Vektor von Funktionen
$f_n$	Normalkraft
$f_t$	Tangentialkraft
$f_{tx}$	Längsreibungskraft
$f_{ty}$	Querreibungskraft
$F$	Kraft
$g$	Erdbeschleunigung
$h_p$	Höhe Schwerpunkt Radsatz - Querfeder

# IV

$h_{P0}$	Höhe Schwerpunkt Fahrzeugkasten - Querfeder
$Im$	Imaginärteil des Eigenwertes
<b>J</b>	Trägheitstensor
$J$	Trägheitsmoment
$J_{xK}$	Trägheitsmoment Fahrzeugkasten um x-Achse
$J_{zK}$	Trägheitsmoment Fahrzeugkasten um z-Achse
$J_{yR1}$	Trägheitsmoment Endradsatz um y-Achse
$J_{zR1}$	Trägheitsmoment Endradsatz um x- und z-Achse
$J_{yR2}$	Trägheitsmoment Mittelradsatz um y-Achse
$J_{zR2}$	Trägheitsmoment Mittelradsatz um x- und z-Achse
$m_K$	Masse Fahrzeugkasten
$m_{R1}$	Masse Endradsatz
$m_{R2}$	Masse Mittelradsatz
$m_{GKx}$	Moment um die x-Achse durch Querauslenkung des Fahrzeugkastens
<b>m</b>	Momentenvektor
$M$	Moment
$M_{ij}$	Element der Massenmatrix
<b>M</b>	Massenmatrix
$O$	Ursprung eines Koordinatensystems
$r$	Rollradius
$r_0$	Radradius, Rollradius in Mittelstellung
$\Delta r$	relativer Rollradius
$\Delta r_{lr}$	Rollradiendifferenz zwischen linkem und rechtem Rad
$\Delta r_{lr,opt}$	optimale Rollradiendifferenz zwischen linkem und rechtem Rad
<b>r</b>	Ortsvektor
$R$	Bogenradius
$Re$	Realteil des Eigenvektors
$S$	Schwerpunkt
$u$	allgemeine Variable
<b>u</b>	Vektor allgemeiner Variablen
$v$	Fahrzeuggeschwindigkeit
$v_{krit}$	kritische Geschwindigkeit
<b>v</b>	Geschwindigkeitsvektor
$\Delta v$	nominelle Gleitgeschwindigkeit
$\Delta \mathbf{v}$	Gleitgeschwindigkeitsvektor
$w_{reib}$	Verschleißkennwert
$x$	Verschiebung in x-Richtung
$x_o$	Abweichung eines Parameterwertes nach oben für Sensitivitätsanalyse
$x_u$	Abweichung eines Parameterwertes nach unten für Sensitivitätsanalyse
$x_a$	Einbaulage, x-Koordinate der Radsätze in Längsrichtung
$y$	Verschiebung in y-Richtung
$\Delta y$	Relativverschiebung in y-Richtung gegenüber dem Gleis
$Y$	Führungskraft
$\Sigma Y$	Gleisverschiebekraft
$z$	Verschiebung in z-Richtung
$Z$	Zugkraft
$\gamma$	Kontaktwinkel der Schiene
$\delta$	Kontaktwinkel des Rades
$\vartheta$	Drehung um y-Achse
$\lambda$	Konizität
$\lambda_{EW}$	Eigenwert



$\mu$	Grenzreibwert
$v$	Schlupf
$\mathbf{v}$	Schlupfvektor
$\rho$	Krümmungsradius
$\varphi$	Drehung um x-Achse, Rollwinkel
$\varphi_{\tilde{u}}$	Überhöhungswinkel des Gleises
$\Phi$	Kraftschlussbeanspruchung
$\psi$	Drehung um z-Achse, Wendewinkel
$\Delta\psi$	Relativwinkel gegenüber Gleis, Anlaufwinkel
$\omega$	Drehgeschwindigkeit
$\boldsymbol{\omega}$	Drehgeschwindigkeitsvektor
$\Delta\boldsymbol{\omega}$	Gleit-Drehgeschwindigkeitsvektor

### Obere Indizes

I	Inertialsystem
B	Bezugssystem
Z	Zwischensystem
l	Kontaktflächensystem des linken Rades
r	Kontaktflächensystem des rechten Rades
K	Fahrzeugkastensystem

### Untere Indizes

x	Koordinatenrichtung nach vorne
y	Koordinatenrichtung nach rechts
z	Koordinatenrichtung nach unten
K	Fahrzeugkasten
R	Radsatz
i	linkes oder rechtes Rad
j	Radsatz 1, 2 oder 3
k	Iterationsschritt
n	allgemeiner Index
m	allgemeiner Index
p	Parameter der Kontaktgeometrie
P	Berührungspunkt, Primärfeder, Radsatzfeder
V	Verbindung
r	rechtes Rad
l	linkes Rad
S	Schiene
0	Mittelstellung im Gleis, Fahrzeugkasten

### Schreibweisen

$\hat{u}$	lineare Kraftschlussbeziehungen
$\bar{u}$	Gleichgewichtslage
$\tilde{u}$	Abweichung von der Gleichgewichtslage
$\tilde{\omega}$	schiefsymmetrischer Tensor des Vektors $\boldsymbol{\omega}$ .



## 1. Einleitung

Das klassische Eisenbahnfahrzeug besteht aus einem Fahrzeugkasten und zwei zweiachsigen Drehgestellen. Auch die meisten Lokomotiven sind so aufgebaut, der Lokkasten stützt sich auf zwei Drehgestelle, die jeweils zwei angetriebene Radsätze enthalten, ab. Allerdings gibt es unter den Lokomotiven auch abweichende Bauarten, die durchaus häufig vorkommen. Für den Rangier- und Übergabedienst und für den Einsatz in Industriebetrieben werden oft Lokomotiven mit zwei oder drei Radsätzen verwendet. Diese Fahrzeuge haben keine Drehgestelle, die Radsätze sind direkt im Lokkasten beziehungsweise Rahmen gelagert. Für den Streckendienst sind neben den vierachsigen Bauarten mit zwei zweiachsigen Drehgestellen auch sechsachsige Varianten im Einsatz. Die sechs Radsätze können in drei zweiachsigen oder in zwei dreiachsigen Drehgestellen angeordnet sein. Am häufigsten vertreten ist letztere Bauart. Sechsachsige Lokomotiven mit zwei dreiachsigen Drehgestellen sind weit verbreitet, zum Beispiel werden in den USA für den Streckendienst fast ausschließlich sechsachsige Diesellokomotiven in dieser Ausführung eingesetzt.

Die dreiachsigen Fahrwerke und Drehgestelle stehen in dem Ruf, hohe Kräfte zwischen Rädern und Schienen sowie hohen Verschleiß zu erzeugen. Wenn in einem Fahrwerk drei statt zwei Radsätze untergebracht werden müssen, wird es zwangsläufig länger. Die beiden äußeren Radsätze sind weiter voneinander entfernt, damit steigen die Anlaufwinkel der Räder an den Schienen bei Fahrt durch den Bogen. Das wiederum führt zu hohen Gleitbewegungen mit entsprechend hohen Reibkräften und hohem Verschleiß.

Die Gleiskräfte und der Verschleiß werden verringert, wenn sich die Radsätze radial einstellen, das heißt, wenn sie sich nach dem Bogenmittelpunkt ausrichten. Damit wird der Anlaufwinkel der Räder sehr klein oder zu null. Die Radsätze zeigen aufgrund der Geometrie von Radprofil und Schiene die Tendenz sich selbst radial einzustellen. Dieses Verhalten wird unterstützt, wenn die Radsätze miteinander gekoppelt sind. Das bedeutet, ihre Drehbewegungen hängen voneinander ab; die radiale Einstellung des einen Radsatzes bewirkt das Gleiche am anderen. Diese Kopplung kann beispielsweise über ein mechanisches Gestänge erfolgen. Wenn die zwei Radsätze eines zweiachsigen Fahrzeuges oder Drehgestells in dieser Weise miteinander verbunden sind und sie sich ungehindert radial einstellen können, dann fahren sie allerdings instabil, und zwar schon bei beliebig kleinen Geschwindigkeiten. Um dennoch Stabilität zu erreichen, müssen die Radsätze mit bestimmten Steifigkeiten gefesselt werden, die aber dann wieder die radiale Einstellung im Bogen behindern. Damit ist also für zweiachsige Fahrwerke die Forderung nach stabiler

Fahrt und idealer Einstellung im Bogen, zumindest mit Hilfe einer passiven Kopplung, nicht gleichzeitig erfüllbar.

Wenn dagegen drei Radsätze mit passiven Mitteln gekoppelt sind, dann sind beide Ziele, das zeigen Untersuchungen, miteinander vereinbar. Das eröffnet den dreiachsigen Fahrwerken neue Möglichkeiten und lässt sie in anderem Licht erscheinen.

In dieser Arbeit wird untersucht, welche Bedingungen für ein dreiachsiges Fahrwerk mit radialer Einstellbarkeit gelten, damit es möglichst stabil fährt. Außerdem wird es mit einem konventionellen dreiachsigen Fahrwerk bezüglich stabiler Fahrt und Verhalten im Bogen verglichen. Da es sich um Lokomotiven handelt, ist auch der Antrieb erfasst.

In der Auslegungsphase eines Fahrzeuges kommt es darauf an, die wesentlichen Parameter zu analysieren und die optimalen Werte wenigstens in ihrer Größenordnung festzulegen. Da hierfür eine Vielzahl von Rechnungen nötig ist, braucht man einfache und schnelle Werkzeuge. Zu diesem Zweck werden Modelle und Verfahren entwickelt und bereitgestellt, die für die Auslegung des Fahrzeuges genutzt werden können.

## 2. Gegenwärtiger Stand der Erkenntnisse

Während das Stabilitäts- und Bogenlauf-Verhalten von Fahrwerken mit zwei Radsätzen in zahlreichen Veröffentlichungen behandelt wird, gibt es nur wenige Beiträge zu Fahrwerken oder Fahrzeugen mit drei Radsätzen. Hierzu gehören grundlegende Betrachtungen von Keizer [1] und Wickens [2]. In [3] untersuchen Fischer und Hanneforth die Stabilität eines dreiachsigen Reisezugwagens.

Keizer [1] untersucht eine beliebige Zahl von Radsätzen, die untereinander gekoppelt sind. Diese Kopplungen sind zunächst starr und werden durch eine Steuermatrix beschrieben. Sie stellt den kinematischen Zusammenhang zwischen Quer- und Wendebewegung der Radsätze her. Anschließend werden elastische Deformationen in den Verbindungen zugelassen. In den Bewegungsgleichungen wird eine Steifigkeitsmatrix eingeführt, die diese Deformationen beschreibt. Nur kleine Geschwindigkeiten werden untersucht. Dadurch können die Trägheitsterme vernachlässigt und die Bewegungsgleichungen vereinfacht werden.

Für drei gekoppelte Radsätze ergeben sich vier unabhängige Steifigkeitsparameter. Aus den Zusammenhängen zwischen Kräften, Momenten, Verformungen und Steifigkeiten werden Bedingungen formuliert, die die Werte der Steifigkeiten von vorne herein einschränken.

Die Stabilität wird in Abhängigkeit von den vier Steifigkeitsparametern untersucht. Für verschiedene Fälle werden die Bereiche, in denen die Parameter liegen dürfen um stabil zu sein, angegeben.

Auch Wickens [2] geht von der Erkenntnis aus, dass sich für Schienenfahrzeuge mit zwei starren Radsätzen und konischem Radprofil die Forderungen nach stabilem Lauf und radialer Einstellung im Bogen widersprechen. Wenn das Fahrzeug jedoch über mindestens drei Radsätze verfügt und sie über bestimmte elastische Verbindungen gekoppelt sind, kann sowohl eine ideale Einstellung im Bogen als auch eine kritische Geschwindigkeit, die ungleich null ist, erreicht werden. Zusätzlich zu den Fragen Stabilität und Einstellung der Radsätze wird auch das Verhalten gegenüber einer unausgeglichene Querbeschleunigung untersucht.

Ideale Einstellung im Bogen liegt dann vor, wenn keine Längs- und Quer-Schlupfkkräfte zwischen Rad und Schiene wirken. Der Bohrschlupf wird vernachlässigt. Zunächst wird der Fall Bogenfahrt ohne Überhöhungsfehlbetrag betrachtet. Die Radsätze stellen sich

radial ein, wenn es keine elastische Behinderung der Ausdrehbewegung der Radsätze gibt. Die Radsätze sind nur über Schersteifigkeiten miteinander verbunden.

Optimales Verhalten gegenüber einem Überhöhungsfehlbetrag liegt vor, wenn die Querkraft durch die Querschlußkräfte der Radsätze abgestützt wird. Die Räder besitzen Kegelprofile. Damit ist der Geometrieinfluss durch die zunehmende Neigung des Normalkraftvektors in der Hohlkehle und der Spurkranzflanke nicht in dem Modell enthalten. Um sich optimal zu verhalten, müssen die Radsätze über Biegesteifigkeiten, aber nicht über Schersteifigkeiten verbunden sein. Damit sind die Anforderungen entgegengesetzt zu dem Fall der idealen Einstellung im Bogen.

Eine notwendige Bedingung, dass ein Fahrzeug dynamisch stabil fährt und eine optimale Einstellung im Bogen bei Ausgleichsgeschwindigkeit zeigt, ist die Existenz von mindestens drei Radsätzen. Dagegen ist auch ein Fahrzeug mit mindestens drei Radsätzen, das ein optimales Verhalten gegenüber einem Überhöhungsfehlbetrag aufweist, schon bei der Geschwindigkeit null instabil.

Die drei Radsätze des Fahrzeuges sind durch sechs unabhängige elastische Glieder (Steifigkeiten) verbunden. Kriterium für einen optimalen Parametersatz ist maximale Stabilität, die durch das Dämpfungsmaß der am wenigsten gedämpften Eigenform ausgedrückt wird. Auch hier wird der einfachere Fall kleiner Geschwindigkeiten betrachtet. An Hand eines Beispiels, das auf einem dreiachsigen Straßenbahnfahrzeug basiert, wird das Stabilitätskriterium in Abhängigkeit der Koppelparameter (Elastizitäten), der Konizität und des Reibwertes dargestellt.

Fischer und Hanneforth stellen in [3] die Bewegungsgleichungen für einen dreiachsigen Reisezugwagen auf. Es wird der Einfluss zweier Radsatzführungen auf das Fahrverhalten untersucht. Insbesondere kann die Auswirkung auf das Stabilitätsverhalten dargestellt werden. Aus Versuchsfahrten stehen für das betrachtete Fahrzeug gemessene Werte zur Verfügung; der Vergleich von Rechen- und Versuchsergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung.

### 3. Aufgabenstellung

Die Aufgabe betrifft Fahrzeuge mit drei Radsätzen. Die Anforderungen an das Fahrwerk eines Schienenfahrzeuges, im Bogen

- geringe Rad-Schiene-Kräfte und
- geringen Verschleiß zu erzeugen,

wird durch eine Radialsteuerung gelöst. Sie bewirkt eine Ausrichtung der Radsätze nach dem Bogenmittelpunkt und damit eine Minimierung der Anlaufwinkel. Hierfür kann man sich die Fähigkeit der Radsätze, sich selbst einzustellen, zunutze machen. Durch eine Kopplung der Radsätze wird dieses Verhalten unterstützt.

Für zweiachsige Fahrwerke sind die Forderungen nach idealer radialer Einstellung im Bogen und Fahrstabilität nicht gleichzeitig erfüllbar. In Kapitel 2 wurden zwei Arbeiten von Keizer [1] und Wickens [2] vorgestellt, die zeigen, dass für Fahrwerke mit mindestens drei Radsätzen zumindest für kleine Geschwindigkeiten die beiden Forderungen miteinander vereinbar sind. Drei gekoppelte Radsätze haben also das Potenzial, sich sowohl im Bogen radial einzustellen, als auch stabil zu fahren.

In dieser Arbeit soll das Stabilitätsverhalten von drei gekoppelten Radsätzen auch für Geschwindigkeiten, die nicht mehr als klein angesehen werden können, genauer untersucht werden. Es sind die optimalen Parameterwerte für Stabilität zu bestimmen. Weiter ist zu prüfen, ob beziehungsweise wie weitgehend sich die Radsätze bei Fahrt im Bogen radial einstellen.

Ein optimales fahrtechnisches Verhalten des Fahrzeuges hängt von der richtigen Abstimmung der Parameter ab. Ihr Einfluss muss bekannt sein, um die optimalen Werte bestimmen zu können. Hierfür ist eine Vielzahl von Rechnungen nötig. In der Auslegungsphase eines Schienenfahrzeuges werden einfache Werkzeuge benötigt, umfangreiche Simulationsprogramme sind zu schwerfällig. Daher ist ein Rechenmodell aufzustellen, das für die Auslegung des Fahrzeuges einfach zu handhaben ist, aber andererseits die wesentlichen Abhängigkeiten enthält.

Gegenüber den Arbeiten von Keizer [1] und Wickens [2] ist das Modell zu erweitern:

- Ein massebehafteter Fahrzeugkasten ist in das Modell einzubeziehen. Er beeinflusst durch sein Eigenverhalten die Stabilität des Fahrzeuges. Im Bogen wirkt er sich auf die Kräfte zwischen Rad und Schiene aus. Das zu entwickelnde Berechnungsverfahren soll

zunächst an einem einfachen Modell erprobt werden. Deshalb ist das Fahrzeug als doppelsymmetrisch (von links nach rechts und von vorne nach hinten) anzunehmen.

- Angetriebene Radsätze verändern die Kräfte im Kontaktpunkt von Rad und Schiene. Zug- und Bremskräfte sollen in geeigneter Weise durch das Rechenmodell zu beschreiben sein.

Die drei gekoppelten Radsätze sind also hier zu einem dreiachsigen Triebfahrzeug zu erweitern.

Es ist ein Verfahren für die Bestimmung der optimalen Parameterwerte für Stabilität zu entwickeln. Der Einfluss der Elastizitäten und Dämpfungen in den Kopplungen ist zu berücksichtigen. Parameter dürfen in der Praxis nicht beliebige Werte, insbesondere nicht beliebig hohe Werte annehmen. Diese Randbedingungen sind einzubeziehen. Die Empfindlichkeit der Parameter gegenüber Abweichungen von den optimalen Werten ist darzustellen.

Mit den optimalen Parameterwerten ist das Fahrverhalten im Bogen zu prüfen. Insbesondere sind die

- Einstellung der Radsätze, die
- Rad-Schiene-Kräfte und die
- Verschleißkennwerte

zu bestimmen.

Bei Fahrt im Bogen kann der Kontaktpunkt zwischen Rad und Schiene in der Hohlkehle oder in der Spurkranzflanke des Rades liegen. In diesem Bereich sind die Beziehungen der Kontaktparameter stark nichtlinear; das Rechenmodell muss diese Effekte einbeziehen.



## 4. Rechenmodell

### 4.1 Fahrzeugmodell

Das Fahrzeugmodell besteht aus vier massebehafteten Körpern, siehe Bild 4.1.1,

- dem Fahrzeugkasten K mit dem Schwerpunkt  $S_K$  und den
- drei Radsätzen R1, R2 und R3 mit den Schwerpunkten  $S_{R1}$ ,  $S_{R2}$  und  $S_{R3}$ .

Die beiden Räder eines Radsatzes sind über die Radsatzwelle starr miteinander verbunden.

In der Ausgangsstellung, wenn die Körper nicht ausgelenkt sind, besitzt das Fahrzeug als

- Symmetrieebene 1 die Vertikalebene, in der der Schwerpunkt des Fahrzeugkastens und seine Längsachse liegen, und als
- Symmetrieebene 2 die Vertikalebene, in der der Schwerpunkt des Fahrzeugkastens und seine Querachse liegen.

In der Symmetrieebene 1 liegen die Schwerpunkte aller Körper und in der Symmetrieebene 2 die des Fahrzeugkastens und des mittleren Radsatzes.

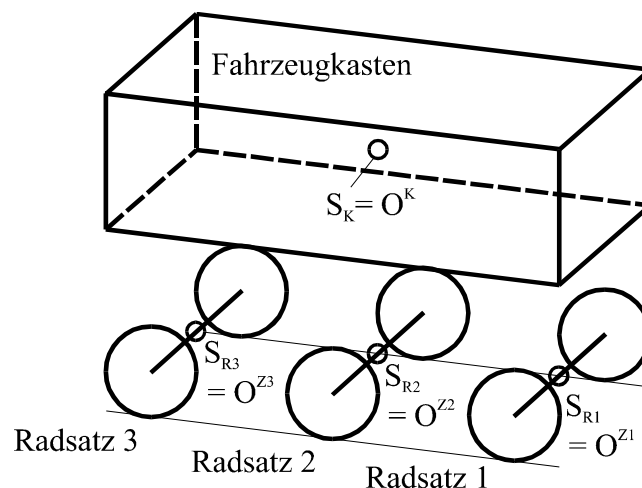


Bild 4.1.1: Fahrzeugmodell, Körper

Die Körper sind über lineare Federn und lineare viskose Dämpfer für translatorische und rotatorische Bewegungen miteinander verbunden.

In Kapitel 4.2 wird ein Koordinatensystem B eingeführt, in dem die Bewegung des Fahrzeuges beschrieben wird. Es wird angenommen, dass die Wirkrichtungen der Kräfte und Momente, die diese Federn und Dämpfer erzeugen, mit Richtungen der Achsen dieses Bezugssystems B zusammenfallen.

In Bild 4.1.2 sind die Kopplungen zwischen benachbarten Radsätzen dargestellt. Das Federsymbol steht für die Schersteifigkeit  $c_{y12}$ , die Biegesteifigkeit  $c_{\psi12}$ , die

Scherdämpfung  $d_{y12}$  und die Biegedämpfung  $d_{\psi12}$ .  $c_{y12}$  und  $d_{y12}$  erzeugen Kräfte in Querrichtung,  $c_{\psi12}$  und  $d_{\psi12}$  erzeugen Momente um die Hochachse. Alle Koppелеlemente liegen in der Horizontalebene, die durch die Radsatzschwerpunkte geht.  $y_{Rj}$  und  $\psi_{Rj}$  sind Verschiebungen und Verdrehungen in dem Koordinatensystem B.

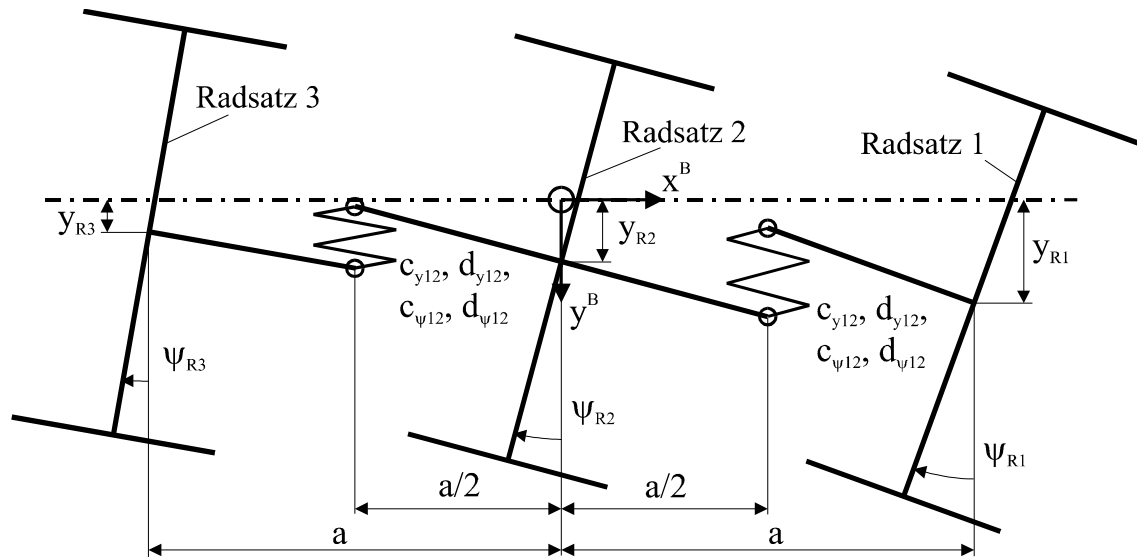


Bild 4.1.2: Kopplung benachbarter Radsätze

Weiter gibt es eine direkte Kopplung der Endradsätze, die in Bild 4.1.3 gezeigt ist. Analog zu den Kopplungen zwischen benachbarten Radsätzen wirken hier die Schersteifigkeit  $c_{y13}$ , die Biegesteifigkeit  $c_{\psi13}$ , die Scherdämpfung  $d_{y13}$  und die Biegedämpfung  $d_{\psi13}$ .

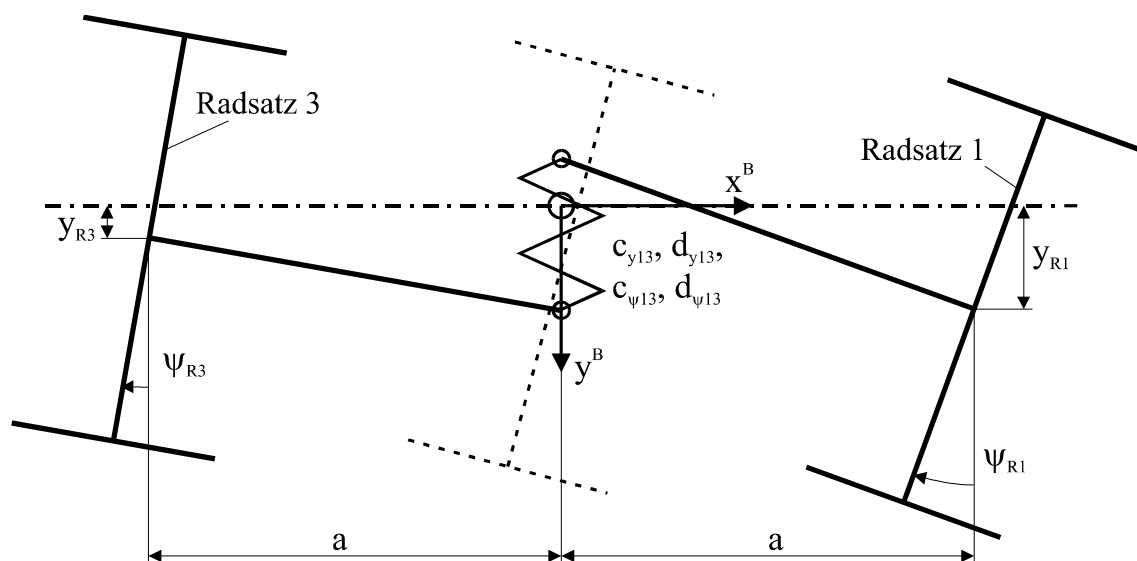


Bild 4.1.3: Kopplung der Endradsätze

Eine ungehinderte radiale Einstellung der Radsätze im Bogen lassen nur die Schersteifigkeiten  $c_{y12}$  und  $c_{y13}$  zu, dagegen wird sie durch die Biegesteifigkeiten  $c_{\psi12}$  und  $c_{\psi13}$  behindert. Allerdings zeigt Wickens [2] den günstigen Einfluss dieser Parameter, wenn ein Überhöhungsfehlbetrag auftritt, siehe Kapitel 2. Deshalb werden auch diese Biegesteifigkeiten mit einbezogen.

Die Lage der Koppellemente zwischen den Endradsätzen, wie sie symbolisch in Bild 4.1.3 dargestellt ist, ist so am realen Fahrzeug nicht möglich, da es sonst zu einer Überschneidung mit dem Mittelsatz kommt. In Bild 4.1.4 ist ein Beispiel skizziert, wie die Kopplung zwischen den Radsätzen tatsächlich ausgeführt werden kann. Gezeigt ist ein Fahrzeug mit Tatzlagermotoren. Die Kopplung erfolgt über die Antriebe. Die benachbarten Radsätze sind über Lenker verbunden. Die Kopplung der Endradsätze muss den Mittelsatz umgreifen; in diesem Beispiel ist das Koppellement seitlich angeordnet. Als Gelenke in den Koppelgliedern kommen elastische Gummi-Metall-Elemente infrage.

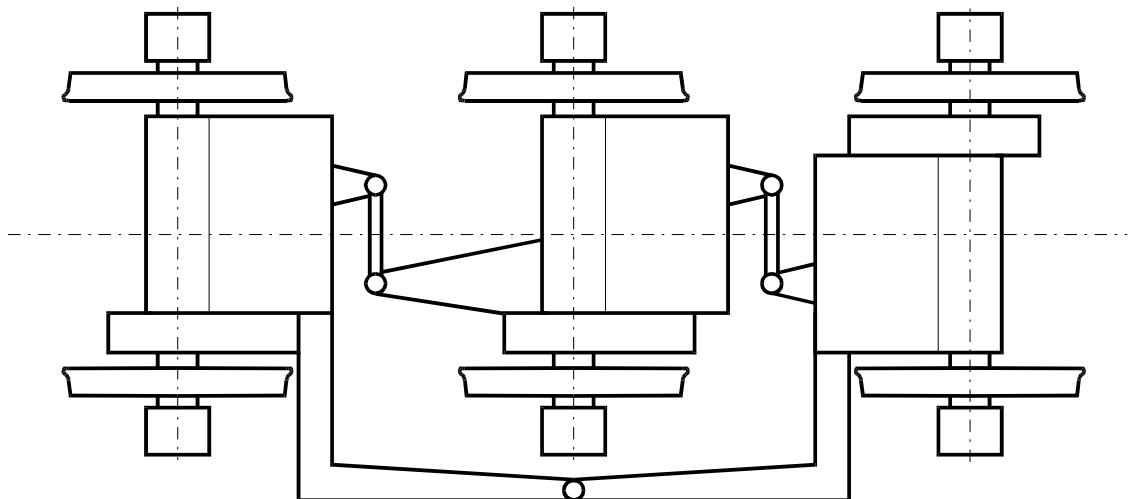


Bild 4.1.4: Beispiel für die Kopplung der Radsätze

Die Radsätze sind nicht nur untereinander, sondern auch an den Fahrzeugkasten gekoppelt. In Bild 4.1.5 sind die einzelnen Elemente dargestellt. Ähnlich den Verbindungen zwischen den Radsätzen sind hier zwischen ihnen und dem Fahrzeugkasten die Quersteifigkeiten  $c_{y1}$ ,  $c_{y2}$ , die Wendesteifigkeiten  $c_{\psi1}$ ,  $c_{\psi2}$ , die Querdämpfungen  $d_{y1}$ ,  $d_{y2}$  und die Wendedämpfungen  $d_{\psi1}$ ,  $d_{\psi2}$  angebracht. Zusätzlich wirken hier auch die Rollsteifigkeiten  $c_{\phi1}$ ,  $c_{\phi2}$  und Rolldämpfungen  $d_{\phi1}$ ,  $d_{\phi2}$ . Die Elemente mit dem Index 1 greifen an den Endradsätzen an und haben für beide die gleichen Werte; die Elemente mit dem Index 2 wirken an dem Mittelsatz und können andere Werte annehmen.

Die Verbindungen liegen in einer Horizontalebene, die um den Abstand  $h_p$  über den Radsatzschwerpunkten bzw. um den Abstand  $h_{p0}$  unterhalb des Schwerpunktes des Fahrzeugkastens liegt.

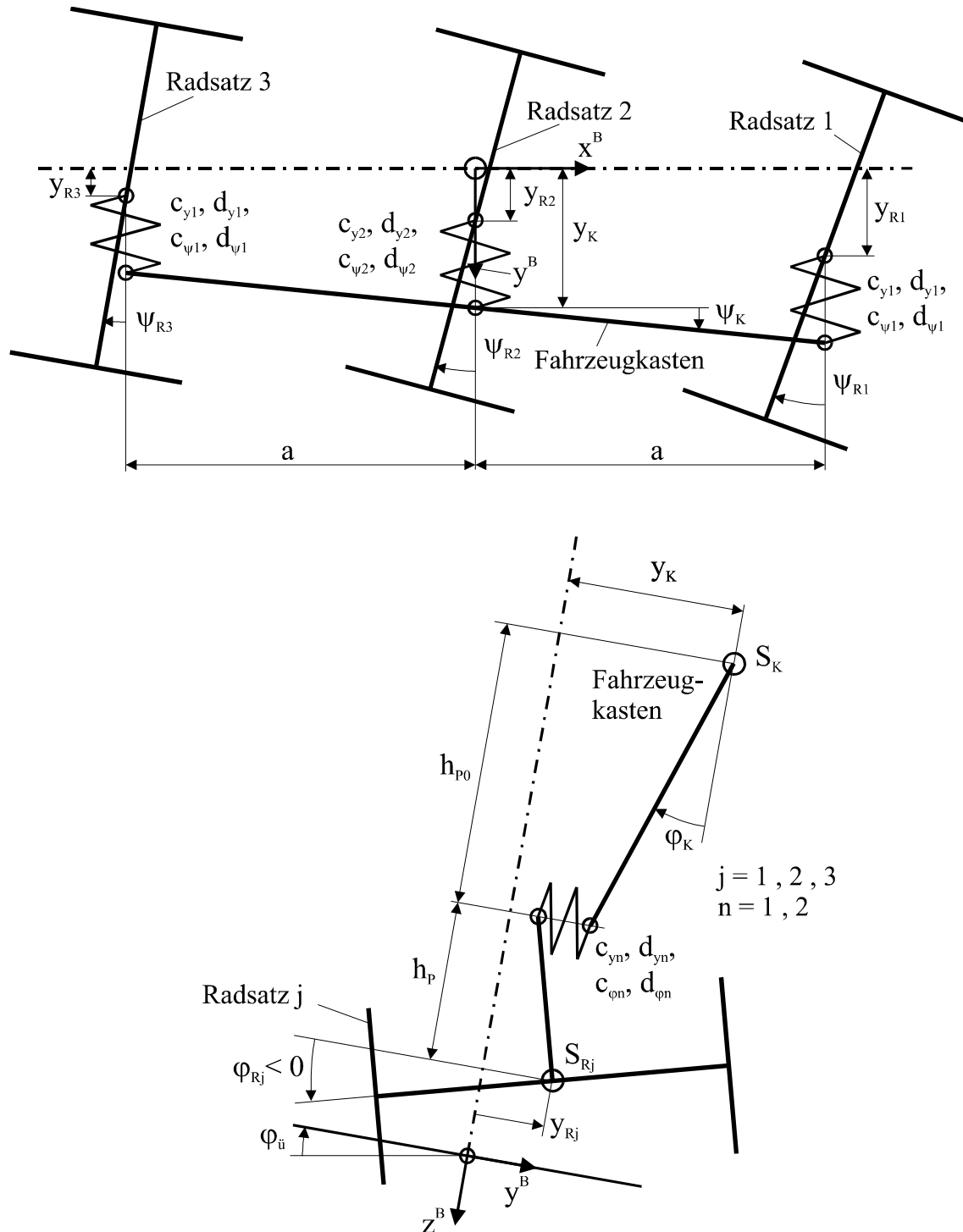


Bild 4.1.5: Kopplung der Radsätze mit dem Fahrzeugkasten

Das Fahrzeugmodell wird insgesamt durch die Parameter der Tabelle 4.1.1 beschrieben.

Parameter-Nr.	Bezeichnung	Formelzeichen
0	Masse Fahrzeugkasten	$m_K$
1	Masse Endradsatz	$m_{R1}$
2	Masse Mittelradsatz	$m_{R2}$
3	Tragheitsmoment Fahrzeugkasten um x-Achse	$J_{xK}$
4	Tragheitsmoment Fahrzeugkasten um z-Achse	$J_{zK}$
5	Tragheitsmoment Endradsatz um y-Achse	$J_{yR1}$
6	Tragheitsmoment Endradsatz um x- und z-Achse	$J_{zR1}$
7	Tragheitsmoment Mittelradsatz um y-Achse	$J_{yR2}$
8	Tragheitsmoment Mittelradsatz um x- und z-Achse	$J_{zR2}$
9	Quersteifigkeit Endradsatz - Fahrzeugkasten	$c_{y1}$
10	Quersteifigkeit Mittelradsatz - Fahrzeugkasten	$c_{y2}$
11	Wendesteifigkeit Endradsatz - Fahrzeugkasten	$c_{\psi1}$
12	Wendesteifigkeit Mittelradsatz - Fahrzeugkasten	$c_{\psi2}$
13	Rollsteifigkeit Endradsatz - Fahrzeugkasten	$c_{\phi1}$
14	Rollsteifigkeit Mittelradsatz - Fahrzeugkasten	$c_{\phi2}$
15	Schersteifigkeit Endradsatz - Mittelradsatz	$c_{y12}$
16	Schersteifigkeit Endradsatz - Endradsatz	$c_{y13}$
17	Biegesteifigkeit Endradsatz - Mittelradsatz	$c_{\psi12}$
18	Biegesteifigkeit Endradsatz - Endradsatz	$c_{\psi13}$
19	Querdämpfung Endradsatz - Fahrzeugkasten	$d_{y1}$
20	Querdämpfung Mittelradsatz - Fahrzeugkasten	$d_{y2}$
21	Wendedämpfung Endradsatz - Fahrzeugkasten	$d_{\psi1}$
22	Wendedämpfung Mittelradsatz - Fahrzeugkasten	$d_{\psi2}$
23	Rolldämpfung Endradsatz - Fahrzeugkasten	$d_{\phi1}$
24	Rolldämpfung Mittelradsatz - Fahrzeugkasten	$d_{\phi2}$
25	Scherdämpfung Endradsatz - Mittelradsatz	$d_{y12}$
26	Scherdämpfung Endradsatz - Endradsatz	$d_{y13}$
27	Biegedämpfung Endradsatz - Mittelradsatz	$d_{\psi12}$
28	Biegedämpfung Endradsatz - Endradsatz	$d_{\psi13}$
29	Radsatzabstand	$a$
30	Höhe Schwerpunkt Radsatz - Querfeder	$h_p$
31	Höhe Schwerpunkt Fahrzeugkasten - Querfeder	$h_{p0}$
32	Radradius	$r_0$
33	Halber Querabstand der Radaufstandspunkte	$b_0$

Tabelle 4.1.1 Fahrzeugparameter

## 4.2 Koordinatensysteme

### 4.2.1 Übersicht

Für die Beschreibung der Bewegung des Fahrzeuges werden rechtshändige, kartesische Koordinatensysteme eingeführt. Sie sind in Bild 4.2.1 bis 4.2.3 dargestellt. Das Fahrzeug bewegt sich im Gleisbogen. Das gerade Gleis kann als Grenzfall betrachtet werden, wenn der Bogenradius  $R$  gegen unendlich geht. Zunächst wird nur ein Radsatz betrachtet. Er steht stellvertretend für alle drei. Erst wenn die Bewegungsgleichungen des Gesamtfahrzeuges aufgestellt werden, treten die Indizes 1, 2 und 3 hinzu.

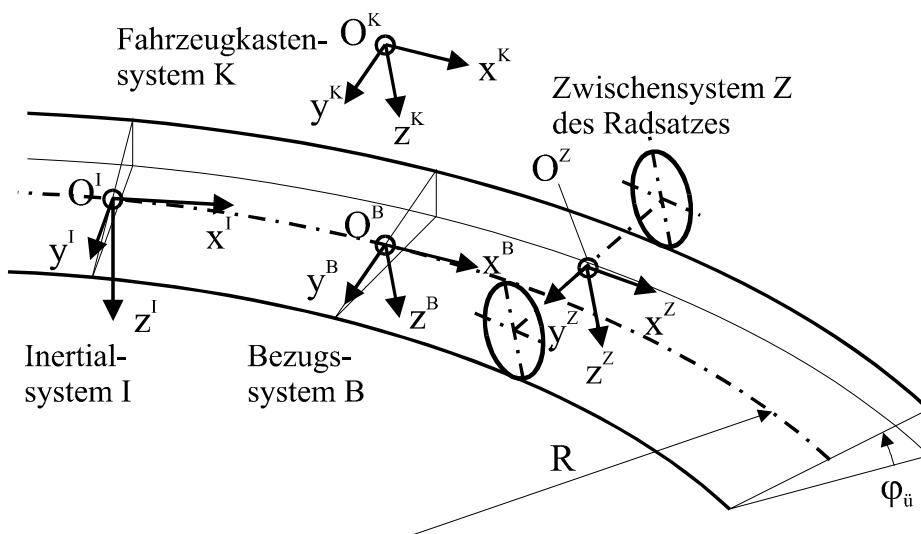


Bild 4.2.1: Koordinatensysteme im Gleisbogen

Die wesentlichen Koordinatensysteme für die Darstellung der Ergebnisse werden im Folgenden erläutert.

### 4.2.2 Bezugssystem B

Die Bewegungsgleichungen werden in einem mitbewegten, gleisbezogenen Referenzsystem B angegeben. Gegenüber B machen die Körper kleine Bewegungen; dadurch können viele Beziehungen vereinfacht werden. B geht aus dem Inertialsystem I durch die Drehungen  $\psi_B$  um die Hochachse und  $\varphi_{\tilde{u}}$  um die Längsachse hervor.  $\varphi_{\tilde{u}}$  ist der Überhöhungswinkel des Gleises. Der Ursprung liegt in Gleismitte, die  $x^B$ -Achse ist Tangente an den Gleismittlenkreis. Die  $y^B$ -Achse liegt in der Schienenenebene, ist also um

den Überhöhungswinkel  $\varphi_{\bar{u}}$  geneigt. Außerdem liegt der Ursprung in den beiden Symmetrieebenen des Fahrzeugs.

#### 4.2.3 Zwischensystem Z

Als nächstes wird für den Radsatz ein Zwischensystem Z eingeführt, in dem sich die Lage der Berührungspunkte einfach angeben lassen. Der Ursprung liegt im Schwerpunkt des Radsatzes, die  $y^Z$ -Achse fällt mit der Drehachse des Radsatzes zusammen. Die  $x^Z$ -Achse liegt in einer Parallelebene zu der  $x^B$ - $y^B$ -Ebene des Referenzsystems B. Das Koordinatensystem Z macht die Drehung des Radsatzes um seine Drehachse nicht mit. Z geht aus B durch die Drehungen  $\psi_Z$  um die Hochachse und  $\varphi_Z$  um die Längsachse hervor.

#### 4.2.4 Kontaktflächensysteme l und r der Räder

Die Ursprünge  $O^i$  der Kontaktflächensysteme liegen in den Berührungspunkten des linken und rechten Rades. Pro Rad gibt es genau einen Berührungspunkt. Der obere Index i steht für den Buchstaben l, wenn es sich um das linke Kontaktflächensystem handelt, und für den Buchstaben r, wenn das rechte Kontaktflächensystem gemeint ist. Die  $x^i$ -Achse ist Tangente an den Berührkreis des Rades und zeigt in Bewegungsrichtung nach vorne. Die  $x^i$ - $y^i$ -Ebene liegt in der Tangentialebene des Berührungspunktes. Da der Radsatz rotationssymmetrisch ist, liegt seine Achse in der  $y^i$ - $z^i$ -Ebene,  $y^i$  weist in Bewegungsrichtung nach rechts,  $z^i$  nach unten. Die Richtungen der Achsen gehen aus dem Z-System durch die Drehungen um die Kontaktwinkel  $\delta_i$  und die Vorverlagerungswinkel  $\vartheta_{Pi}$  hervor. Die Lage des rechten Kontaktflächensystems ist in Bild 4.2.2 dargestellt. Durch die Berührungspunktvorverlagerung tritt der Winkel  $\vartheta_{Pi}$  auf. Die Zusammenhänge in der Querschnittsebene sind in Bild 4.2.3 gezeigt. Dabei wurden die Schnittebenen um die Vorverlagerungswinkel  $\vartheta_{Pi}$  in die Zeichenebene gedreht.

Ebenfalls eingezeichnet sind die Kontaktkräfte  $f_{txi}$  (Bild 4.2.2),  $f_{tyi}$  und  $f_{ni}$  (Bild 4.2.3), die in Kapitel 4.5 eingeführt werden.

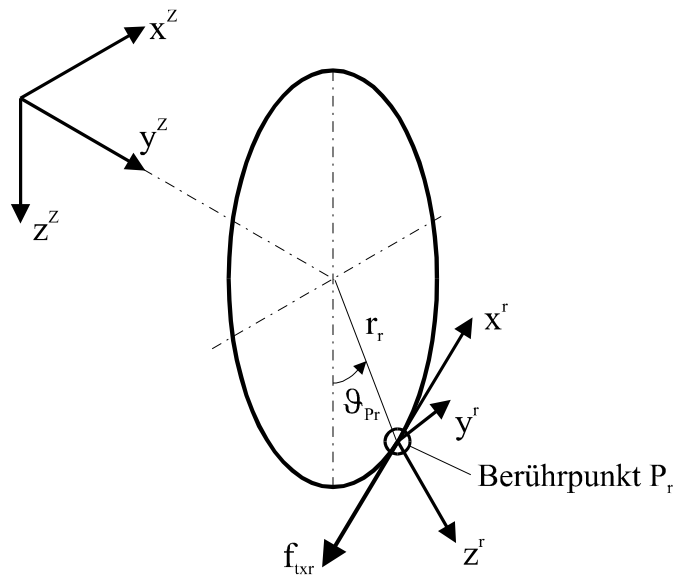


Bild 4.2.2: Berührungspunkt und Kontaktflächensystem des rechten Rades

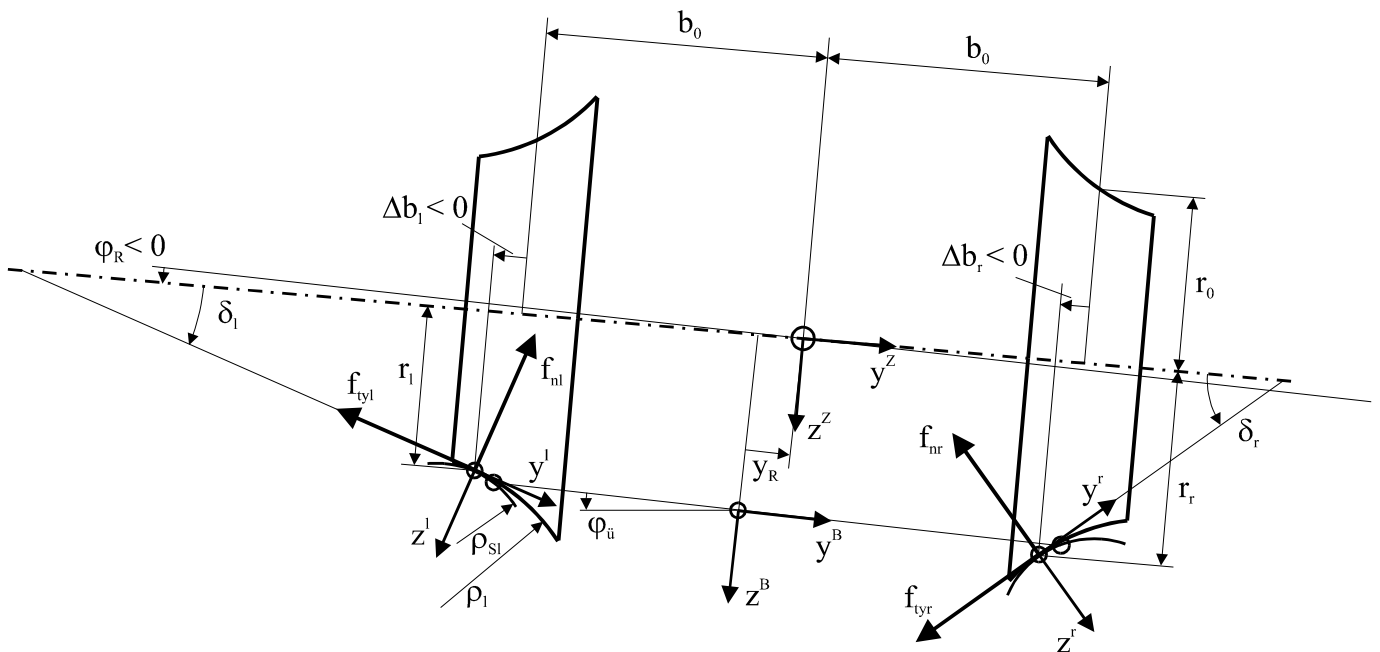


Bild 4.2.3: Kontaktflächensysteme im Querschnitt



### 4.3 Zwangsbedingungen, Parameter der Rad-Schiene-Geometrie

Bei der Fahrt auf dem Gleis sind die Räder in ständigem Kontakt mit den Schienen. Dadurch sind die sechs Freiheitsgrade des Radsatzes nicht mehr voneinander unabhängig. Er kann sich frei in Längs- und Querrichtung bewegen sowie um die Hochachse und um seine Rotationsachse drehen. Die Translation in Höhenrichtung  $z_R$  und die Drehung um die Längsachse  $\varphi_R$  ergeben sich zwangsläufig und sind eine Funktion der Querverschiebung  $y_R$  und der Drehung um die Hochachse  $\psi_R$ ,

$$z_R = z_R(y_R, \psi_R), \quad \varphi_R = \varphi_R(y_R, \psi_R). \quad (4.3.1)$$

Die Längsbewegung bleibt zunächst ein eigener Freiheitsgrad, die Drehung um die Rotationsachse wird in Kapitel 4.4 behandelt.

Zur Formulierung der entsprechenden Zwangsbedingungen benötigt man die Lage der Kontaktpunkte und der Berührebenen von Rad und Schiene in einer beliebig ausgelenkten Position. Man kann die Zwangsbedingungen aus folgenden beiden Bedingungen bestimmen [6]:

1. Im Berührungspunkt fallen die Normalenvektoren, die senkrecht auf der Kontaktfläche des Rades und senkrecht auf der Kontaktfläche der Schiene stehen, zusammen.
2. Der Kontaktpunkt des Rades und der Schiene sind im Raum ein und derselbe Punkt.

Für diese Betrachtung werden Rad und Schiene als starr angenommen.

Im Rahmen einer Theorie erster Ordnung sind die Zwangsbedingungen (4.3.1) unabhängig von der Drehung des Radsatzes um seine Hochachse und vereinfachen sich zu

$$z_R = z_R(y_R), \quad \varphi_R = \varphi_R(y_R). \quad (4.3.2)$$

Diese Zwangsbedingungen lassen sich nicht analytisch lösen. Für die Aufstellung der Bewegungsgleichungen reicht es allerdings, die Beziehungen um die Gleichgewichtslage zu linearisieren. Es müssen also nur die Ableitungen der Funktionen bekannt sein.

Mit diesem Verfahren kann grundsätzlich auch die Stabilität im Bogen untersucht werden. Instabilitäten treten allerdings hauptsächlich bei Fahrt mit hohen Geschwindigkeiten im geraden Gleis auf. Dieser Fall wird hier betrachtet. Die Gleichgewichtslage ist dann die Mittelstellung im geraden Gleis, die durch den Index 0 ausgedrückt wird, siehe Kapitel 4.6.4.

Die Ableitungen nach der Querverschiebung des Radsatzes  $y_R$  in der Mittelstellung wird durch die Schreibweise

$$u_{,y_0} = \left. \frac{\partial u}{\partial y_R} \right|_{y_R=0} \quad (4.3.3)$$

gekennzeichnet.

Die Zwangsbedingungen lauten in der Geraden für die Bewegung der Radsätze in vertikaler Richtung

$$z_{R,y0} = 0 \quad (4.3.4)$$

und für die Drehung um die Längsachse

$$\varphi_{R,y0} = -\frac{\sin \delta_0}{b_0 \cdot \cos \delta_0 - r_0 \cdot \sin \delta_0} = -\varphi_p, \quad (4.3.5)$$

mit dem Laufwinkelparameter  $\varphi_p$ , siehe Mauer [9].

Es werden folgende Parameter der Kontaktgeometrie definiert, wobei  $\rho_{s0}$  und  $\rho_0$  die Krümmungsradien der Profile von Schiene und Rad,  $\delta_0$  der Kontaktwinkel des Rades,  $r_0$  der Rollradius und  $b_0$  der halbe Berührungspunktsabstand jeweils in Mittelstellung sind:

Äquivalente Konizität:

$$\lambda = \frac{1}{2} \cdot (\Delta r_{r,y0} - \Delta r_{l,y0}) = \frac{\rho_0}{\rho_0 - \rho_{s0}} \cdot \frac{\sin \delta_0 \cdot (b_0 + \rho_{s0} \cdot \sin \delta_0)}{b_0 \cdot \cos \delta_0 - r_0 \cdot \sin \delta_0}. \quad (4.3.6)$$

Kontaktwinkelparameter des Rades:

$$\delta_p = \frac{1}{2} \cdot (\delta_{r,y0} - \delta_{l,y0}) = \frac{1}{\rho_0 - \rho_{s0}} \cdot \frac{b_0 + \rho_{s0} \cdot \sin \delta_0}{b_0 \cdot \cos \delta_0 - r_0 \cdot \sin \delta_0}. \quad (4.3.7)$$

Kontaktwinkelparameter der Schiene:

$$\gamma_p = \frac{1}{2} \cdot (\gamma_{r,y0} - \gamma_{l,y0}) = \frac{1}{\rho_0 - \rho_{s0}} \cdot \frac{b_0 + \rho_0 \cdot \sin \delta_0}{b_0 \cdot \cos \delta_0 - r_0 \cdot \sin \delta_0}. \quad (4.3.8)$$

Tangentialparameter:

$$b_p = \frac{b_0}{b_0 \cdot \cos \delta_0 - r_0 \cdot \sin \delta_0}. \quad (4.3.9)$$

Parameter der Berührungspunktslage:

$$\Delta b_p = \frac{1}{2} \cdot (-\Delta b_{r,y0} - \Delta b_{l,y0}) = \frac{\rho_0}{\rho_0 - \rho_{s0}} \cdot \frac{\cos \delta_0 \cdot (b_0 + \rho_{s0} \cdot \sin \delta_0)}{b_0 \cdot \cos \delta_0 - r_0 \cdot \sin \delta_0}. \quad (4.3.10)$$

Für die Berechnung des quasistatischen Bogenlaufs werden die nichtlinearen Profilkfunktionen in Abhängigkeit von der Radsatzquerverschiebung durch Polynome angenähert, siehe Kapitel 6.1.

#### 4.4 Schlupf angetriebener Radsätze

Gewöhnlich wird in der Literatur das Fahrverhalten an nicht angetriebenen Radsätzen untersucht. In dieser Arbeit soll dagegen auch die Frage beantwortet werden, wie sich ein Fahrzeug mit gekoppelten Radsätzen, die angetrieben sind, verhält. Die Antriebe sind im Fahrzeugmodell nicht als eigenständige Körper enthalten. Reale Antriebe werden in dieser vereinfachten Betrachtung näherungsweise entsprechend ihrer nichtabgedeckten und abgedeckten Massenanteile den Radsätzen und dem Fahrzeugkasten zugeschlagen. Ebenso müssen die rotierenden Massen dem Trägheitsmoment des Radsatzes um die Drehachse angerechnet werden.

Eine Zugkraft kann nur durch einen Längsschlupf zwischen Rad und Schiene erzeugt werden. Deshalb wird am Radumfang eine nominelle Gleitgeschwindigkeit  $\Delta v$  eingeführt. Diese Gleitgeschwindigkeit  $\Delta v$  liefert einen Anteil zu der Winkelgeschwindigkeit des Radsatzes, ebenso wie die Vorwärtsbewegung mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  und eine Abweichung von dem stationären Zustand  $\tilde{\dot{\theta}}$ . Wenn man berücksichtigt, dass  $\dot{\theta}$  positiv um die Achse  $y^Z$  definiert ist, lautet die Beziehung:

$$\dot{\theta} = -\frac{v + \Delta v}{r_0} + \tilde{\dot{\theta}}, \quad (4.4.1)$$

mit  $r_0$  dem Rollradius in Mittelstellung.

Für die Berechnung des Schlupfes müssen die Gleitgeschwindigkeiten im Kontaktpunkt P bestimmt werden. P ist der Berührungspunkt von Rad und Schiene, wobei angenommen wird, dass die Kontaktpartner im Kontaktbereich starr sind.

Die Gleitgeschwindigkeitsgrößen ergeben sich als Differenz der absoluten Geschwindigkeitsgrößen von Rad und Schiene in den mit P zusammenfallenden materiellen Punkten  $P_{Ri}$ , angeschrieben in Koordinaten des Kontaktflächensystems des Rades,

$$\Delta \mathbf{v}_{IPi}^i = \mathbf{v}_{IPRi}^i - \mathbf{v}_{IPSi}^i, \quad \text{Vektor der Gleittranslationsgeschwindigkeiten,} \quad (4.4.2)$$

$$\Delta \boldsymbol{\omega}_{IPi}^i = \boldsymbol{\omega}_{IRi}^i - \boldsymbol{\omega}_{ISi}^i, \quad \text{Vektor der Gleitdrehgeschwindigkeiten.} \quad (4.4.3)$$

Die absoluten Geschwindigkeiten des Schienenpunktes  $P_S$  sind null,

$$\mathbf{v}_{IPSi}^i \equiv \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\omega}_{ISi}^i \equiv \mathbf{0}. \quad (4.4.4)$$

Der Schlupfvektor setzt sich aus den Gleitgeschwindigkeiten in der Kontaktebene und der Gleitdrehung um den Normalenvektor zusammen. Alle Komponenten werden auf die Fahrgeschwindigkeit  $v$  bezogen,

$$\mathbf{v}_i^i = \frac{1}{v} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{x\text{IPRi}}^i \\ \mathbf{v}_{y\text{IPRi}}^i \\ \omega_{z\text{IRi}}^i \end{bmatrix}. \quad (4.4.5)$$

Alle Glieder, die von 2. Ordnung klein oder kleiner sind, werden vernachlässigt. Senkrecht zu der Kontaktfläche darf es keine Relativgeschwindigkeit geben, und tatsächlich heben sich alle Glieder der z-Komponente von  $\mathbf{v}_{\text{IPRi}}^i$  auf.

In den Kapiteln 4.6.4 und 4.6.5 werden die Stabilität im geraden Gleis und die quasistatische Bogenfahrt behandelt. Für diese beiden Fälle werden die Gleichungen für die Schlupfkomponenten bereitgestellt (vergleiche [7]). Man erhält für die Bewegungsgleichungen in der Geraden

$$\mathbf{v}_{xi0}^i = -\frac{\Delta v}{v} \pm \left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right) \cdot \frac{1}{r_0} \cdot \lambda \cdot \tilde{y}_R \pm \frac{b_0}{v} \cdot \tilde{\psi}_R, \quad (4.4.6)$$

$$\mathbf{v}_{yi0}^i = \frac{-\tilde{\psi}_R}{\cos \delta_0} + b_p \cdot \frac{\tilde{y}_R}{v}, \quad (4.4.7)$$

$$\mathbf{v}_{zi0}^i = \pm \left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right) \cdot \frac{\sin \delta_0}{r_0} - \left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right) \cdot \frac{\cos \delta_0}{r_0} \cdot \delta_p \cdot \tilde{y}_R + \frac{\cos \delta_0}{v} \cdot \tilde{\psi}_R, \quad (4.4.8)$$

wobei  $\tilde{y}_R$  und  $\tilde{\psi}_R$  kleine Abweichungen von der Gleichgewichtslage bedeuten, siehe Kapitel 4.6.1 und 4.6.4.

Die Komponenten des Schlupfes für die Gleichungen der quasistatischen Bogenfahrt lauten

$$\bar{\mathbf{v}}_{xi}^i = 1 - \frac{\bar{r}_i}{r_0} \cdot \left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right) \pm \frac{b_0}{R}, \quad (4.4.9)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{yi}^i = \frac{1}{\cos \bar{\delta}_i} \cdot \left(\frac{x_a}{R} - \bar{\psi}_R\right), \quad (4.4.10)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{zi}^i = \pm \left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right) \cdot \frac{\sin \bar{\delta}_i}{r_0} + \frac{\cos \bar{\delta}_i}{R}. \quad (4.4.11)$$

Die Größe  $x_a$  gibt die Einbaulage der Radsätze in Längsrichtung an. Es ist

für Radsatz 1  $x_a = a$ ,

für Radsatz 2  $x_a = 0$  und

für Radsatz 3  $x_a = -a$

einzusetzen.

## 4.5 Kontaktkräfte zwischen Rad und Schiene

### 4.5.1 Lineares Kontaktkraftgesetz

In den Bildern 4.2.2 und 4.2.3 wurden die Koordinatenrichtungen der Kontaktflächensysteme der Räder festgelegt. Die an den Rädern angreifenden Kräfte und Momente in den Kontaktpunkten werden entgegen diesen Koordinatenrichtungen angesetzt. Auf die Schienen wirken dann die Schnittgrößen in positiven Richtungen [4].

Grundlage für die Berechnung der Kontaktkräfte ist die lineare Theorie von Kalker. Die Kraftschluss-Schlupf-Beziehung lautet

$$\hat{\mathbf{f}}_i^i = - \begin{bmatrix} \hat{f}_{txi} \\ \hat{f}_{tyi} \\ 1_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_{11i} & 0 & 0 \\ 0 & f_{22i} & f_{23i} \\ 0 & -f_{23i} & f_{33i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{xi}^i \\ v_{yi}^i \\ v_{zi}^i \end{bmatrix}. \quad (4.5.1)$$

Die Berechnung der Koeffizienten  $f_{mni}$  ist zum Beispiel in [4] dargestellt.

### 4.5.2 Kraftschlussättigung

Zur Berechnung der Stabilität im geraden Gleis reichen die linearen Kraftschlussbeziehungen aus. Bei Fahrt im Bogen hingegen werden die Reibkräfte so groß, dass sie in den Bereich der Sättigung kommen. In dieser Arbeit wird die Näherung nach Vermeulen, Johnson [32] angewendet.

Resultierende Reibkraft nach der linearen Theorie:

$$\hat{f}_{ti} = \sqrt{\hat{f}_{txi}^2 + \hat{f}_{tyi}^2}. \quad (4.5.2)$$

Kraftschlussbeanspruchung der linearen Theorie:

$$\hat{\Phi}_i = \frac{\hat{f}_{ti}}{\mu \cdot f_{ni}}. \quad (4.5.3)$$

Der Ausdruck im Nenner, Grenzreibwert  $\mu$  mal Normalkraft  $f_{ni}$ , stellt die größte mögliche Reibkraft dar.

Reale Kraftschlussbeanspruchung:

$$\Phi_i = \begin{cases} \hat{\Phi}_i - \frac{1}{3} \hat{\Phi}_i^2 + \frac{1}{27} \hat{\Phi}_i^3 & \text{für } 0 \leq \hat{\Phi} \leq 3 \\ 1 & \text{für } \hat{\Phi} > 3 \end{cases}. \quad (4.5.4)$$

Reale resultierende Reibkraft:

$$f_{ti} = \Phi_i \cdot \mu \cdot f_{ni}. \quad (4.5.5)$$

x- und y-Komponenten der realen resultierenden Reibkraft:

$$f_{txi} = \frac{f_{ti}}{\hat{f}_{ti}} \cdot \hat{f}_{txi}, \quad (4.5.6)$$

$$\mathbf{f}_{\text{tyi}} = \frac{\mathbf{f}_{\text{ti}}}{\hat{\mathbf{f}}_{\text{ti}}} \cdot \hat{\mathbf{f}}_{\text{tyi}} . \quad (4.5.7)$$

## 4.6 Bewegungsgleichungen

### 4.6.1 Grundlagen

Das Fahrzeug fährt durch einen Gleisbogen mit konstantem Radius und konstanter Geschwindigkeit. Für diesen Fall sind die Bewegungsgleichungen aufzustellen. Daraus lassen sich dann die Gleichungen für die quasistatische Bogenfahrt und das Stabilitätsverhalten in der Geraden ableiten. Zunächst werden alle Freiheitsgrade berücksichtigt. Insbesondere die Bewegungen der Radsätze in vertikaler Richtung und um die Längsachse, für die Zwangsbedingungen gelten, müssen als eigene Gleichungen mitgeführt werden, da man daraus die Normalkräfte in den Berührungspunkten berechnen kann. Jeder Körper wird zunächst durch sechs Gleichungen beschrieben, im Folgenden als x-, y-, z-,  $\varphi$ -,  $\theta$ - und  $\psi$ -Gleichung bezeichnet. Zuletzt wird dann das Gleichungssystem auf die Seitenbewegung beschränkt.

Die Bewegungsgleichungen werden mit Hilfe des Impuls- und Drallsatzes aufgestellt. Es ist zweckmäßig, die Bewegung des Fahrzeuges in dem mitbewegten Referenzsystem B anzugeben, das in Kap. 4.2.2 eingeführt wurde. Gegenüber B führen die Körper nur kleine Bewegungen aus; dadurch lassen sich viele Beziehungen vereinfachen.

Wenn man berücksichtigt, dass sich das Bezugssystem B mit konstanter Geschwindigkeit durch einen Bogen mit konstantem Radius bewegt, lautet der Impulssatz im Bezugssystem B (vergleiche [4]):

$$m_n \cdot (\mathbf{a}_{\text{IB}}^B + \mathbf{a}_{\text{Bn}}^B + 2 \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IB}}^B \cdot \mathbf{v}_{\text{Bn}}^B + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IB}}^B \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IB}}^B \cdot \mathbf{r}_{\text{Bn}}^B) = \mathbf{f}_n^B . \quad (4.6.1)$$

Der Index n steht für einen beliebigen Körper, in unserem Fall also Radsatz oder Fahrzeugkasten.

Die rotatorischen Bewegungen beschreibt der Drallsatz. Die Koordinatensysteme der Körper sind zentrale Hauptachsensysteme, damit lautet der Drallsatz im Bezugssystem B (vergleiche [4]):

$$\begin{aligned} & \mathbf{J}_n^B \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{Bn}}^B + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{Bn}}^B \cdot \mathbf{J}_n^B \cdot \boldsymbol{\omega}_{\text{Bn}}^B + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IB}}^B \cdot \mathbf{J}_n^B \cdot \boldsymbol{\omega}_{\text{IB}}^B \\ & + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IB}}^B \cdot \boldsymbol{\omega}_{\text{Bn}}^B \cdot \text{sp} \mathbf{J}_n + 2 \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{Bn}}^B \cdot \mathbf{J}_n^B \cdot \boldsymbol{\omega}_{\text{IB}}^B = \mathbf{m}_n^B . \end{aligned} \quad (4.6.2)$$

In den beiden Gleichungen bedeuten:

- $m_n$     Masse des Körpers n,
- $\mathbf{J}_n^B$     Trägheitstensor des Körpers n,
- $\text{sp} \mathbf{J}_n$     Spur des Trägheitstensors  $\mathbf{J}_n^B$ ,
- $\mathbf{r}_{\text{Bn}}^B$     Ortsvektor zum Schwerpunkt des Körpers n,
- $\mathbf{v}_{\text{Bn}}^B$     Geschwindigkeitsvektor des Körpers n gegenüber dem Bezugssystem B,

$\mathbf{a}_{IB}^B$	Beschleunigungsvektor des Bezugssystems B gegenüber dem Inertialsystem I,
$\mathbf{a}_{Bn}^B$	Beschleunigungsvektor des Körpers n gegenüber dem Bezugssystem B,
$\boldsymbol{\omega}_{IB}^B$	Drehgeschwindigkeitssvektor des Bezugssystems B gegenüber dem Inertialsystem I,
$\boldsymbol{\omega}_{Bn}^B$	Drehgeschwindigkeitssvektor des Körpers n gegenüber dem Bezugssystem B,
$\mathbf{f}_n^B$	Summe der am Körper n angreifenden äußeren Kräfte,
$\mathbf{m}_n^B$	Summe der am Körper n angreifenden äußeren Momente.
$\tilde{\boldsymbol{\omega}}$	schiefsymmetrischer Tensor des Vektors $\boldsymbol{\omega}$ .

Mit (4.6.1) und (4.6.2) werden die Bewegungsgleichungen des Fahrzeugkastens und der Radsätze aufgestellt. Im nächsten Schritt wird eine kleine Bewegung um eine Gleichgewichtslage betrachtet. Die Zustandsvariablen werden in zwei Anteile

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}} \quad (4.6.3)$$

aufgespalten. Dabei bedeuten  $\bar{\mathbf{u}}$  die Gleichgewichtslage und  $\tilde{\mathbf{u}}$  eine kleine Abweichung von ihr. Daraus werden dann die Gleichungen für die quasistatische Bogenfahrt und das Stabilitätsverhalten in der Geraden gewonnen. Die einzelnen Radsätze werden durch den Index  $j = 1, 2, 3$  gekennzeichnet.

#### 4.6.2 Fahrzeugkasten, Annahmen und Vereinfachungen

In den Kapiteln 4.6.4 und 4.6.5 wird vereinbart, dass das Fahrzeug in Längsrichtung keinen Freiheitsgrad besitzt, daher gibt es in x-Richtung im Fahrzeugmodell keine elastischen Verbindungselemente aus Federn und Dämpfern. Man kann aber die x-Gleichung nach der Längsverbindungskraft  $F_{VKx}$  auflösen und erhält damit die Zug- oder Bremskraft, die an dem Fahrzeug wirkt. Die Zugkraft  $Z$  sei positiv, wenn das Fahrzeug einen fiktiven angehängten Wagenzug zieht, und negativ, wenn es geschoben wird. Sie setzt sich aus den Zugkräften der Radsätze (4.6.7) zusammen,

$$Z = -F_{VKx} = Z_{R1} + Z_{R2} + Z_{R3}. \quad (4.6.4)$$

Auch in vertikaler Richtung besitzt der Fahrzeugkasten keinen Freiheitsgrad und keine Verbindungselemente. Die Verbindungskraft zu den Radsätzen  $F_{VKz}$  erhält man aus dem Gleichgewicht in dieser Koordinatenrichtung,

$$F_{VKz} = -m_K \cdot \left( g + \frac{v_0^2}{R} \cdot \varphi_{\bar{u}} \right). \quad (4.6.5)$$

Der Einfluss einer Zugkraft auf das Nickmoment und damit letztlich auf die Radnormalkräfte wird vernachlässigt.

Bezüglich des Schwerpunktes liefern die Gewichtskraft und die Fliehkraft kein Rollmoment, da sie dort angreifen. Allerdings bewirken die Reaktionskräfte in den Federn zu den Radsätzen ein Moment um die Längsachse. Dieses Moment muss durch die Drehfedern zwischen dem Fahrzeugkasten und den Radsätzen mit den Steifigkeiten  $c_{\varphi 1}$  und  $c_{\varphi 2}$  kompensiert werden. Beiträge zu diesem Rollmoment liefern zum einen die Federkräfte in Querrichtung und zum anderen aber auch die Abstützung der Gewichtskraft, wenn der Schwerpunkt quer ausgelenkt ist. Da die Gewichtskraft im Vergleich zu anderen Kräften groß ist, wird dieser Einfluss nicht vernachlässigt.

Die Gewichtskraft des Fahrzeugkastens stützt sich zu gleichen Teilen auf jeden der drei Radsätze ab. Die Lage der Stützkraft  $F_{VKz}$  nach Gleichung (4.6.5) ist in Bild 4.6.1 dargestellt.

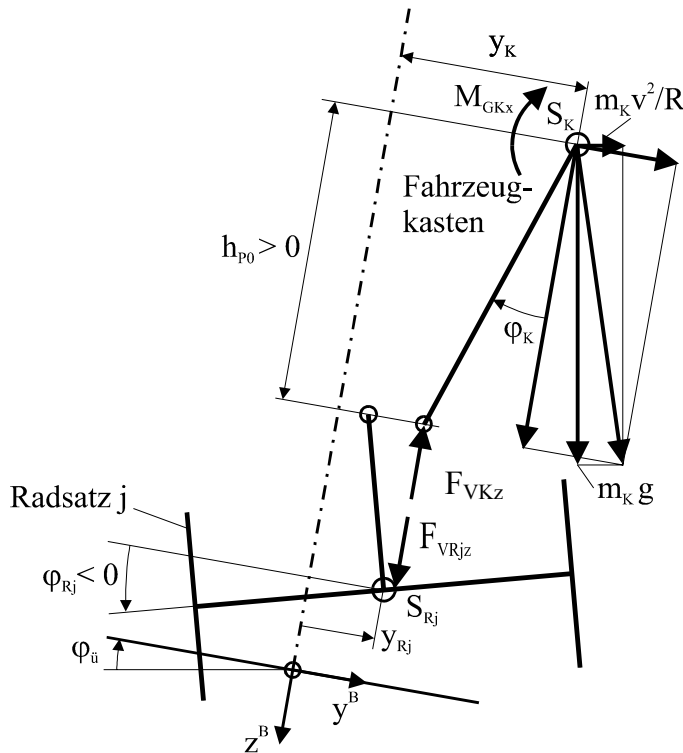


Bild 4.6.1: Gewichtskraft am ausgelenkten Fahrzeugkasten

Durch die Querauslenkung des Schwerpunktes wirkt auf den Fahrzeugkasten das Rollmoment

$$M_{GKx} = m_K \cdot g \cdot h_{p0} \cdot \varphi_K \quad (4.6.6)$$

Der Term  $\frac{v_0^2}{R} \cdot \varphi_{\ddot{u}}$  wurde dabei gegenüber  $g$  vernachlässigt. Das Rollmoment, das durch die Stützkraft  $F_{VRjz}$  nach Gleichung (4.6.8) auf die Radsätze wirkt, ist klein und kann ebenfalls vernachlässigt werden.



### 4.6.3 Radsatz, Annahmen und Vereinfachungen

Wie für den Fahrzeugkasten können die x-Gleichungen der Radsätze zur Bestimmung der Zugkräfte  $Z_{Rj}$  herangezogen werden. Die Zugkraft am Radumfang wird durch die Längsschlupfkraft erzeugt, und wenn man den Einfluss der Drehwinkel vernachlässigt, erhält man

$$Z_{Rj} = -F_{VRjx} = -f_{txlj} - f_{txrj} . \quad (4.6.7)$$

Auch in vertikaler Richtung besitzt der Radsatz keinen Freiheitsgrad. Die Massenkraftkomponenten und -momente des realen Fahrzeugkastens werden über Federn auf die Radsätze übertragen. Allerdings ist in dem Modell, das nur die Seitenbewegung betrachtet, keine Vertikalfeder vorgesehen. Die Massenkraftkomponente in z-Richtung ist aber notwendig, um die Normalkräfte in den Kontaktpunkten zu bestimmen. Die vertikale Verbindungskraft des Fahrzeugkastens, (4.6.5), wird anteilmäßig auf die drei Radsätze aufgeteilt,

$$F_{VRjz} = -\frac{1}{3} \cdot F_{VKz} = \frac{1}{3} \cdot m_K \cdot \left( g + \frac{v_0^2}{R} \cdot \varphi_u \right) . \quad (4.6.8)$$

### 4.6.4 Stabilität im geraden Gleis

Die Aufgabe besteht darin, eine Parameterkombination zu finden, mit der das Fahrzeug in vorgegebenen Bereichen der Geschwindigkeit und der Konizität möglichst stabil fährt. Die Stabilität wird im geraden Gleis geprüft. Die Werte, die in der Geraden gelten, werden durch den Index 0 gekennzeichnet. Die Gleichung (4.6.3) lautet dann

$$u = u_0 + \tilde{u} . \quad (4.6.9)$$

In der Mittelstellung im geraden Gleis sind alle Zustandsvariablen null,

$$u_0 = 0 , \quad u = \tilde{u} . \quad (4.6.10)$$

Für Kontaktwinkel, Rollradien und Berührungspunktslage gelten

$$\delta_{ji0} = \delta_0 , \quad (4.6.11)$$

$$r_{ji0} = r_0 , \quad (4.6.12)$$

$$\Delta b_{ji0} = 0 , \quad i = l, r , \quad j = 1, 2, 3 . \quad (4.6.13)$$

Zunächst wurden für die Körper alle sechs Freiheitsgrade berücksichtigt. Um das Verfahren zu vereinfachen, wird das Modell auf die Beschreibung der Seitenbewegung, die entscheidend für das Stabilitätsverhalten ist, beschränkt. Damit werden für den Fahrzeugkasten jetzt folgende Einschränkungen gemacht: Er bewegt sich in Längsrichtung mit konstanter Geschwindigkeit  $v$ , damit entfällt dieser Freiheitsgrad. Ebenso werden

Nicken und Tauchen nicht betrachtet. Schließlich bleiben als Freiheitsgrade  $\tilde{y}_K$ ,  $\tilde{\varphi}_K$  und  $\tilde{\psi}_K$  übrig.  $\tilde{y}_K$  ist die Translation in Richtung der  $y^B$ -Achse,  $\tilde{\varphi}_K$  ist die Drehung um die Längsachse und  $\tilde{\psi}_K$  die Drehung um die Hochachse gegenüber dem Bezugssystem B.

Ebenso bewegen sich die Radsätze in Längsrichtung mit konstanter Geschwindigkeit  $v$ . Auch dieser Freiheitsgrad entfällt. Des weiteren ist die Rotation um die Radsatzdrehachse kein Freiheitsgrad, es wird nur der stationäre Zustand  $\tilde{\vartheta} = 0$  betrachtet. Gleichung (4.4.1) wird zu

$$\dot{\vartheta} = -\frac{v_0 + \Delta v}{r_0}. \quad (4.6.14)$$

Für die Radsätze bleiben schließlich als Freiheitsgrade  $\tilde{y}_{Rj}$ , und  $\tilde{\psi}_{Rj}$  übrig.

In den Bewegungsgleichungen kommen die Normalkräfte in den Kontaktpunkten  $f_{nlj}$  und  $f_{nrj}$  vor. Sie können aus den  $z$ - und  $\varphi$ -Gleichungen berechnet werden. Die Normalkräfte werden dann in die übrigen Gleichungen eingesetzt und damit eliminiert. Allerdings gehen die Normalkräfte noch explizit in die Kraftschlussbeziehungen (4.5.1) ein. Hierfür wird der Gleichgewichtswert

$$f_{nij0} = \frac{1}{\cos \delta_0} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot m_j + \frac{1}{6} \cdot m_K \right) \cdot g \quad (4.6.15)$$

eingesetzt.

Produkte kleiner Größen werden vernachlässigt und die Rad-Schiene-Parameter (4.3.6) bis (4.3.10) verwendet. Schließlich bilden die  $y$ - und  $\psi$ -Gleichungen der Radsätze und die  $y$ -,  $\varphi$ - und  $\psi$ -Gleichungen des Fahrzeugkastens ein neundimensionales Gleichungssystem zweiter Ordnung,

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\tilde{\mathbf{u}}} + \mathbf{D} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}} + \mathbf{C} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0}. \quad (4.6.16)$$

Der Zustandsvektor lautet

$$\tilde{\mathbf{u}} = (\tilde{y}_{R1} \ \tilde{\psi}_{R1} \ \tilde{y}_{R2} \ \tilde{\psi}_{R2} \ \tilde{y}_{R3} \ \tilde{\psi}_{R3} \ \tilde{y}_K \ \tilde{\varphi}_K \ \tilde{\psi}_K)^T. \quad (4.6.17)$$

Die Matrizen  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{C}$  sind in Anhang A.1 angegeben.

Wenn man von links mit  $\mathbf{M}^{-1}$  multipliziert, geht Gleichung (4.6.16) in

$$\ddot{\tilde{\mathbf{u}}} + \mathbf{D}^* \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}} + \mathbf{C}^* \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (4.6.18)$$

über. Dieses Gleichungssystem wird in ein 18-dimensionales System erster Ordnung

$$\begin{bmatrix} \ddot{\tilde{\mathbf{u}}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{u}}} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{u}}} \\ \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{D}^* & -\mathbf{C}^* \\ \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{u}}} \\ \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \quad (4.6.19)$$

übergeführt, mit der Einheitsmatrix  $\mathbf{E}$ .

Die Stabilität des Systems wird anhand der Eigenwerte  $\lambda_{EW}$  der Matrix  $\mathbf{A}$  beurteilt. Sie können aus der charakteristischen Gleichung

$$\det(\mathbf{A} - \lambda_{EW} \cdot \mathbf{E}) = 0 \quad (4.6.20)$$

gewonnen werden. Den zu einem  $\lambda_{EW}$  gehörigen Eigenvektor  $\mathbf{U}$  erhält man aus

$$(\mathbf{A} - \lambda_{EW} \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{U} = \mathbf{0}. \quad (4.6.22)$$

Das Rechenprogramm [38], mit dem die Beispiele berechnet wurden, stellt allerdings nicht das charakteristische Polynom (4.6.20) auf, sondern wendet das QR-Verfahren mit vorausgehender Transformation der Matrix  $\mathbf{A}$  auf obere Hessenbergform an.

Als Kriterium für die Stabilität wird die kleinste Restdämpfung  $D$  aller Eigenwerte herangezogen.  $D$  ist definiert

$$D = \frac{-\operatorname{Re}}{\sqrt{\operatorname{Re}^2 + \operatorname{Im}^2}}, \quad (4.6.23)$$

mit  $\operatorname{Re}$ , dem Realteil, und  $\operatorname{Im}$ , dem Imaginärteil, des Eigenwertes  $\lambda_{EW}$ .

#### 4.6.5 Quasistatische Bogenfahrt

Neben der Stabilität ist das Verhalten des Fahrzeuges im Gleisbogen das zweite wesentliche Kriterium für die Güte einer Parameterkombination. Insbesondere ist zu prüfen, inwieweit sich die Radsätze radial einstellen. Hierfür wird der quasistatische Zustand untersucht. Die Abweichung von der Gleichgewichtslage in Gleichung (4.6.3) wird null gesetzt,

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}. \quad (4.6.24)$$

In den Bewegungsgleichungen wurden zunächst für die Körper alle sechs Freiheitsgrade berücksichtigt. Für den Fahrzeugkasten werden die gleichen Einschränkungen gemacht wie in der Stabilitätsuntersuchung: Es bleiben als Freiheitsgrade nur  $\bar{y}_K$ ,  $\bar{\varphi}_K$  und  $\bar{\psi}_K$  übrig.

Die Radsätze bewegen sich in Längsrichtung mit konstanter Geschwindigkeit  $v$ , dieser Freiheitsgrad entfällt. Allerdings werden die x-Gleichungen zur Bestimmung der Zugkräfte herangezogen, siehe Gleichungen (4.6.4) und (4.6.7). Auch die Rotation um die Radsatzdrehachse ist kein Freiheitsgrad, für den stationären Zustand  $\tilde{\mathbf{\vartheta}} = \mathbf{0}$  gilt Gleichung (4.6.14). Neben den Variablen  $\bar{y}_{Rj}$  und  $\bar{\psi}_{Rj}$  sind auch die Normalkräfte  $f_{njl}$  und  $f_{njr}$  in den Kontaktpunkten unbekannt. Zu deren Bestimmung werden die z- und  $\varphi$ -Gleichungen verwendet. Allerdings bleiben im Gegensatz zu Kapitel 4.6.4 diese Gleichungen erhalten, und die Normalkräfte werden nicht eliminiert. Sie werden als Variable in die Lösung des Gleichungssystems einbezogen und sind Bestandteile des Zustandsvektors

$$\bar{\mathbf{u}} = (\bar{y}_{R1} \ \bar{\psi}_{R1} \ \bar{f}_{nl1} \ \bar{f}_{nr1} \ \bar{y}_{R2} \ \bar{\psi}_{R2} \ \bar{f}_{nl2} \ \bar{f}_{nr2} \ \bar{y}_{R3} \ \bar{\psi}_{R3} \ \bar{f}_{nl3} \ \bar{f}_{nr3} \ \bar{y}_K \ \bar{\phi}_K \ \bar{\psi}_K)^T. \quad (4.6.25)$$

Die y-, z-,  $\phi$ - und  $\psi$ -Gleichungen der Radsätze und die y-,  $\phi$ - und  $\psi$ -Gleichungen des Fahrzeugkastens bilden das Gleichungssystem

$$\mathbf{f}(\bar{\mathbf{u}}) = \mathbf{0}. \quad (4.6.26)$$

Diese 15 Gleichungen sind in Anhang A.2 angegeben.

Die Lösung dieses Gleichungssystems liefert den Zustandsvektor  $\bar{\mathbf{u}}$ . Sie wird mit Hilfe des mehrstelligen Newtonverfahrens

$$\bar{\mathbf{u}}_{k+1} = \bar{\mathbf{u}}_k - \mathbf{J}^{-1} \cdot \mathbf{f}(\bar{\mathbf{u}}_k), \quad (4.6.27)$$

bestimmt, mit der Jacobi-Matrix

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \bar{u}_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \bar{u}_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \bar{u}_{15}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \bar{u}_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \bar{u}_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial \bar{u}_{15}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_{15}}{\partial \bar{u}_1} & \frac{\partial f_{15}}{\partial \bar{u}_2} & \dots & \frac{\partial f_{15}}{\partial \bar{u}_{15}} \end{bmatrix}. \quad (4.6.28)$$

$\bar{\mathbf{u}}_{k+1}$  ist eine bessere Näherung als  $\bar{\mathbf{u}}_k$  für die Lösung des Gleichungssystems (4.6.26). Die Berechnung wird so lange wiederholt, bis  $\mathbf{f}(\bar{\mathbf{u}})$  innerhalb einer Fehlerschranke liegt.  $\bar{\mathbf{u}}$  ist dann eine ausreichende Näherung für den quasistatischen Zustand im Gleisbogen.

## 5. Stabilität

### 5.1 Optimale Parameter für Stabilität

#### 5.1.1 Verfahren

Ein Fahrzeugdatensatz besteht aus den Parametern, die in Kapitel 4.1, Tabelle 4.1.1 angegeben sind. Um Aussagen über die Stabilität machen zu können, müssen neben diesen Fahrzeugparametern auch die Rad-Schiene-Geometrie, ausgedrückt durch den Kontaktwinkel  $\delta_0$  und die Krümmungsradien von Rad und Schiene  $\rho_0$  und  $\rho_{s0}$ , sowie die konstante Fahrgeschwindigkeit  $v$  und die nominelle Schlupfgeschwindigkeit  $\Delta v$  bekannt sein. Mit Hilfe einer Eigenwertanalyse kann die Stabilität eines Fahrzeuges, das durch diesen erweiterten Datensatz beschrieben wird, geprüft werden.

Je nach Wahl der Parameterwerte wird das Fahrzeug mehr oder weniger stabiles Verhalten aufweisen. In diesem Kapitel wird ein Weg aufgezeigt, wie diejenigen Werte gefunden werden können, die die größtmögliche Stabilität ergeben. In der Praxis können die Parameter nicht beliebige Werte annehmen. Als Randbedingungen dürfen also bestimmte Grenzwerte nicht überschritten werden.

Der optimale Parametersatz für Stabilität wird iterativ bestimmt. Jeder Durchlauf besteht aus vier Schritten. Sie sind in Bild 5.1.1 schematisch dargestellt und werden im Folgenden erläutert:

#### Schritt 1

Ausgehend von einem Fahrzeugdatensatz werden für eine Konizität  $\lambda$  und eine Geschwindigkeit  $v$  die Eigenwerte berechnet. (In Kapitel 5.5 werden sie genauer untersucht.) Von diesen Eigenwerten gibt es einen, der das kleinste Dämpfungsmaß  $D_1 = D_{\min}$  nach Formel (4.6.23) aufweist.

Neben der Geschwindigkeit  $v$  hat die Konizität  $\lambda$  einen wesentlichen Einfluss auf die Stabilität.  $\lambda$  wird nach Beziehung (4.3.6) berechnet. Wenn man annimmt, dass die Krümmungsradien  $\rho_0$  und  $\rho_{s0}$  im Kontaktpunkt bekannt sind, dann ist mit Beziehung (4.3.6) auch der Kontaktwinkel  $\delta_0$  festgelegt. Allerdings kann die Formel nicht nach dem Kontaktwinkel aufgelöst werden, er wird iterativ bestimmt.

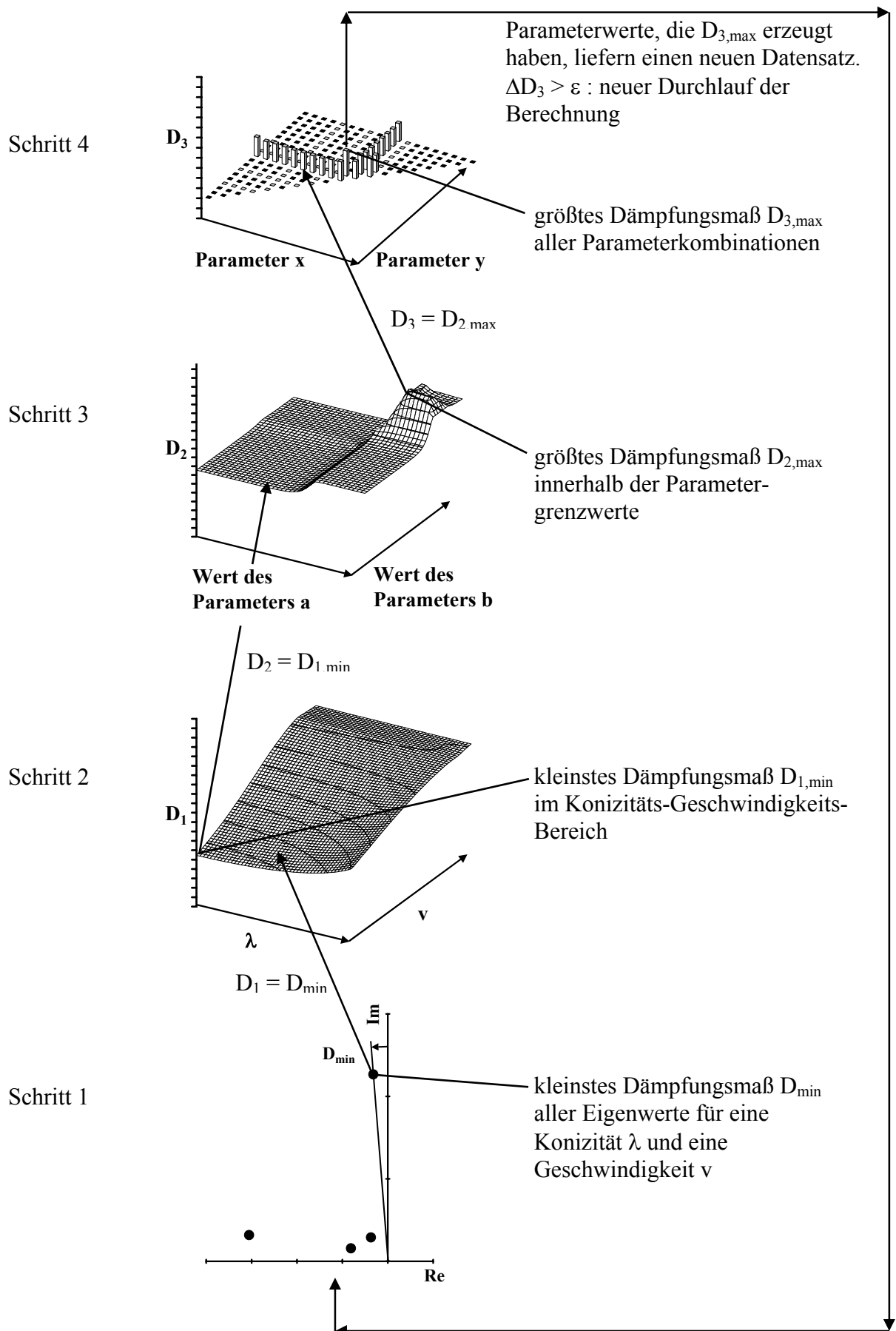


Bild 5.1.1: Optimierung der Stabilität

## Schritt 2

Für  $\lambda$  und  $v$  werden Unter- und Obergrenzen festgelegt, innerhalb derer das Fahrzeug eingesetzt wird. Eine Untergrenze für  $v$  ist nötig, weil zum einen das Modell nicht für  $v = 0$  anwendbar ist –  $v$  kommt in den Schlupfbeziehungen im Nenner vor – und weil zum anderen für sehr kleine Geschwindigkeiten Eigenwerte mit formal zu geringen Restdämpfungen auftreten können, die aber für das praktische Verhalten des Fahrzeuges unkritisch sind.

Innerhalb des definierten Bereichs von  $\lambda$  und  $v$  wird der kleinste Wert des Dämpfungsmaßes nach Schritt 1 bestimmt,  $D_2 = D_{1,\min}$ . Diese Abhängigkeit von  $\lambda$  und  $v$  ist beispielsweise als Fläche im Bild 5.1.8 farbig dargestellt. Werte unter 0 sind rot, zwischen 0 und 0,05 gelb und über 0,05 grün gekennzeichnet.

In Schritt 1 wurde der Kontaktwinkel aus der Kenntnis der Konizität und der Krümmungsradien iterativ bestimmt. Wenn nun in Schritt 2 die Konizität verschiedene Werte durchläuft, dann wird angenommen, dass die Krümmungsradien unverändert bleiben, und der Kontaktwinkel wird jeweils neu berechnet.

## Schritt 3

Im nächsten Schritt werden nun zwei Parameter herausgegriffen. Wie oben beschrieben, können sie sich nur zwischen bestimmten Grenzwerten bewegen. Die beiden Parameter werden innerhalb dieser Grenzen variiert. Damit ergibt sich ein zweidimensionales Feld.

Die beiden Parameter durchlaufen Werte zwischen einer Untergrenze, die auch null sein kann, und einer Obergrenze. Für jedes Wertepaar wird nun ein Konizitäts-Geschwindigkeits-Bereich abgesucht, und der kleinste Wert des Dämpfungsmaßes, der sich dort ergibt, wird, wie in Schritt 2 beschrieben, ermittelt. Von diesen Werten wird der größte, der in dem gesamten Parameterfeld gefunden wird, und die zugehörigen Parameterwerte festgehalten,  $D_3 = D_{2,\max}$ . Beispielsweise ist in Bild 5.2.3  $D_2$  in Abhängigkeit von zwei Parametern dargestellt.

## Schritt 4

Von den in die Optimierung einbezogenen Parametern wird nun jeder mit jedem kombiniert. Damit erhält man eine Dreiecksmatrix ohne die Hauptdiagonalelemente, da die Kombination eines Parameters mit sich selbst unnötig ist. Für  $n$  Parameter ergeben sich  $n \cdot (n-1)/2$  Kombinationen. Bild 5.1.2 und 5.1.4 sind Beispiele für Ergebnisse dieser Zweierkombinationen. Auf den Achsen sind die Parameter dargestellt, die in die Optimierung einbezogen werden. Die Parameter sind durch Nummern gekennzeichnet; die

Zuordnung ist in Kapitel 4.1, Tabelle 4.1.1 angegeben. Als Beispiel sei Bild 5.1.10 herausgegriffen. Auf der einen Diagrammachse stehen die Nummern 9 bis 27, auf der anderen die Nummern 10 bis 28. In diesem Fall werden also alle Steifigkeiten und Dämpfungen der Optimierung unterworfen. Das Ergebnis, das sich für jede Kombination zweier Parameter, wie in Schritt 3 beschrieben, ergibt, wird als Säule dargestellt. So lange man keinen optimalen Parametersatz gefunden hat, sind diese Säulenwerte nicht alle gleich. Ein Beispiel hierfür ist Bild 5.1.2.

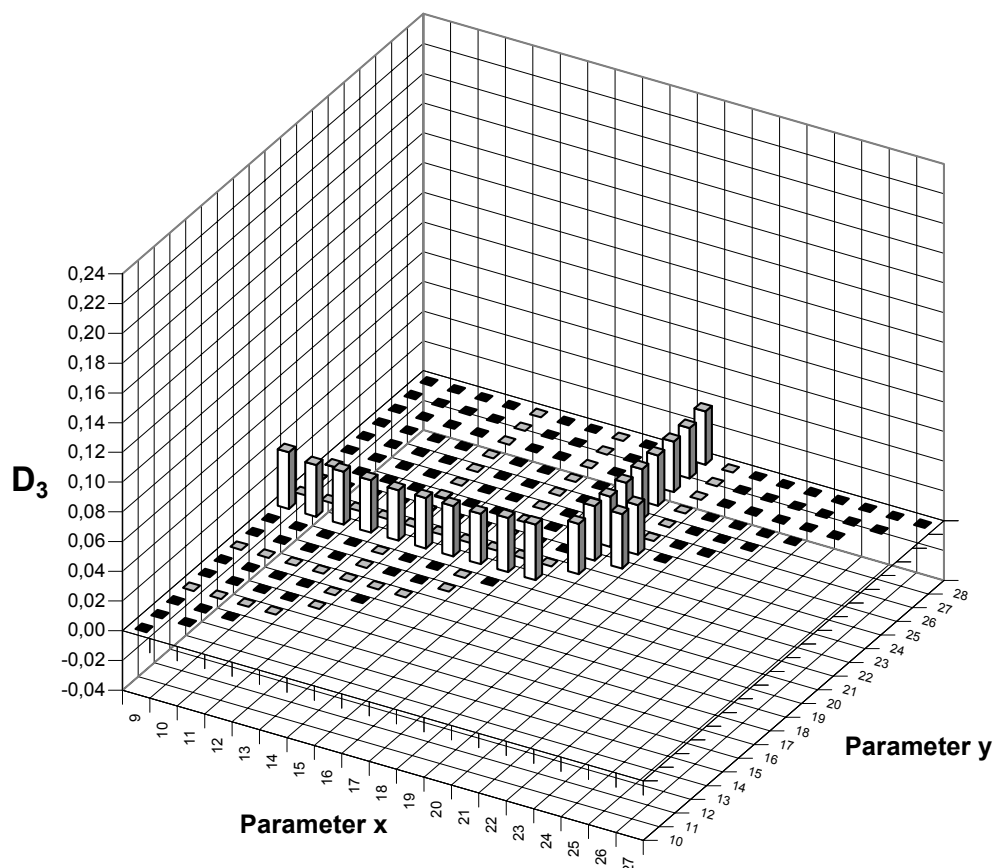


Bild 5.1.2: Dämpfungsmaß  $D_3$ , Beispiel für nichtoptimale Parameterwerte

Man nimmt den größten Säulenwert  $D_{3,\max}$ , hält die zugehörigen Parameter  $x$  und  $y$  fest und sieht nach, welche Parameterwerte ihn erzeugt haben. Von dem Ausgangsdatensatz bleiben alle Werte bis auf die beiden Parameter  $x$  und  $y$  unverändert. Deren Werte werden nun durch diejenigen ersetzt, die den größten Säulenwert hervorgebracht haben. Damit erhält man einen neuen Datensatz für einen weiteren Durchlauf der Berechnung. Das nächste Mal wird wieder ein Säulendiagramm erzeugt, wobei keine Säule kleiner ist, als die größte im Durchlauf zuvor gefundene. Ist das Optimum noch nicht erreicht, wird es Säulen geben, die größer sind. Dann wird entsprechend ein neuer Datensatz bestimmt. Wenn alle Säulenwerte innerhalb einer Schranke liegen, also praktisch gleich sind, dann ist



das Optimum erreicht. In Bild 5.1.4, 5.1.7, 5.1.10, 5.1.13, 5.1.16 und 5.1.19 ist dieser Zustand dargestellt.

Wenn das Dämpfungsmass  $D_2$  über zwei Parametern aufgetragen wird (Schritt 3), gibt es oft Bereiche, wo die Ergebnisfläche horizontal verläuft. Außerdem können innerhalb der betrachteten Parametergrenzen mehrere Maxima liegen. Einerseits stehen auch für solche Anwendungsfälle mathematische Optimierungsverfahren zur Verfügung, andererseits sollte für die Anwendung in der Praxis ein möglichst einfaches Verfahren gefunden werden. Die Wahl fiel deshalb auf die Ausschöpfende Suche. Sie lässt sich leicht in Rechenprogramme umsetzen.

### 5.1.2 Beispiele

Wenn ein Fahrzeug ausgelegt wird, sind in der Regel Massen und Abmessungen durch vielerlei Randbedingungen festgelegt oder in so geringem Umfang veränderbar, dass eine freizügige Variation zur Optimierung der Stabilität nicht möglich ist. In den folgenden Beispielen wird daher ein Fahrzeug mit seinen Massen und Abmessungen als gegeben betrachtet, und nur Steifigkeiten und Dämpfungen dürfen in weiten Grenzen verändert werden. Für die Steifigkeiten und Dämpfungen werden Obergrenzen definiert, die nicht überschritten werden dürfen. Ansonsten darf der Parameter jeden beliebigen Wert zwischen null und dieser Obergrenze annehmen. Um zu sehen, wie diese maximal erlaubten Werte das Ergebnis beeinflussen, werden die Optimierungen mit zwei unterschiedlichen maximalen Steifigkeiten durchlaufen. Der eine Grenzwert,  $10^7$  N/m beziehungsweise Nm/rad, ist mit herkömmlichen Bauteilen leicht realisierbar; den anderen,  $10^8$ , können einige Parameter erreichen, einige hingegen mit üblichen Mitteln nicht verwirklichen. Bei der praktischen Anwendung dieses Verfahrens können diese Werte individuell für die einzelnen Parameter angepasst werden. Die Obergrenze für die Dämpfungswerte wurde mit  $10^5$  Ns/m beziehungsweise Nms/rad gewählt. Dieses Niveau ist mit hydraulischen Dämpfern erreichbar.

Wenn Steifigkeiten zwischen Körpern klein werden, dann treten bei gleichen Kräften große Relativwege auf. Andererseits darf beispielsweise die Bewegung des Fahrzeugkastens nicht zu groß werden, damit das Fahrzeugprofil nicht verletzt wird. Daher kann es für bestimmte Steifigkeiten notwendig werden, auch Untergrenzen festzulegen. Dieser Gesichtspunkt wird hier außer acht gelassen, die Steifigkeiten dürfen sich zwischen null und dem Höchstwert bewegen.

Für ein Beispielfahrzeug werden optimale Parametersätze für Stabilität ermittelt. Für Schritt 2 soll  $\lambda$  zwischen 0,05 und 0,5 und  $v$  zwischen 20 und 80 km/h liegen. Wenn die Parameter in Schritt 3 variiert werden, um das Optimum zu finden, muss die Schrittweite einerseits klein genug sein, um das Optimum zu erfassen, und andererseits möglichst grob, um die Rechenzeit klein zu halten. Es hat sich als guter Kompromiss erwiesen, wenn man in einem logarithmischen Maßstab die Zehnerpotenzen in vier Teile zerlegt. Das heißt, zwei Parameterwerte unterscheiden sich um den Faktor  $f = 10^{0,25} = 1,78$ .

Die Berechnungen wurden an einem Fahrzeug mit den festen Parametern der Tabelle 5.1.1 durchgeführt.

Masse Fahrzeugkasten	$m_K$	= 30000 kg
Trägheitsmoment Fahrzeugkasten um x-Achse	$J_{xK}$	= 25000 kgm <sup>2</sup>
Trägheitsmoment Fahrzeugkasten um z-Achse	$J_{zK}$	= 80000 kgm <sup>2</sup>
Masse End- und Mittel-Radsatz	$m_{R1} = m_{R2}$	= 2000 kg
Trägheitsmoment End- und Mittel-Radsatz um y-Achse	$J_{yR1} = J_{yR2}$	= 500 kgm <sup>2</sup>
Trägheitsmoment End- und Mittel-Radsatz um x- und z-Achse	$J_{zR1} = J_{zR2}$	= 1000 kgm <sup>2</sup>
Radsatzabstand	$a$	= 2 m
Höhe Schwerpunkt Radsatz - Querfeder	$h_p$	= 0 m
Höhe Schwerpunkt Fahrzeugkasten - Querfeder	$h_{p0}$	= 1,5 m
Radradius	$r_0$	= 0,5 m
Halber Querabstand der Radaufstandspunkte	$b_0$	= 0,75 m

Tabelle 5.1.1: Feste Fahrzeugparameter

Das Optimierungsverfahren wird nun auf drei verschiedene Konfigurationen mit je zwei Varianten angewendet.

### Konfiguration 1, Ideale Radialsteuerung

In dieser Konfiguration sind nur Steifigkeiten erlaubt, die die radiale Einstellung der Endradsätze im Bogen und die Querverschiebung des Mittellradsatzes nicht behindern. Die Federn  $c_{y2}$ ,  $c_{\psi1}$ ,  $c_{\psi12}$  und  $c_{\psi13}$  sind nicht vorhanden. Die beiden Varianten 1a und 1b unterscheiden sich durch die erlaubte Obergrenze der Steifigkeiten. In Tabelle 5.1.5 und 5.1.6 sowie in Bild 5.1.3 und 5.1.6 sind sowohl die maximalen als auch die optimalen Werte angegeben. Die  $\lambda$ -V-Diagramme sind in Bild 5.1.5 und 5.1.8 dargestellt.

### Konfiguration 2, Kombinierte Radsatzführung

In dieser Konfiguration sind alle Steifigkeiten erlaubt. Eine zumindest teilweise radiale Einstellung der Radsätze soll möglich sein, deshalb ist die Obergrenze für die Federn  $c_{y2}$ ,  $c_{\psi1}$ ,  $c_{\psi12}$  und  $c_{\psi13}$  herabgesetzt. Die beiden Varianten 2a und 2b unterscheiden sich wieder durch die erlaubte Obergrenze der Steifigkeiten. In Tabelle 5.1.5 und 5.1.6 sowie in Bild 5.1.9 und 5.1.12 sind die maximalen und die optimalen Werte angegeben. Die  $\lambda$ -V-Diagramme sind in Bild 5.1.11 und 5.1.14 dargestellt

### Konfiguration 3, Konventionelle Radsatzführung

Diese Konfiguration betrachtet ein Fahrzeug mit konventioneller Radsatzführung, es gibt keine Koppel-Steifigkeiten und -Dämpfungen. Die Obergrenze für die Feder  $c_{y2}$  ist herabgesetzt, um ein Zwängen im Bogen zu vermeiden. Auch hier unterscheiden sich die beiden Varianten 3a und 3b durch die erlaubte Obergrenze der Steifigkeiten. In Tabelle 5.1.5 und 5.1.6 sowie in Bild 5.1.15 und 5.1.18 sind sowohl die maximalen als auch die optimalen Werte angegeben. Die  $\lambda$ -V-Diagramme sind in Bild 5.1.17 und 5.1.20 dargestellt.

### Ergebnisse

In dem Konizitäts-Geschwindigkeits-Feld  $0,05 < \lambda < 0,5$  und  $20 \text{ km/h} < v < 80 \text{ km/h}$  erhält man für die insgesamt sechs Varianten folgende kleinste Dämpfungsmaße  $D_2 = D_{1,\min}$ :

Variante	$D_2$
1a	0,049
1b	0,070
2a	0,057
2b	0,086
3a	0,025
3b	0,201

Tabelle 5.1.2: Dämpfungsmaße  $D_2$

Ein Vergleich der drei Konfigurationen und sechs Varianten zeigt folgende Ergebnisse:

Wenn man ein Dämpfungsmaß von mindestens 0,05 verlangt, dann weisen die Varianten 1a und 3a keine ausreichende Stabilität auf.

Die optimalen Parameterwerte hängen von den Randbedingungen – den Bereichsgrenzen, innerhalb derer die Werte liegen dürfen - ab. Andere Grenzwerte für Parameter haben nicht immer nur einen skalierenden Effekt, sondern können die optimalen Parameterwerte sprunghaft verändern. Höhere Grenzwerte für Steifigkeiten führen zu einem Parametersatz, der eine größere Stabilität aufweist. Die Obergrenzen werden nur von einem Teil der Parameter ausgeschöpft.

Ein Fahrzeug mit der Möglichkeit idealer Radialstellung ist in dem betrachteten Einsatzbereich und unter Zulassung ausreichend hoher Grenzsteifigkeiten stabil.

Wenn man Steifigkeiten, die zwar einer radialen Einstellung entgegenstehen, mit kleinen Werten zulässt, so dass sie tatsächlich die Radialstellung nicht wesentlich behindern, dann erhöht sich die Stabilität des Fahrzeuges.

Wenn die Obergrenzen von Steifigkeiten ausreichend hoch sind, dann ist mit einem konventionellen Fahrzeug in dem gewählten Konizitäts-Geschwindigkeits-Bereich die höchste Stabilität erreichbar.

Die Obergrenzen des gewählten Konizitäts-Geschwindigkeits-Feldes wurden mit  $v = 80 \text{ km/h}$  und  $\lambda = 0,5$  festgelegt. Einige Varianten sind jedoch in der Lage, in einem größeren Bereich stabil zu fahren, wie zum Beispiel ein Vergleich der Varianten 1b, 2b und 3b, die jeweils in ihrer Kategorie die höchste Stabilität aufweisen, zeigt (Bild 5.1.8, 5.1.14 und 5.1.20). Wenn man wie bisher als Kriterium für die Stabilität  $D_1 \geq 0,05$  fordert, kann man bis zu einer Konizität von  $\lambda = 0,5$  noch mit den Geschwindigkeiten der Tabelle 5.1.3 fahren (auf 5 km/h abgerundet). Dieser Grenzwert wird als kritische Geschwindigkeit  $v_{\text{krit}}$  bezeichnet.

Variante	$v_{\text{krit}}$ [km/h]
1b	105
2b	115
3b	95

Tabelle 5.1.3: kritische Geschwindigkeit  $v_{\text{krit}}$  für Konizität  $\lambda = 0,5$

Betrachtet man den Bereich der Konizität über  $\lambda = 0,5$  hinaus bis  $\lambda = 1$ , dann kann mit den Geschwindigkeiten der Tabelle 5.1.4 noch stabil gefahren werden (auf 5 km/h abgerundet).

Variante	$v_{\text{krit}}$ [km/h]
1b	100
2b	110
3b	65

Tabelle 5.1.4: kritische Geschwindigkeit  $v_{\text{krit}}$  für Konizität  $\lambda = 1$ 

Obwohl also die Variante 3b mit konventioneller Radsatzführung innerhalb der festgelegten Obergrenzen der Konizität und der Geschwindigkeit die größte Stabilität aufweist, fahren die beiden Varianten 1b und 2b mit Radialsteuerung in einem größeren Konizitäts-Geschwindigkeits-Bereich stabil.

Steifigkeiten		Variante 1a	Variante 1b	Variante 2a	Variante 2b	Variante 3a	Variante 3b
$c_{y1}$ [N/m]	maximal	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$
	optimal	$1,00 \cdot 10^6$	$1,78 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^6$	$1,78 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^7$	$1,00 \cdot 10^7$
$c_{y2}$ [N/m]	maximal	0	0	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$
	optimal	0	0	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$
$c_{\psi 1}$ [Nm/rad]	maximal	0	0	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$
	optimal	0	0	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^7$	$1,00 \cdot 10^8$
$c_{\psi 2}$ [Nm/rad]	maximal	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$
	optimal	$1,00 \cdot 10^2$	$1,00 \cdot 10^5$	$3,16 \cdot 10^5$	$3,16 \cdot 10^5$	$1,78 \cdot 10^6$	$1,00 \cdot 10^8$
$c_{\varphi 1}$ [Nm/rad]	maximal	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$
	optimal	$3,16 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^8$	$5,62 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^8$	$1,00 \cdot 10^7$	$5,62 \cdot 10^5$
$c_{\varphi 2}$ [Nm/rad]	maximal	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$
	optimal	0	$1,00 \cdot 10^8$	0	$1,00 \cdot 10^8$	$3,16 \cdot 10^6$	$3,16 \cdot 10^6$
$c_{y12}$ [N/m]	maximal	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	0	0
	optimal	$1,00 \cdot 10^7$	$1,78 \cdot 10^7$	$1,00 \cdot 10^7$	$1,78 \cdot 10^7$	0	0
$c_{y13}$ [N/m]	maximal	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$	0	0
	optimal	$3,16 \cdot 10^6$	$3,16 \cdot 10^6$	$3,16 \cdot 10^6$	$5,62 \cdot 10^6$	0	0
$c_{\psi 12}$ [Nm/rad]	maximal	0	0	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	0	0
	optimal	0	0	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	0	0
$c_{\psi 13}$ [Nm/rad]	maximal	0	0	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	0	0
	optimal	0	0	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	0	0

Tabelle 5.1.5: Maximale und optimale Werte der Steifigkeiten

Dämpfungen		Variante 1a	Variante 1b	Variante 2a	Variante 2b	Variante 3a	Variante 3b
$d_{y1}$ [Ns/m]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$
	optimal	$5,62 \cdot 10^4$	$5,62 \cdot 10^4$	$5,62 \cdot 10^4$	$5,62 \cdot 10^4$	$1,00 \cdot 10^5$	$5,62 \cdot 10^1$
$d_{y2}$ [Ns/m]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$
	optimal	0	0	0	$3,16 \cdot 10^3$	$1,78 \cdot 10^4$	$1,00 \cdot 10^5$
$d_{\psi 1}$ [Nms/rad]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$
	optimal	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	0	0	$1,00 \cdot 10^5$
$d_{\psi 2}$ [Nms/rad]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$
	optimal	0	0	0	0	0	0
$d_{\phi 1}$ [Nms/rad]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$
	optimal	$3,16 \cdot 10^4$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$
$d_{\phi 2}$ [Nms/rad]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$
	optimal	0	0	0	$1,00 \cdot 10^5$	0	$1,00 \cdot 10^5$
$d_{y12}$ [Ns/m]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	0	0
	optimal	0	0	0	0	0	0
$d_{y13}$ [Ns/m]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	0	0
	optimal	0	$5,62 \cdot 10^1$	0	0	0	0
$d_{\psi 12}$ [Nms/rad]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	0	0
	optimal	0	0	0	0	0	0
$d_{\psi 13}$ [Nms/rad]	maximal	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$	0	0
	optimal	$1,00 \cdot 10^5$	0	0	0	0	0

Tabelle 5.1.6: Maximale und optimale Werte der Dämpfungen

Die Parameter mit einem maßgeblichen Einfluss auf die Stabilität werden im folgenden Kapitel 5.2 anhand einer Sensitivitätsanalyse aufgezeigt.

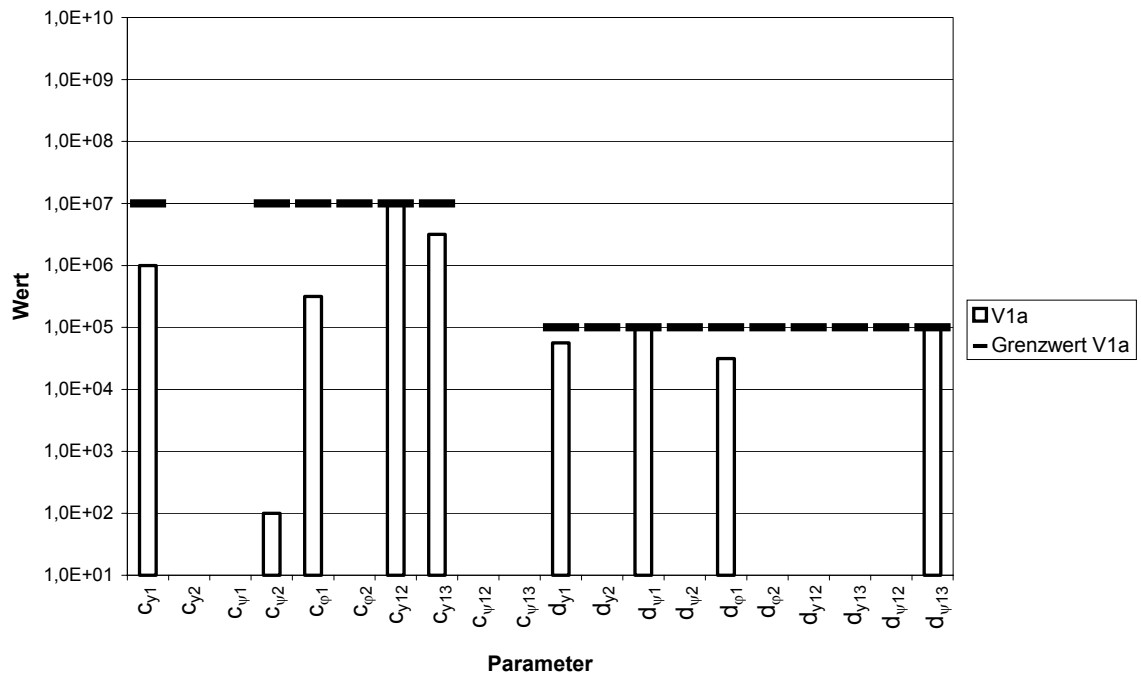
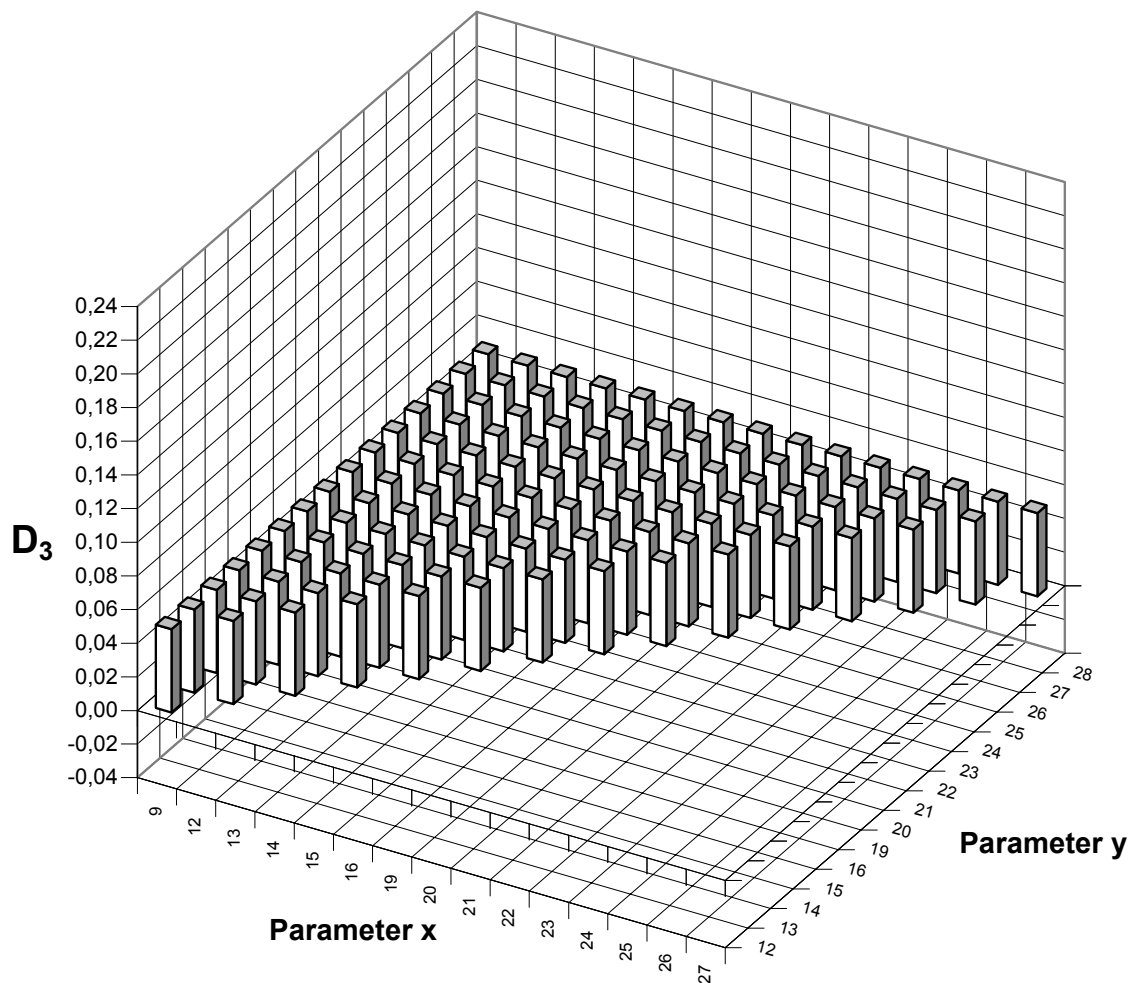
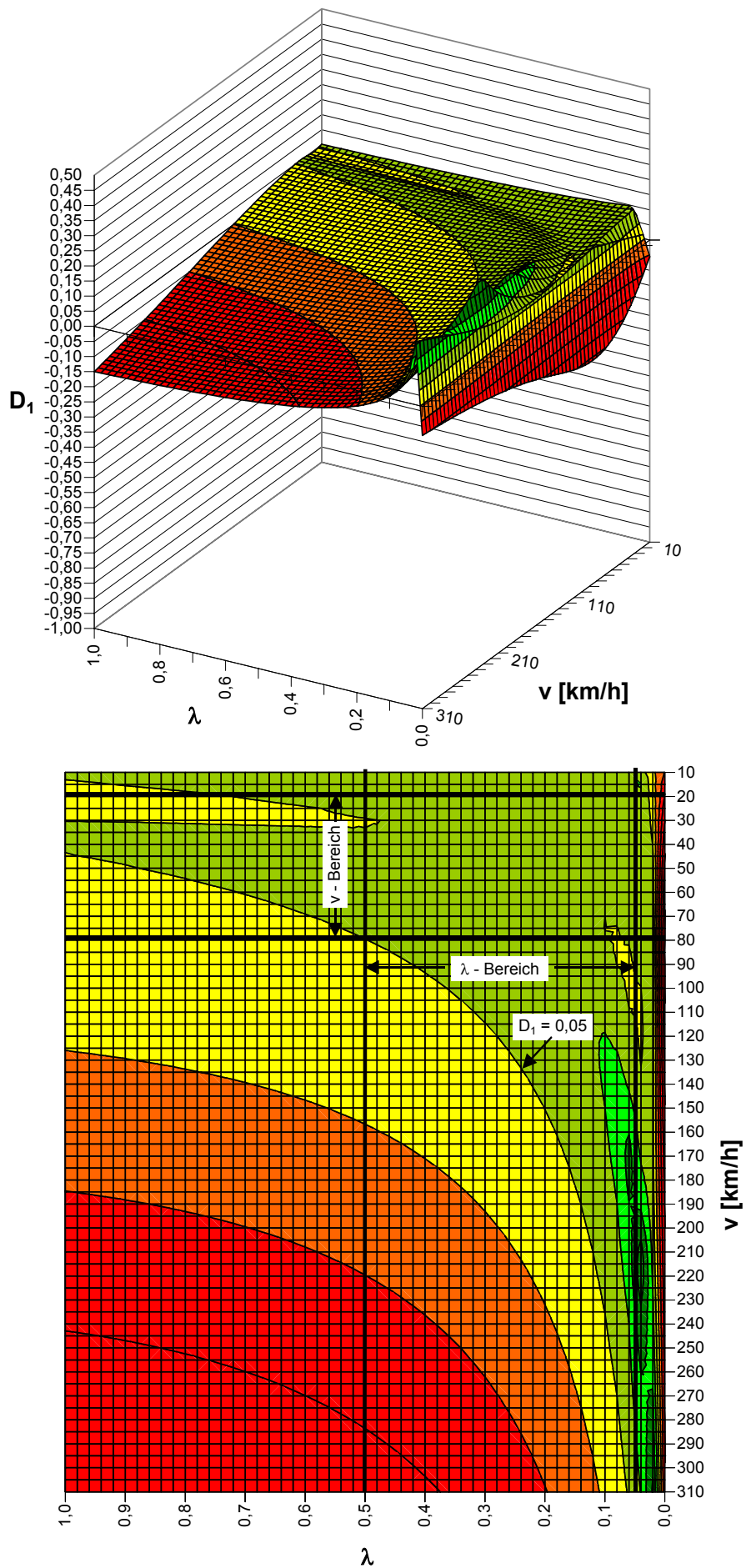


Bild 5.1.3: Optimale Parameterwerte, Variante 1a

Bild 5.1.4: Dämpfungsmaß  $D_3$ , Optimale Parameterwerte, Variante 1a

Bild 5.1.5: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 1a



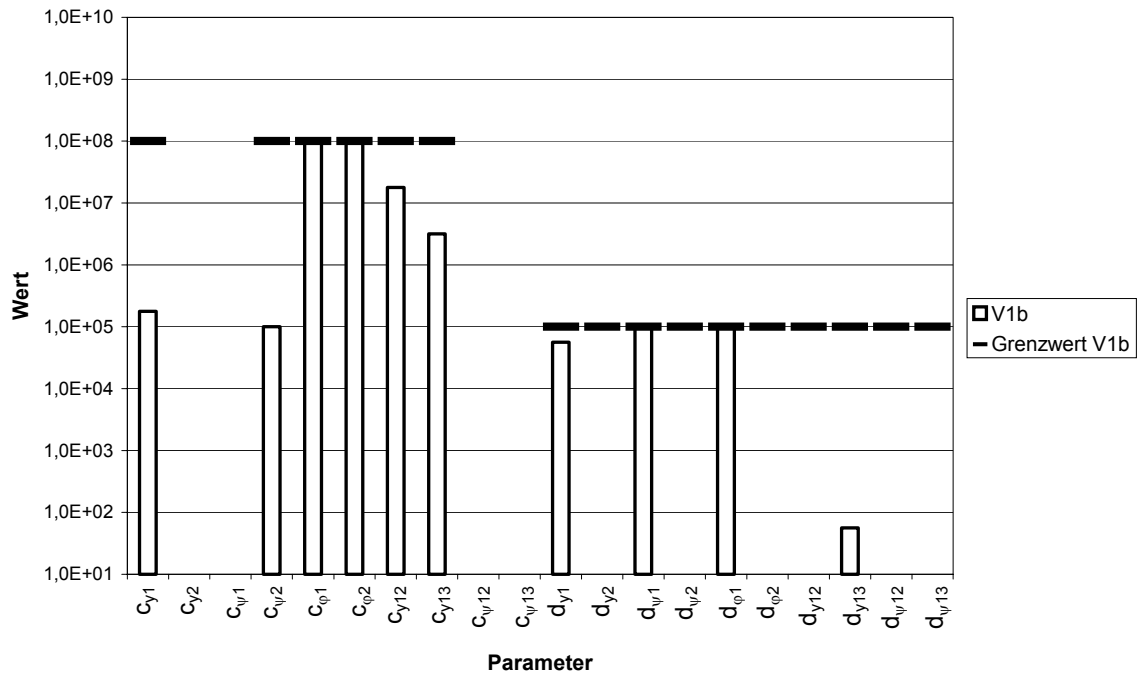
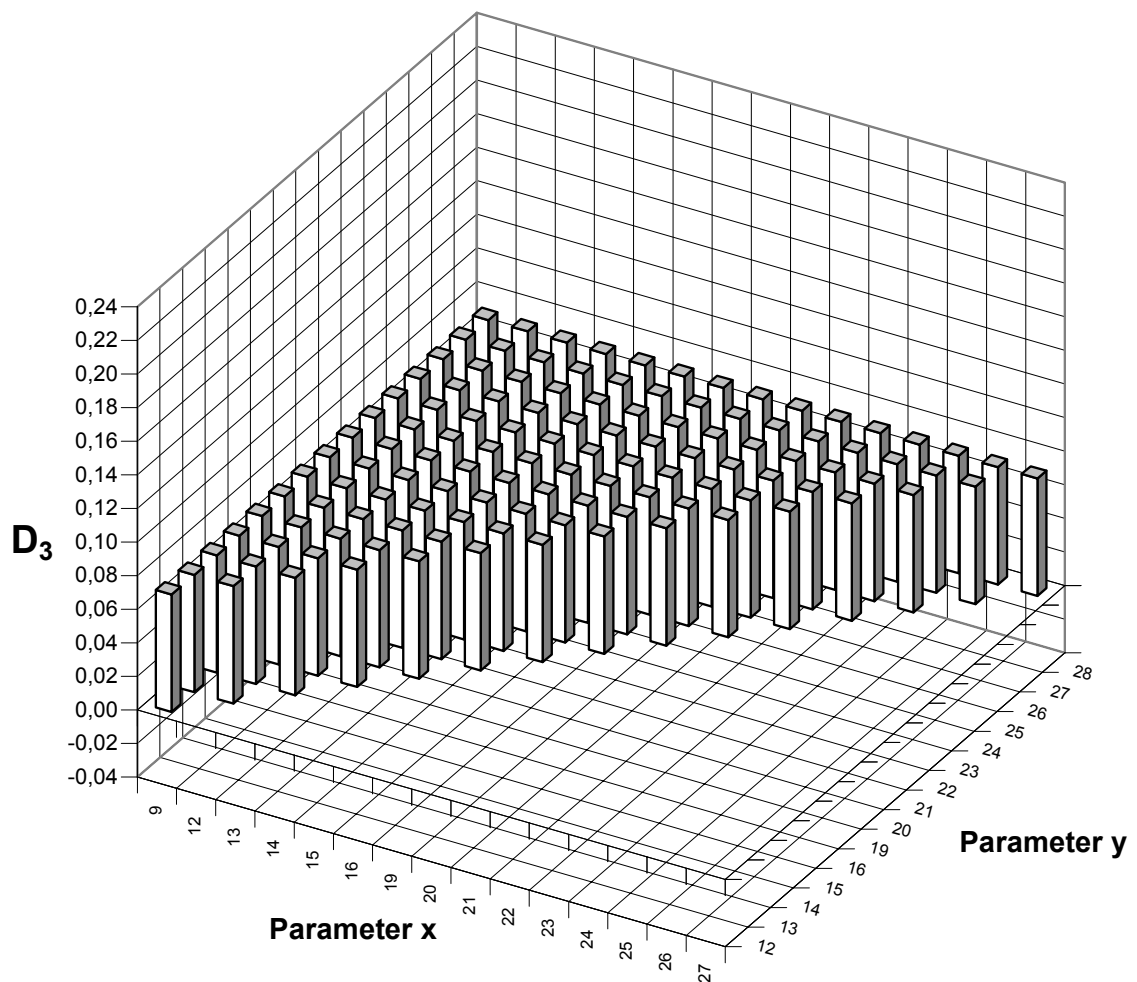


Bild 5.1.6: Optimale Parameterwerte, Variante 1b

Bild 5.1.7: Dämpfungsmaß  $D_3$ , Optimale Parameterwerte, Variante 1b

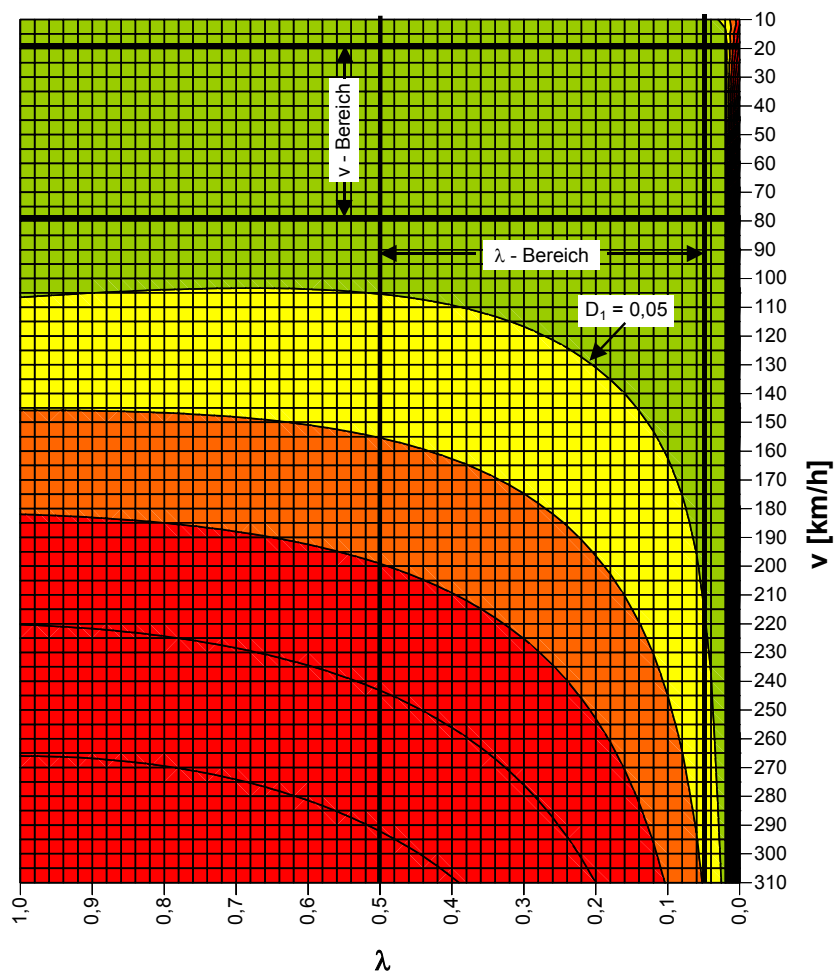
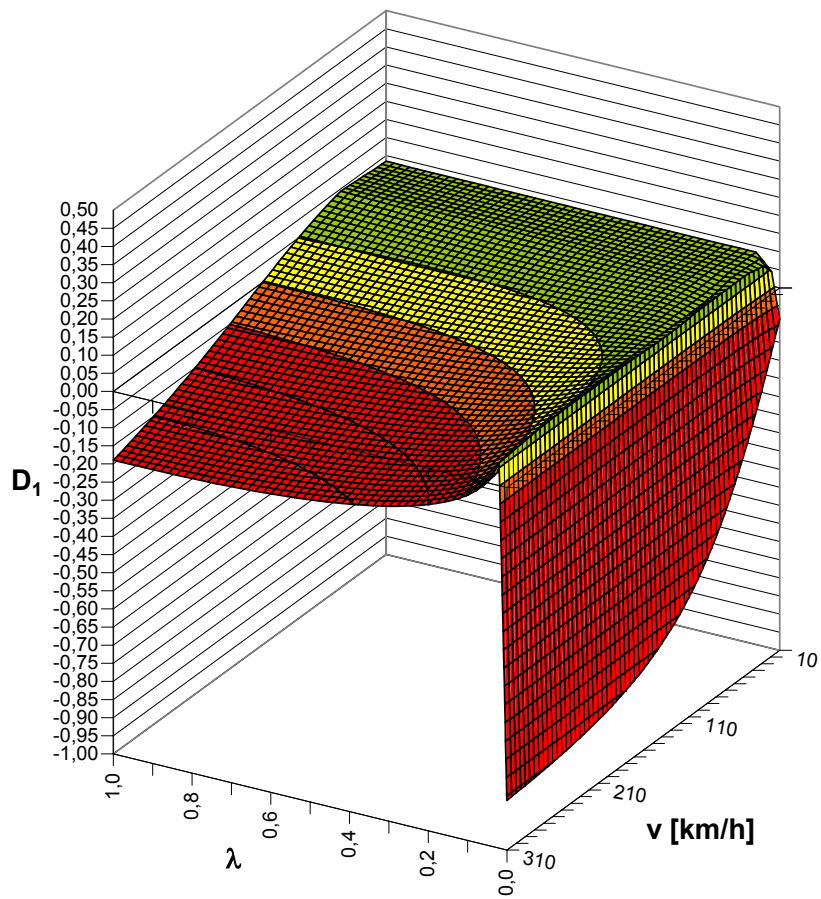


Bild 5.1.8: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 1b

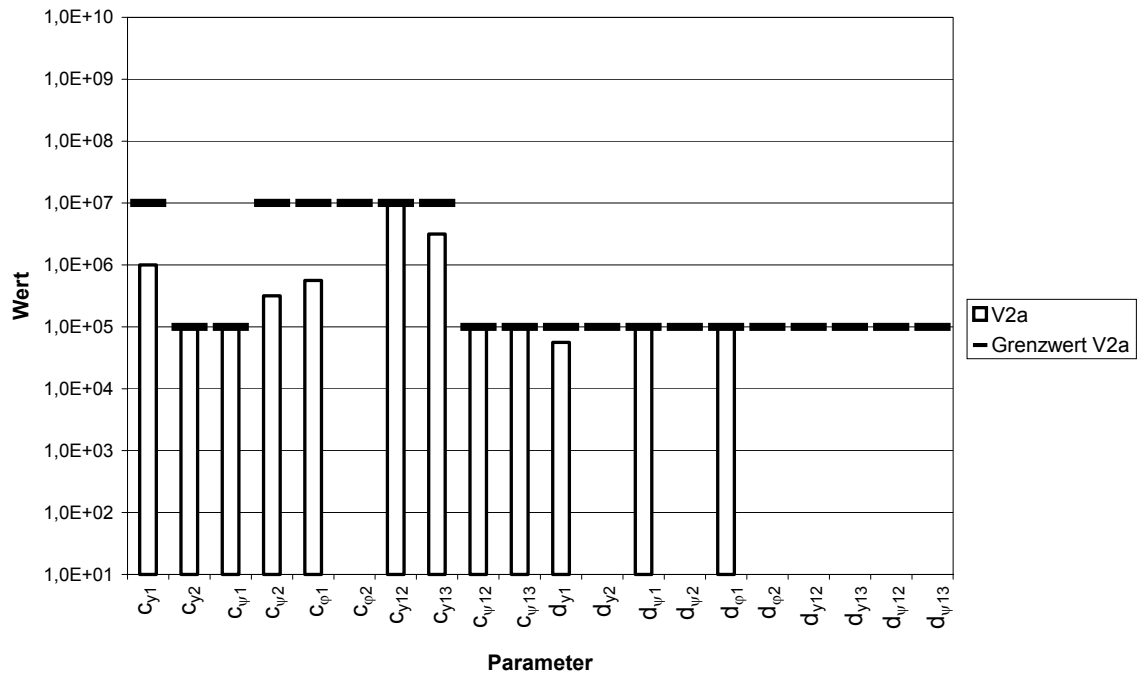
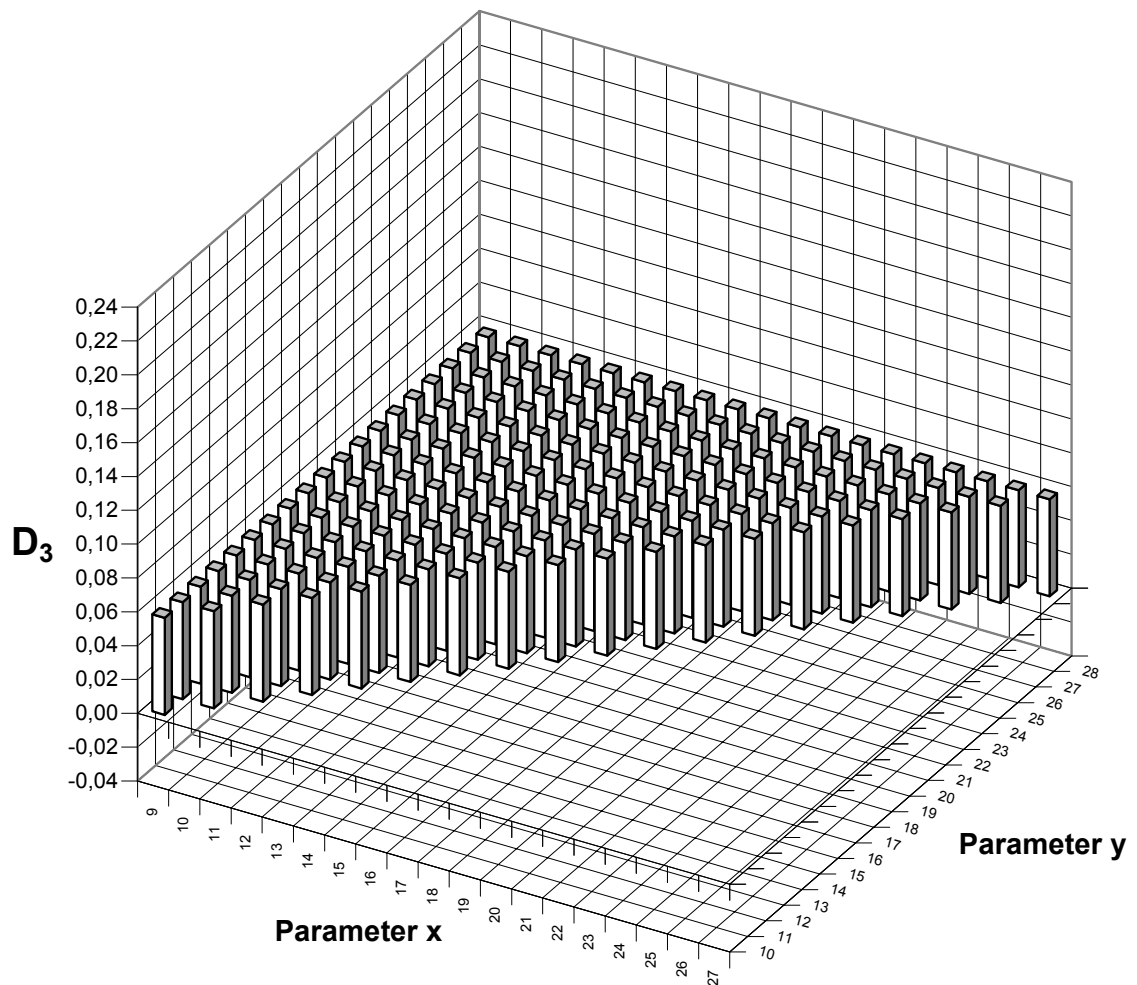


Bild 5.1.9: Optimale Parameterwerte, Variante 2a

Bild 5.1.10: Dämpfungsmaß  $D_3$ , Optimale Parameterwerte, Variante 2a

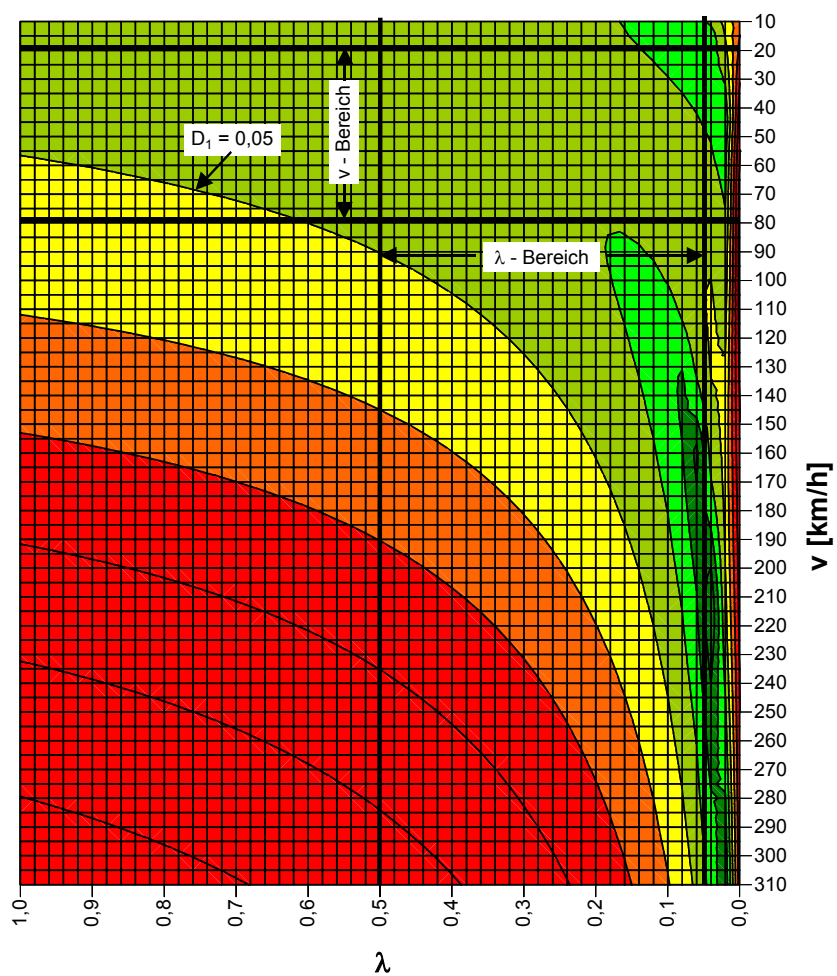
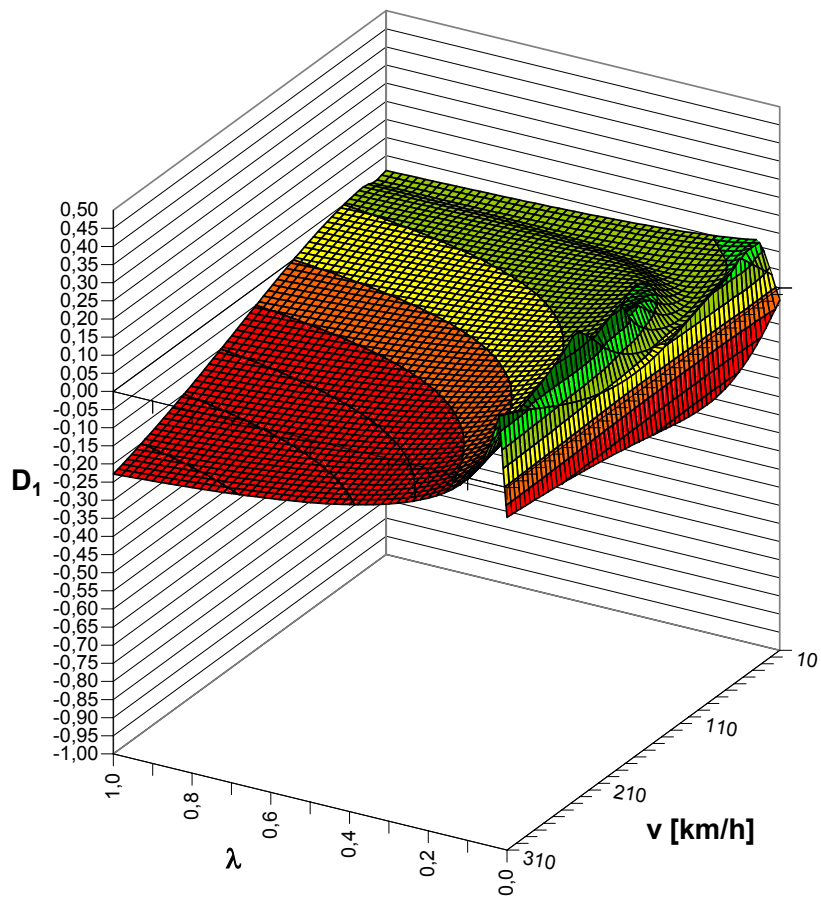


Bild 5.1.11: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 2a

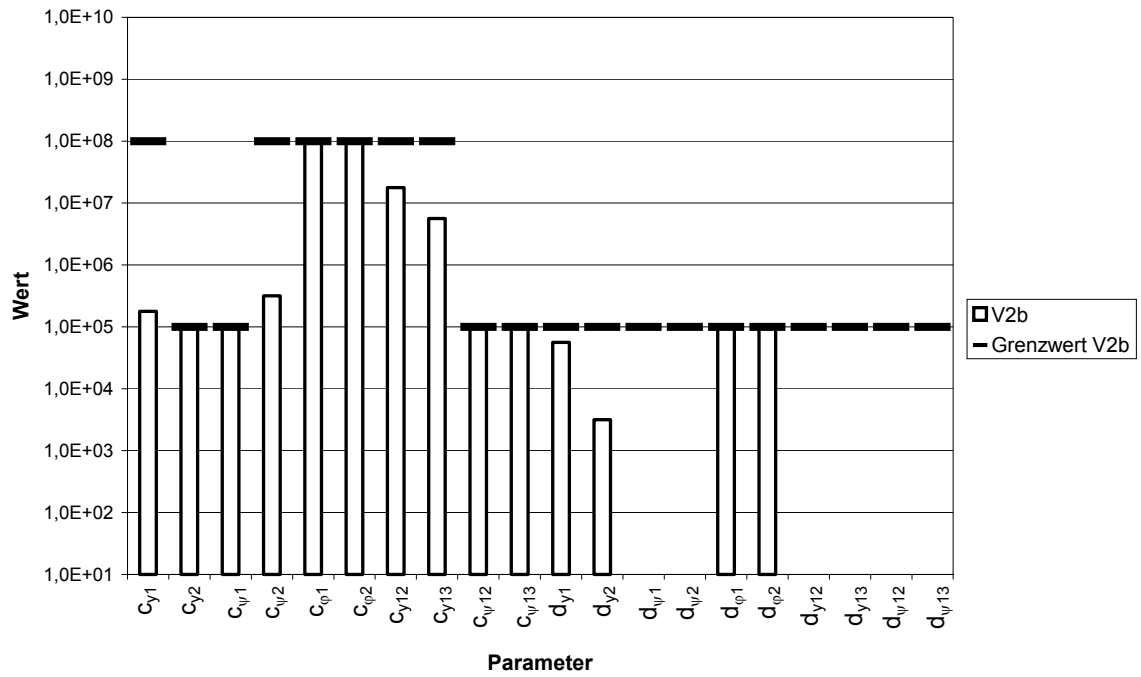
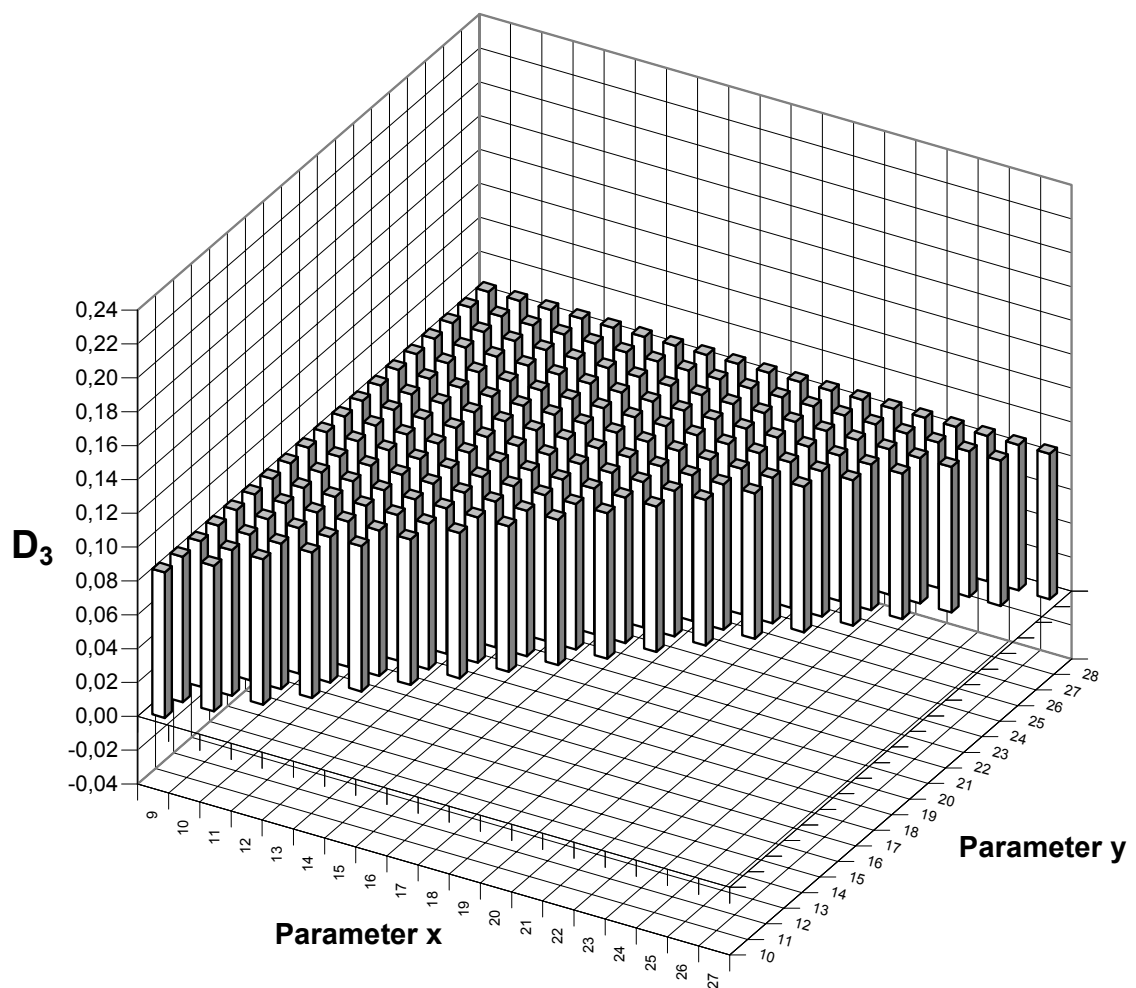


Bild 5.1.12: Optimale Parameterwerte, Variante 2b

Bild 5.1.13: Dämpfungsmaß  $D_3$ , Optimale Parameterwerte, Variante 2b

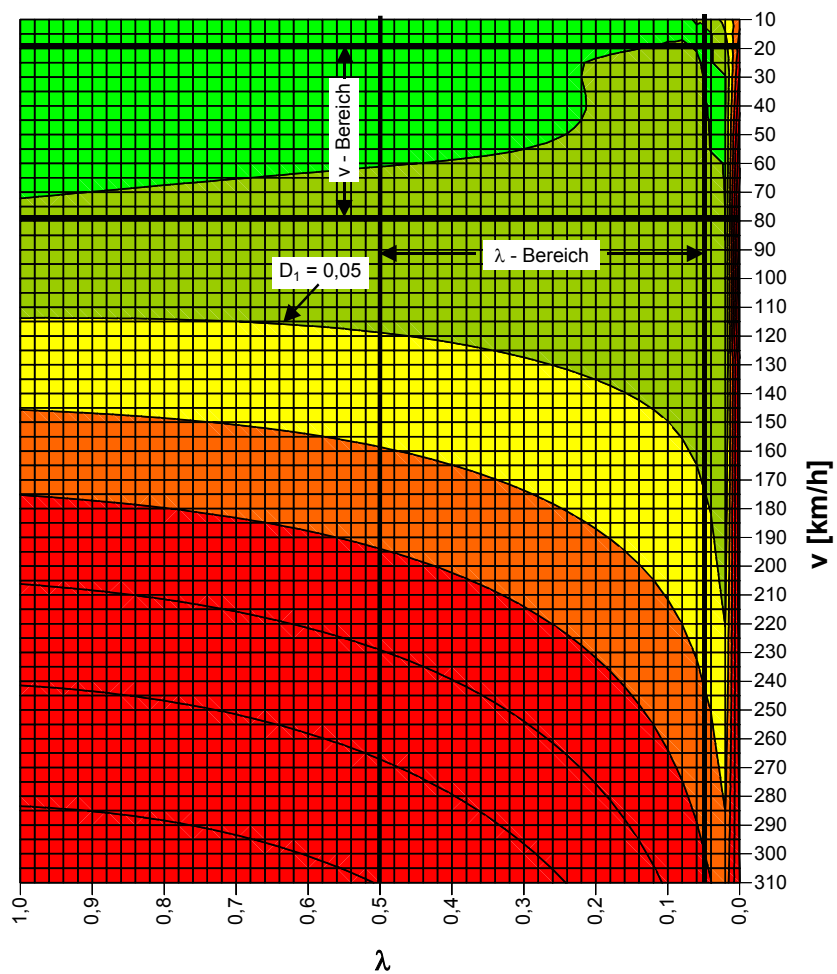
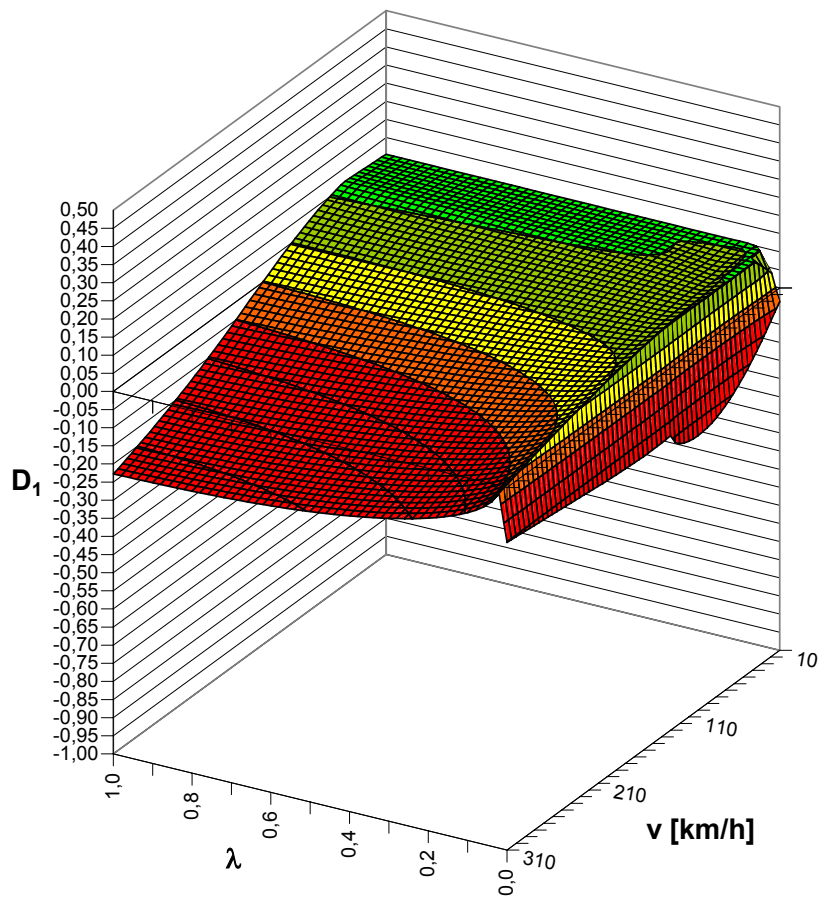


Bild 5.1.14: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 2b

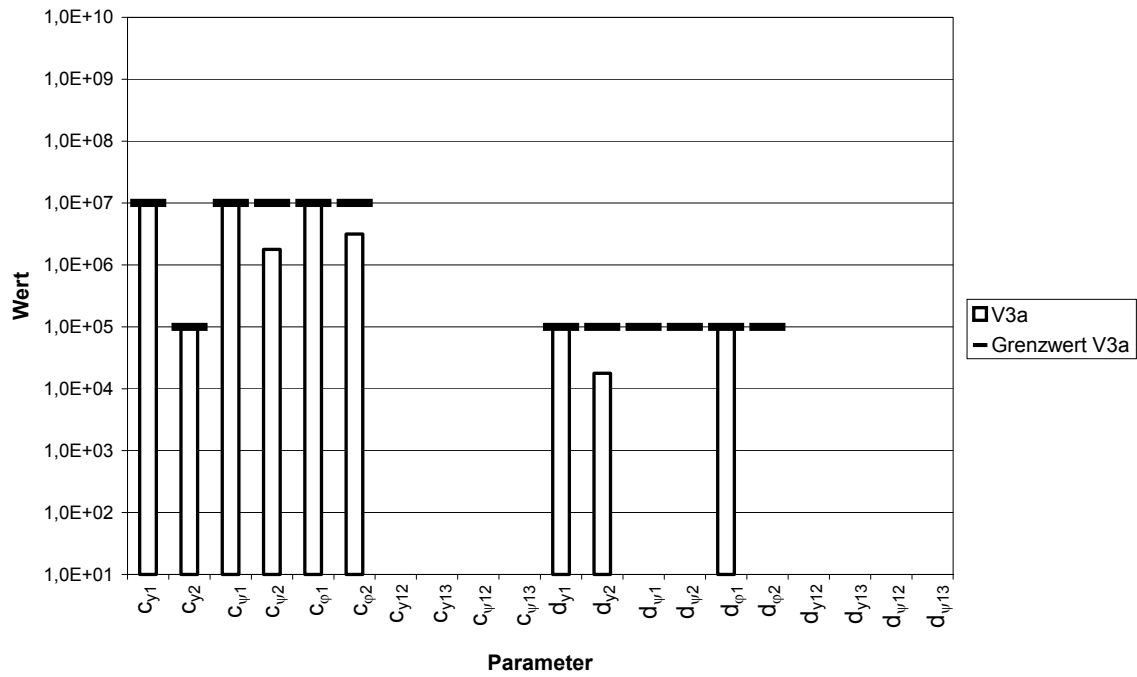
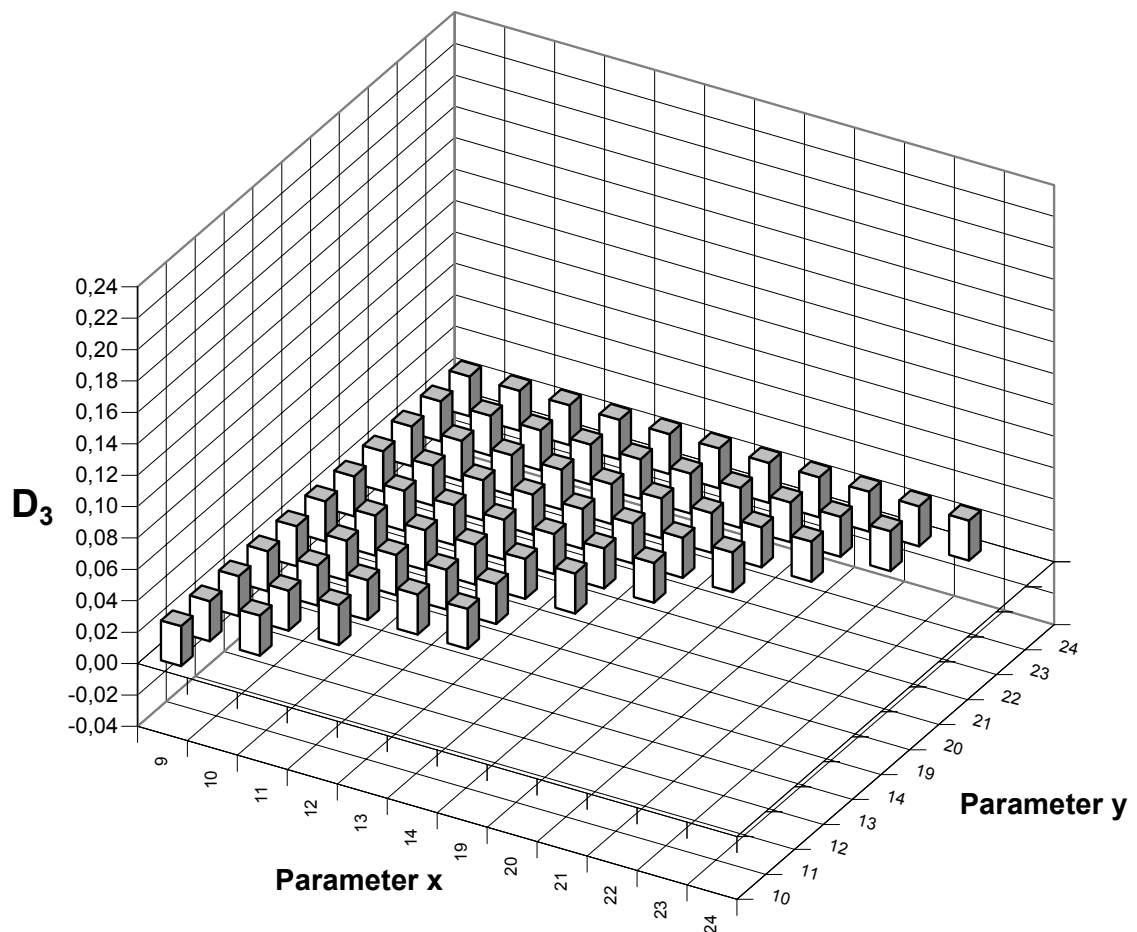


Bild 5.1.15: Optimale Parameterwerte, Variante 3a

Bild 5.1.16: Dämpfungsmaß  $D_3$ , Optimale Parameterwerte, Variante 3a

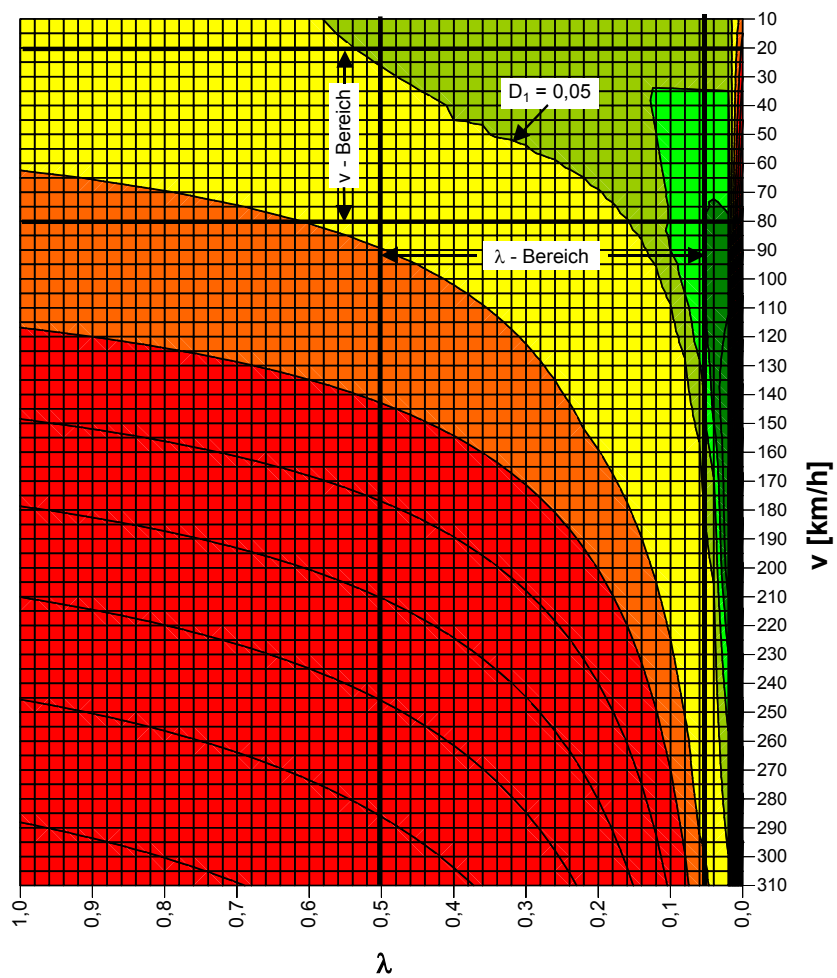
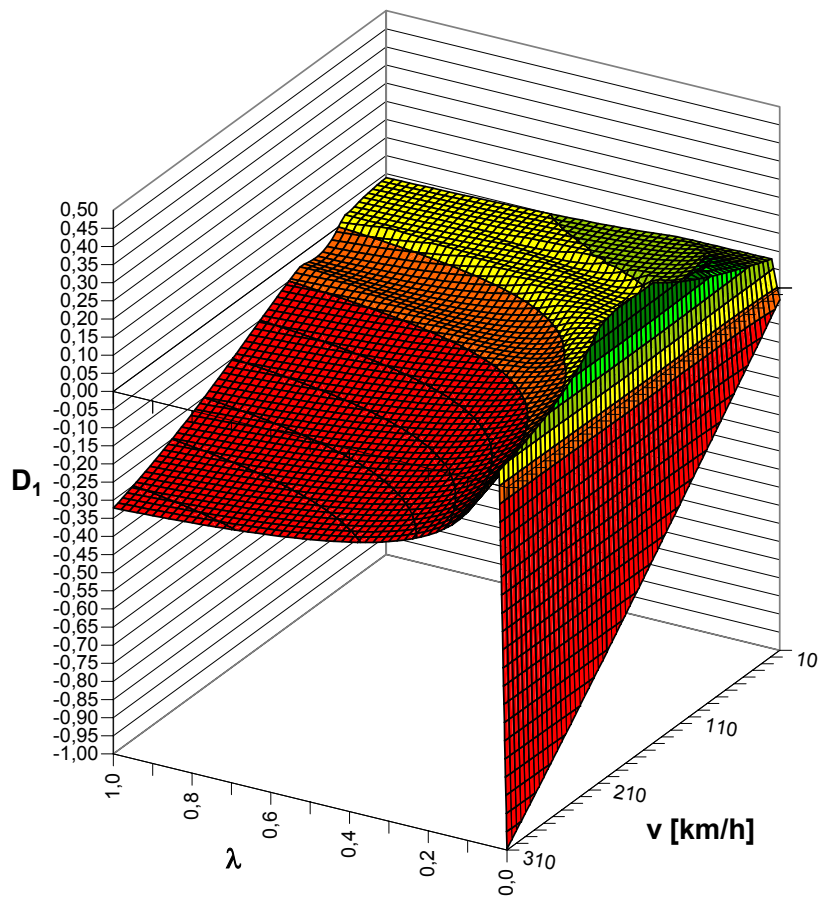


Bild 5.1.17: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 3a



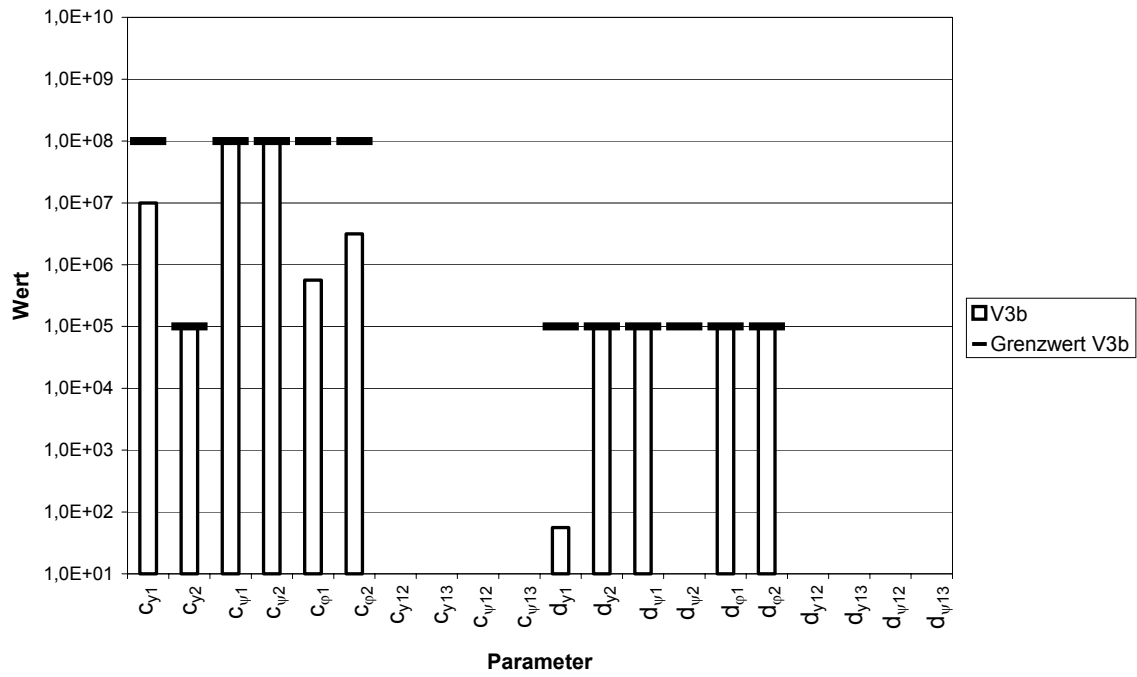
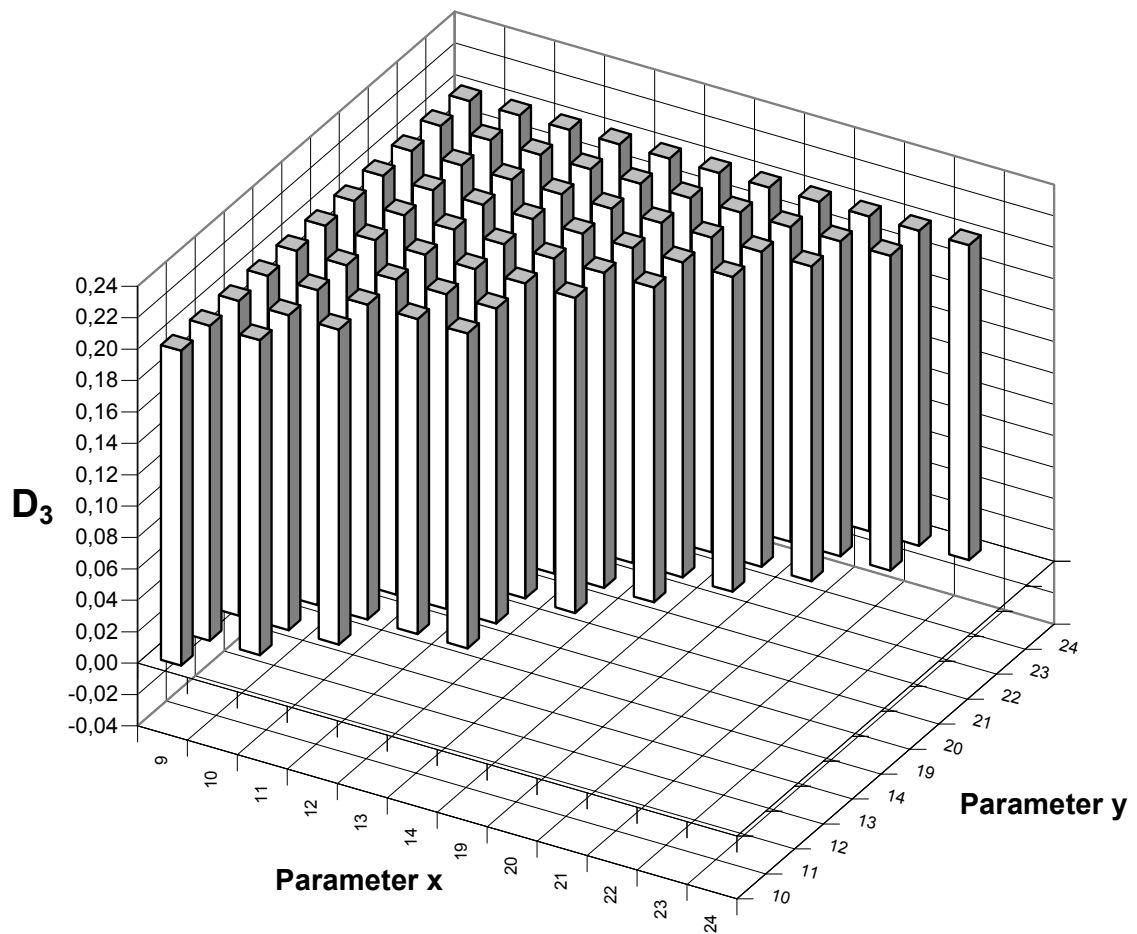


Bild 5.1.18: Optimale Parameterwerte, Variante 3b

Bild 5.1.19: Dämpfungsmaß  $D_3$ , Optimale Parameterwerte, Variante 3b

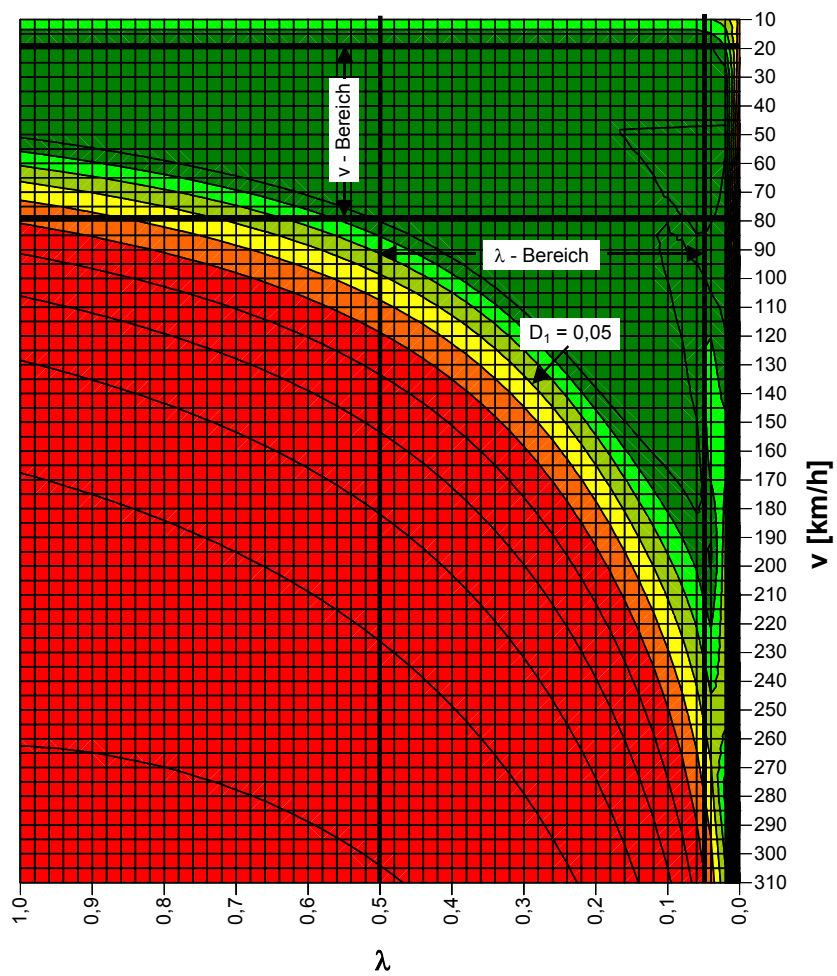
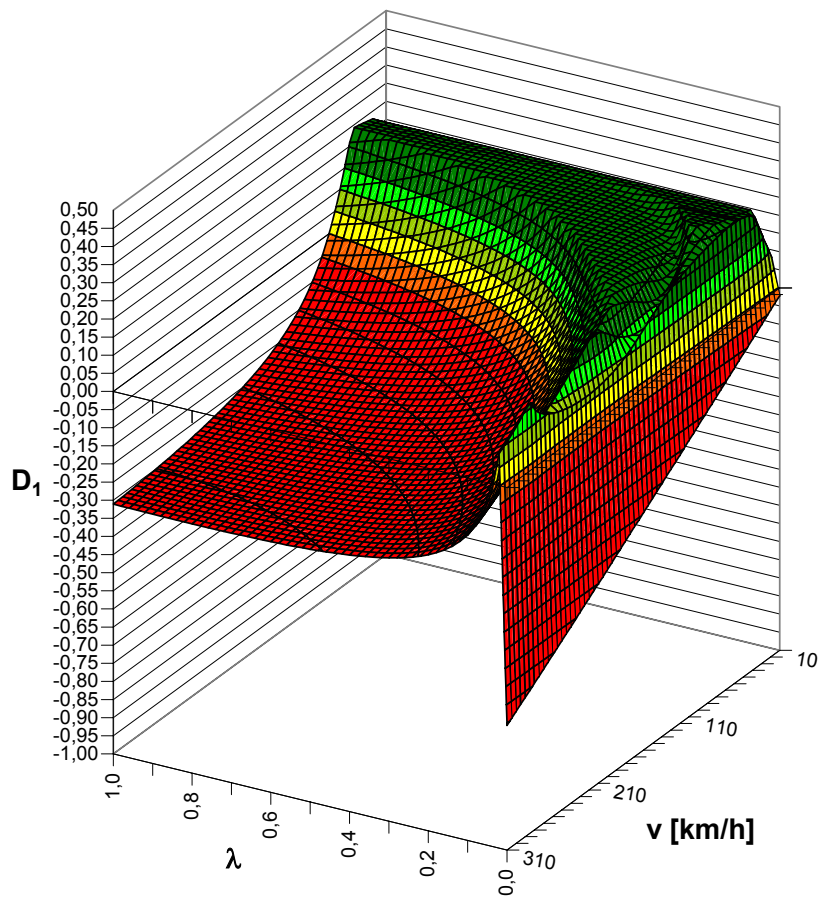


Bild 5.1.20: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 3b

## 5.2 Sensitivität der Parameter

### 5.2.1 Verfahren

In Kapitel 5.1 wurden die optimalen Steifigkeiten und Dämpfungen für ein Fahrzeug unter bestimmten Randbedingungen ermittelt. Tatsächlich können diese Parameterwerte in dem realen Fahrzeug nur mit gewissen Toleranzen eingehalten werden. Auch können sich Werte während des Betriebseinsatzes verändern; ein Beispiel hierfür sind Gummielemente. Grundsätzlich ist es wünschenswert, einen großen Toleranzbereich zuzulassen, da dadurch die Fertigungskosten gesenkt werden. Auch muss bekannt sein, welche Parameter sehr genau einzuhalten sind, damit die Stabilität nicht unzulässig abnimmt. Um diese Toleranzbereiche festlegen zu können, muss die Empfindlichkeit, mit der die Stabilität auf Änderungen der Parameterwerte reagiert, untersucht werden.

Dazu wird ein optimaler Parameterwert  $x$  um einen Faktor  $f$  vergrößert und verringert,

$$x_o = x \cdot f, \quad (5.2.1)$$

$$x_u = \frac{x}{f}, \quad (5.2.2)$$

und die Änderung des Dämpfungsmaßes  $D_2$  berechnet.  $D_2$  besagt, dass das kleinste Dämpfungsmaß aller Eigenwerte für eine Kombination der Geschwindigkeit  $v$  und einer Konizität  $\lambda$  bestimmt wird und dann in einem definierten  $\lambda$ - $v$ -Bereich davon das Minimum genommen wird. Für die Sensitivität zu größeren Werten gilt

$$\Delta D_{2o} = \frac{|D_2(x_o) - D_2(x)|}{D_2(x)} \quad (5.2.3)$$

und zu kleineren Werten

$$\Delta D_{2u} = \frac{|D_2(x_u) - D_2(x)|}{D_2(x)}. \quad (5.2.4)$$

### 5.2.2 Beispiele

Für die Suche nach dem Optimum in Kapitel 5.1.2 wurden die Zehnerpotenzen in einem logarithmischen Maßstab in vier Teile zerlegt. Die Parameterwerte verändern sich in dieser Stufung. Diese Schrittweite wird hier übernommen, das heißt, der optimale Parameterwert wird um den Faktor  $f = 10^{0,25} = 1,78$  vergrößert und verkleinert,

$$x_o = x \cdot 10^{0,25},$$

$$x_u = \frac{x}{10^{0,25}}.$$

Die Sensitivität der Parameter wird beispielhaft für die Varianten 1b, 2b und 3b untersucht. Diese Varianten zeigten jeweils in ihrer Kategorie die beste Stabilität. Im Folgenden wird das Ergebnis der Sensitivitätsanalyse präsentiert. Die Werte werden als Säulendiagramme in den Bildern 5.2.1, 5.2.2, 5.2.4, 5.2.5, 5.2.7 und 5.2.8 dargestellt. Es sind für die Steifigkeits- und Dämpfungsparameter die Empfindlichkeit gegenüber kleineren Werten,  $\Delta D_{2u}$ , und die Empfindlichkeit gegenüber größeren Werten,  $\Delta D_{2o}$ , aufgetragen. Die Bilder 5.2.3, 5.2.6, 5.2.9 und 5.2.10 zeigen die Abhängigkeit des Dämpfungsmaßes  $D_2$  von jeweils zwei Parameterwerten. In den Draufsichten sind die Obergrenzen eingezeichnet und die Lage des optimalen Punktes durch einen schwarzen Kreis angegeben. Für diese Diagramme wurden die Parameter mit der größten Empfindlichkeit am Optimum ausgewählt. Das Verhalten der übrigen Parameter, deren Werte ungleich null sind, wird in Anhang A.3 dargestellt.

### **Variante 1b**

In den Bildern 5.2.1 und 5.2.2 sind die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse für Variante 1b dargestellt.

Die Koppelsteifigkeiten  $c_{y12}$  und  $c_{y13}$  reagieren sehr empfindlich auf Abweichungen von den optimalen Werten. In Bild 5.2.3 erkennt man, dass das Optimum eine Spitze ist. Die Stabilitätsbedingung  $D_2 > 0,05$  kann nur in einem kleinen Bereich eingehalten werden. Zusätzlich liegt das Optimum am Rande eines Gebietes wo die Stabilität einbricht.

### **Variante 2b**

Entsprechend Variante 1b sind für Variante 2b die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse in den Bildern 5.2.4 und 5.2.5 dargestellt.

Im Vergleich zu Variante 1b hat sich die Empfindlichkeit der optimalen Koppelsteifigkeiten  $c_{y12}$  und  $c_{y13}$  dramatisch erhöht, siehe Bild 5.2.6. Der optimale Punkt liegt unmittelbar am Abbruch der Stabilität. Hier ist es empfehlenswert, einen etwas größeren Wert für  $c_{y12}$  und / oder einen etwas kleineren Wert für  $c_{y13}$  zu wählen. Die Empfindlichkeit geht dadurch zurück, allerdings nimmt die Stabilität im neuen Auslegungspunkt ebenfalls ab. In dem optimalen Punkt ist das Dämpfungsmaß  $D_2$  gleich 0,086. Wenn man  $c_{y13}$  um einen Rasterpunkt von  $5,6 \cdot 10^7$  auf  $3,2 \cdot 10^7$  verkleinert, sinkt  $D_2$  auf 0,080. Die Sensitivität verringert sich für  $c_{y12}$  von 293% auf 23% und für  $c_{y13}$  von 103% auf 19%.

### Variante 3b

In gleicher Weise wie für Variante 1b sind für Variante 3b die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse in den Bildern 5.2.7 und 5.2.8 dargestellt.

In dieser Variante ist die Empfindlichkeit der Quersteifigkeit zwischen den Endradsätzen und dem Fahrzeugkasten am größten. In Bild 5.2.9 ist zu erkennen, dass die Stabilität zu kleineren Werten von  $c_{y1}$  stark abfällt. Auch hier ist zu empfehlen, den Wert von  $c_{y1}$  etwas größer zu wählen, wenn auch auf Kosten des Dämpfungsmaßes im neuen nominellen Punkt.

Ähnlich dem Verhalten von  $c_{y1}$  ist auch die Wendesteifigkeit zwischen den Endradsätzen und dem Fahrzeugkasten  $c_{\psi 1}$  zu kleineren Werten empfindlich, wenn auch weniger stark, siehe Bild 5.2.10. Allerdings befindet sich der optimale Punkt genau auf der Obergrenze von  $c_{\psi 1}$ . Hier ist kein Spielraum gegeben, den Wert zu vergrößern,  $c_{\psi 1}$  muss daher innerhalb genügend kleiner Grenzen eingehalten werden.

In allen Varianten gibt es Parameter, die eine geringe Empfindlichkeit aufweisen. Für sie kann ein entsprechend großer Toleranzbereich festgelegt werden, ohne dass die Stabilität unzulässig abnimmt. Einige Parameter sind so unempfindlich, dass der Auslegungspunkt ohne wesentliche Verringerung der Stabilität verlegt werden kann. In manchen Fällen, besteht auch die Möglichkeit, den Parameter zu null zu setzen, d.h. auf ihn ganz zu verzichten.

Wenn die Empfindlichkeit eines Parameters zu groß ist, muss der Auslegungspunkt verschoben werden. Dabei ist es notwendig, einen Kompromiss zwischen der Genauigkeit, mit der ein Wert eingehalten werden kann, und dem Verlust an Stabilität zu finden.

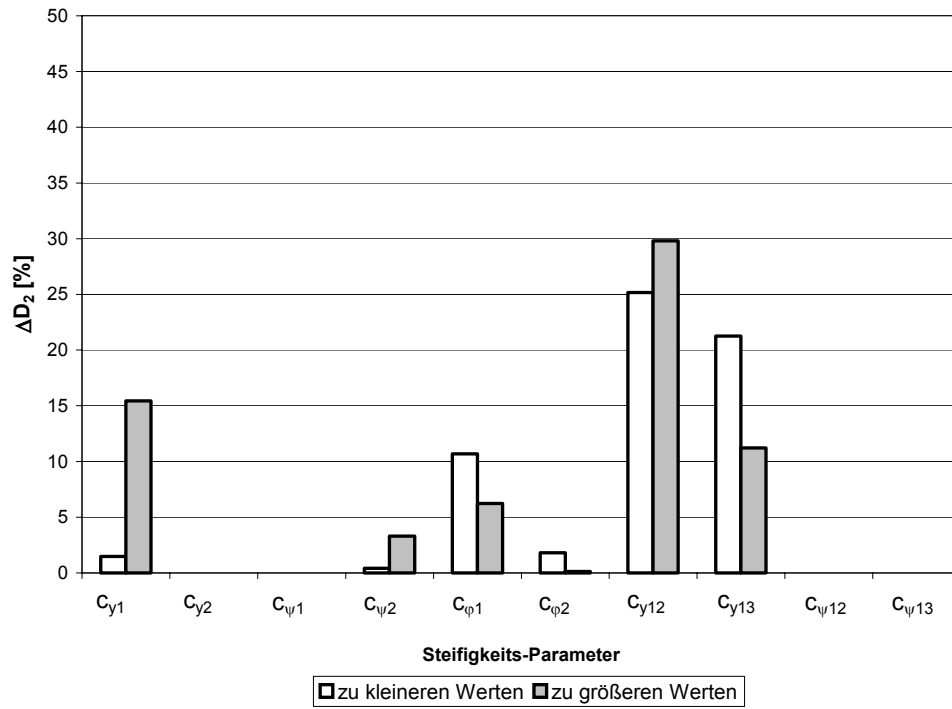


Bild 5.2.1: Sensitivität der Steifigkeitsparameter, Variante 1b

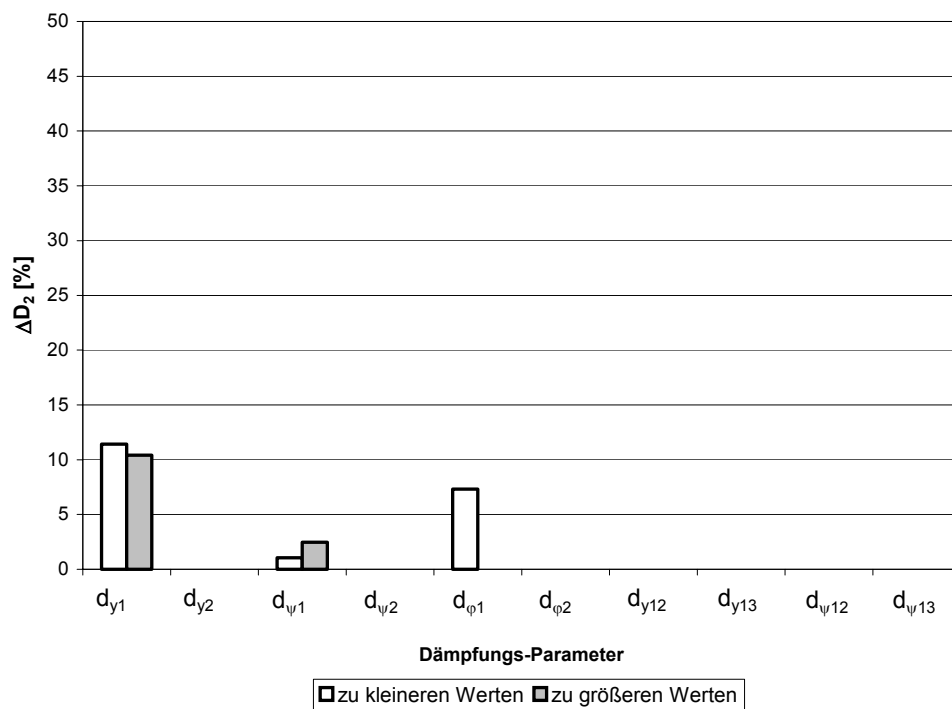


Bild 5.2.2: Sensitivität der Dämpfungssparameter, Variante 1b

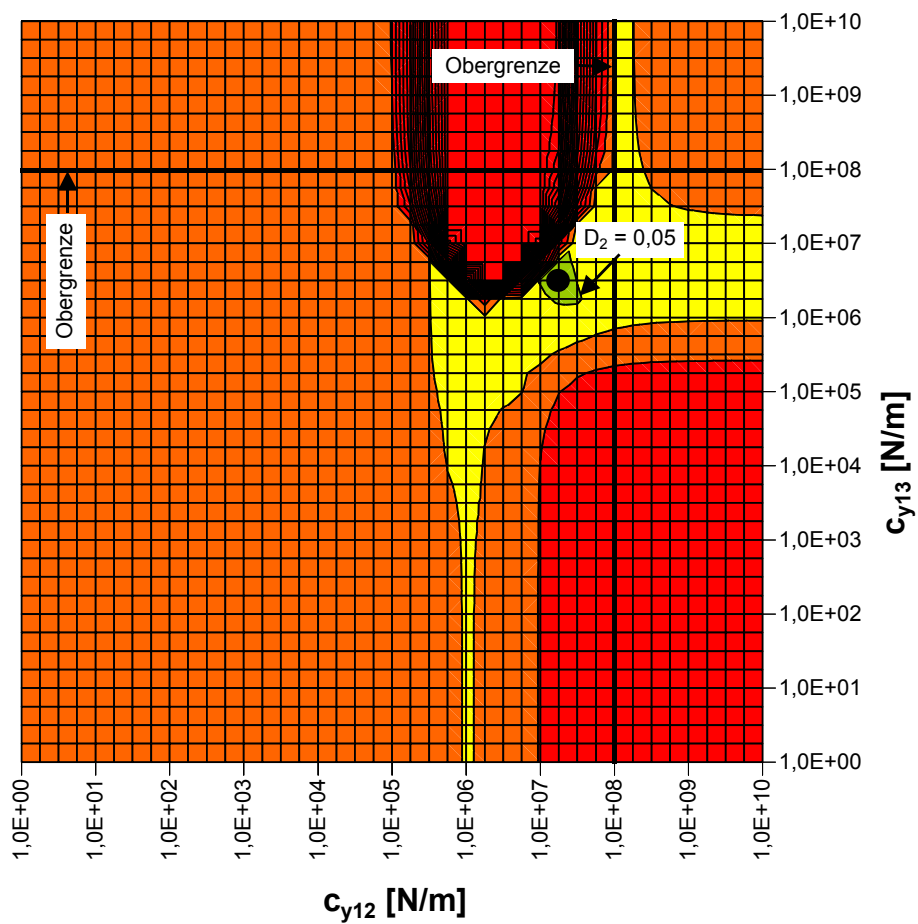
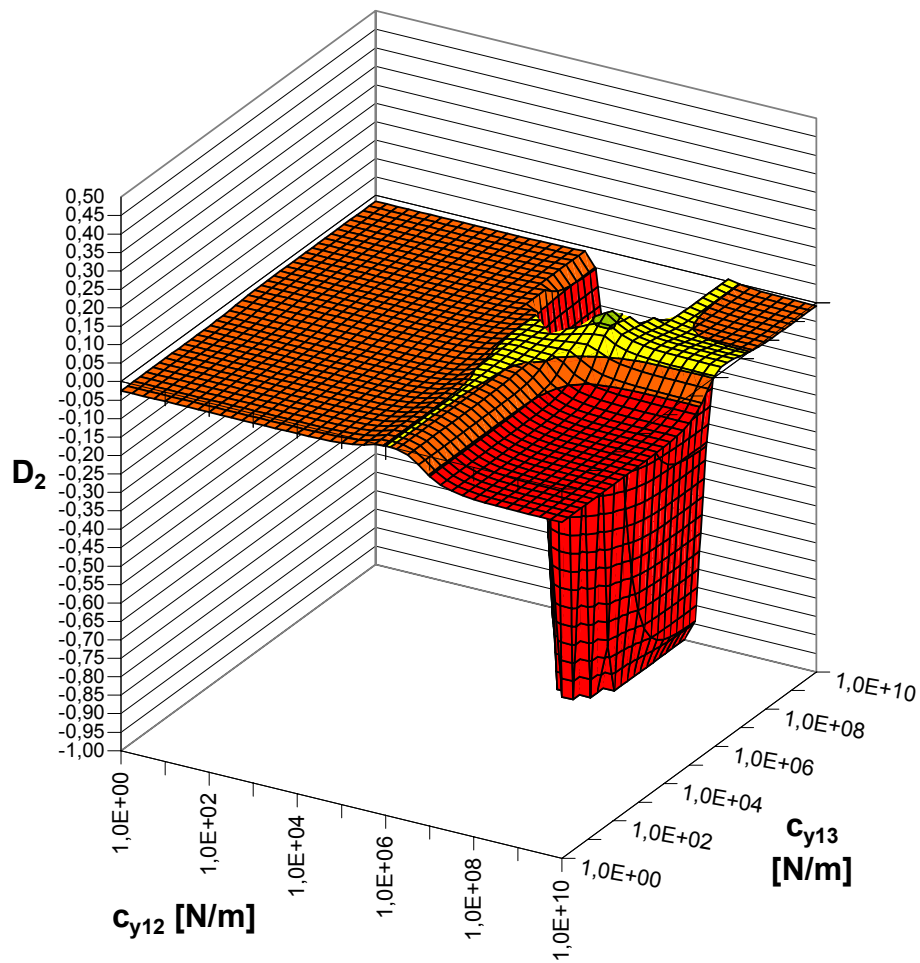


Bild 5.2.3: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{y12}, c_{y13})$ , Variante 1b

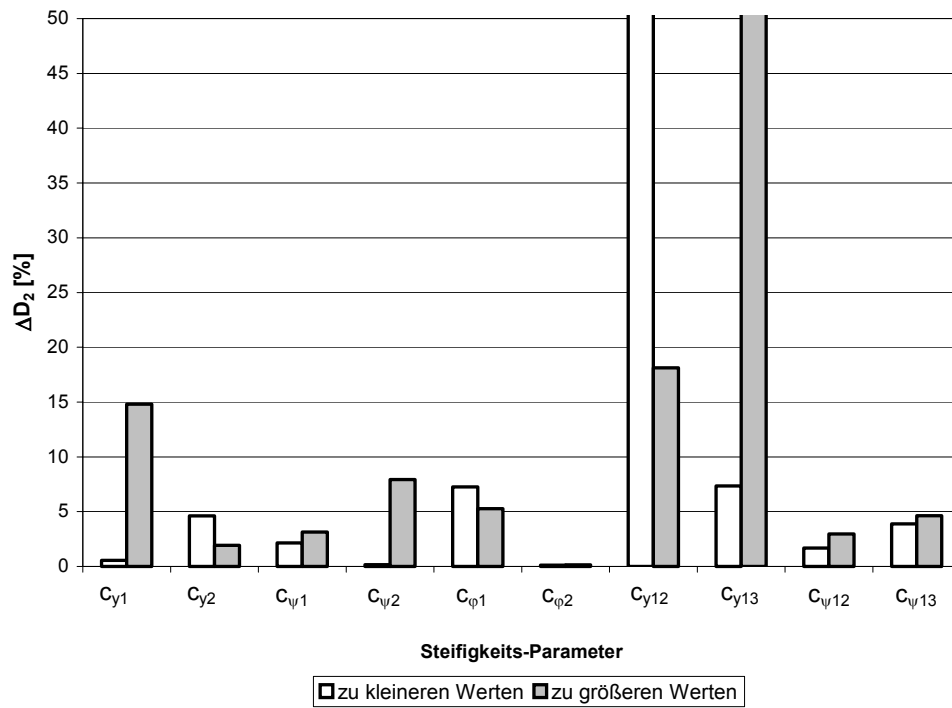


Bild 5.2.4: Sensitivität der Steifigkeitsparameter, Variante 2b

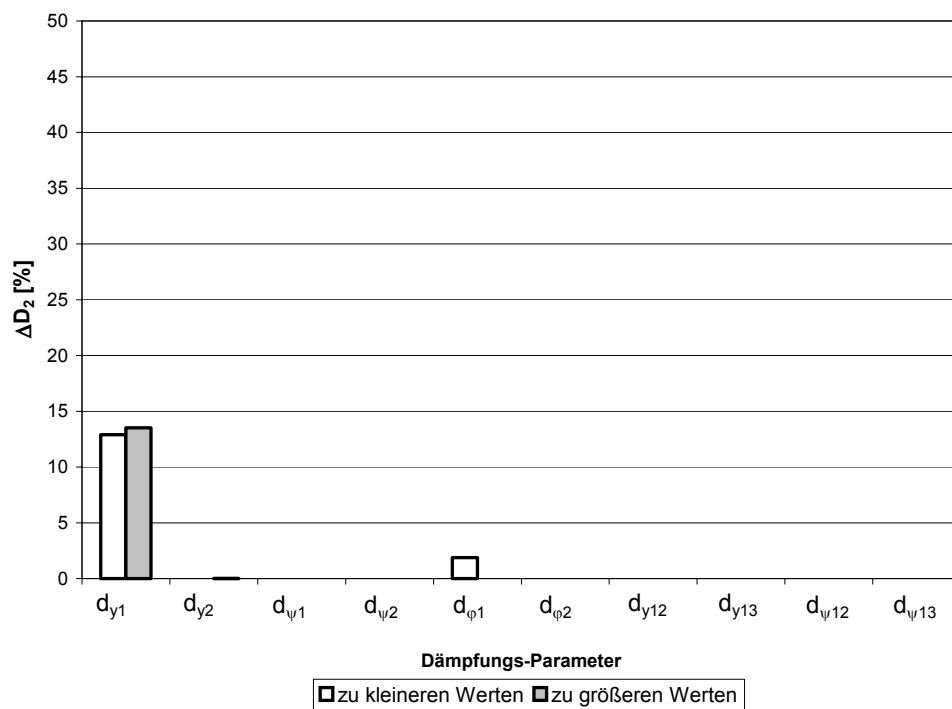


Bild 5.2.5: Sensitivität der Dämpfungsparameter, Variante 2b



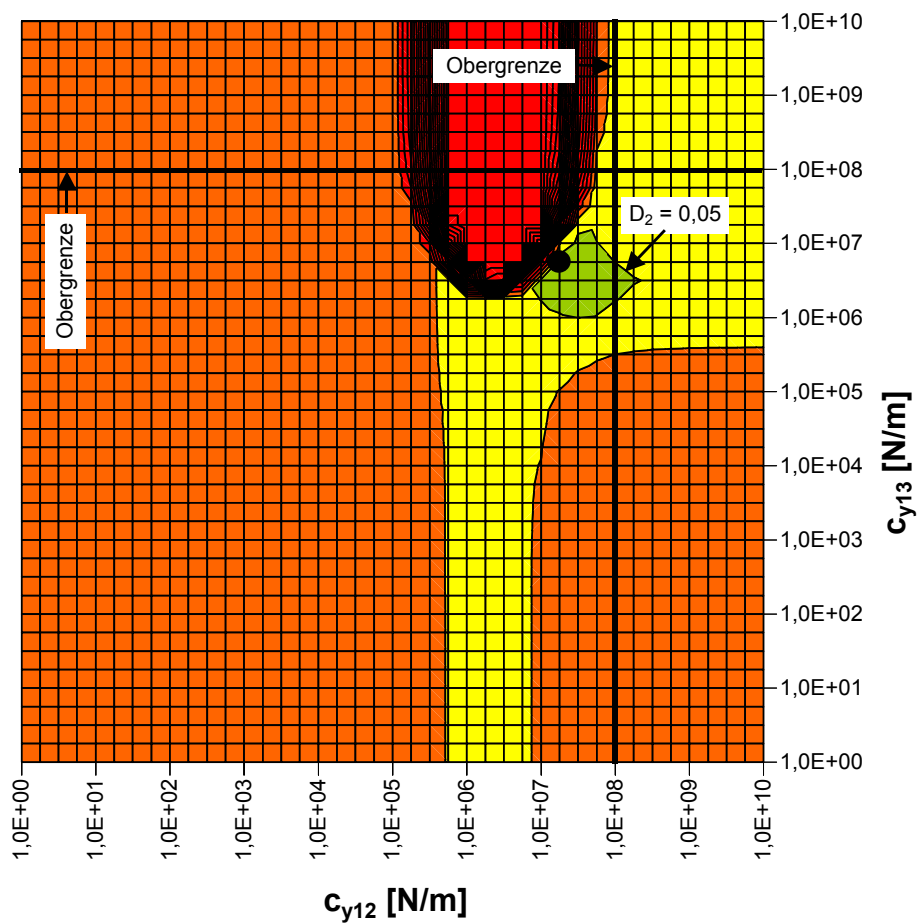
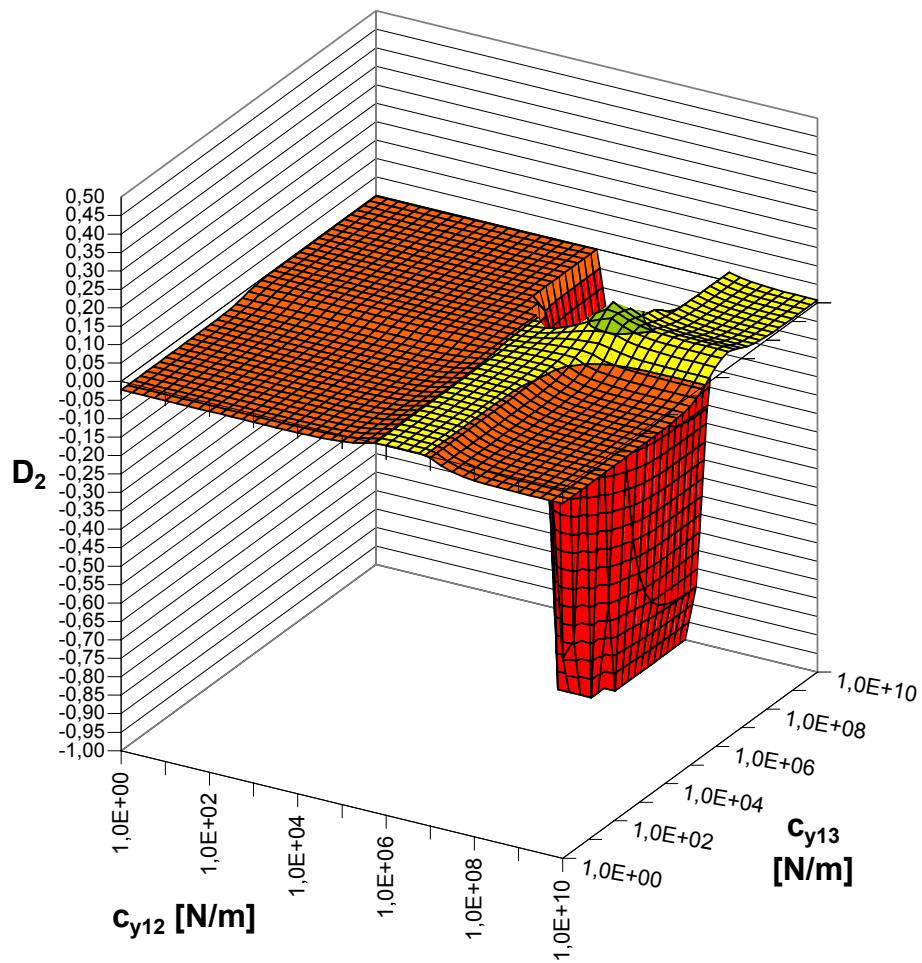


Bild 5.2.6: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{y12}, c_{y13})$ , Variante 2b

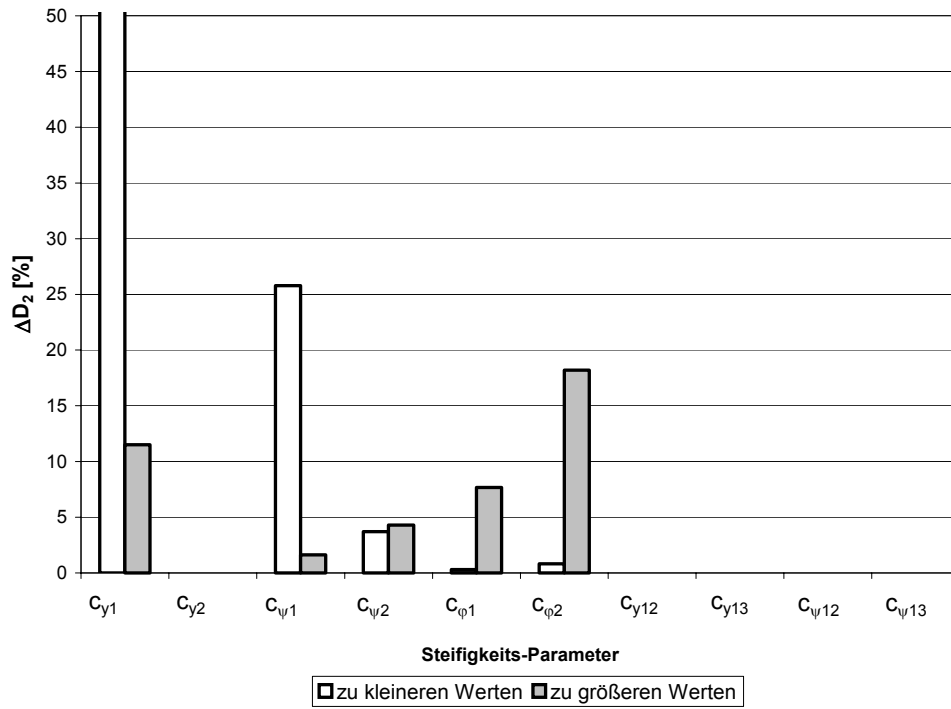


Bild 5.2.7: Sensitivität der Steifigkeitsparameter, Variante 3b

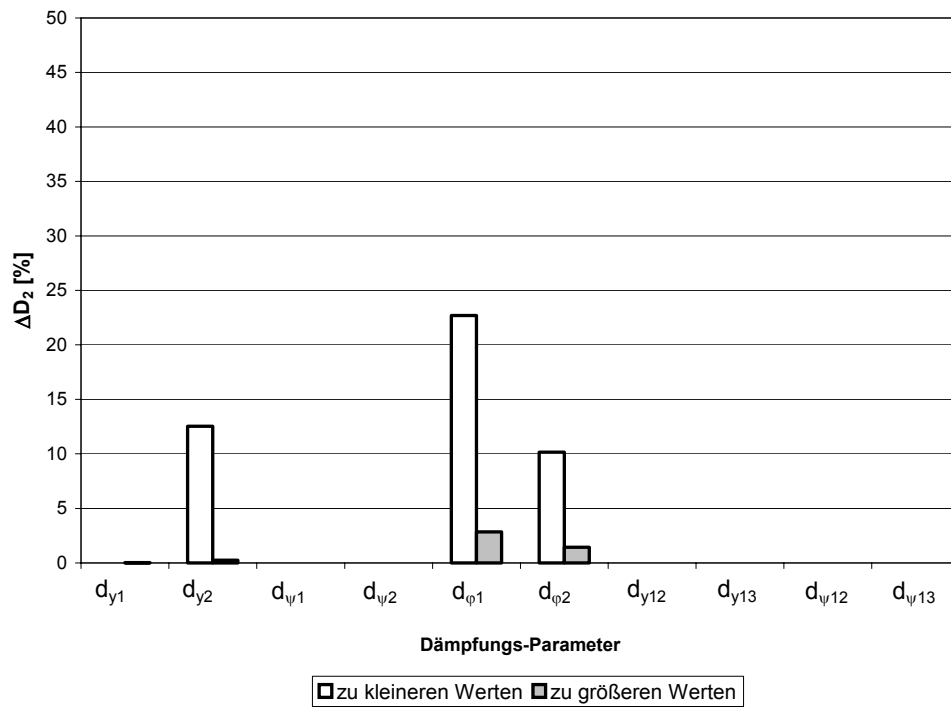


Bild 5.2.8: Sensitivität der Dämpfungssparameter, Variante 3b

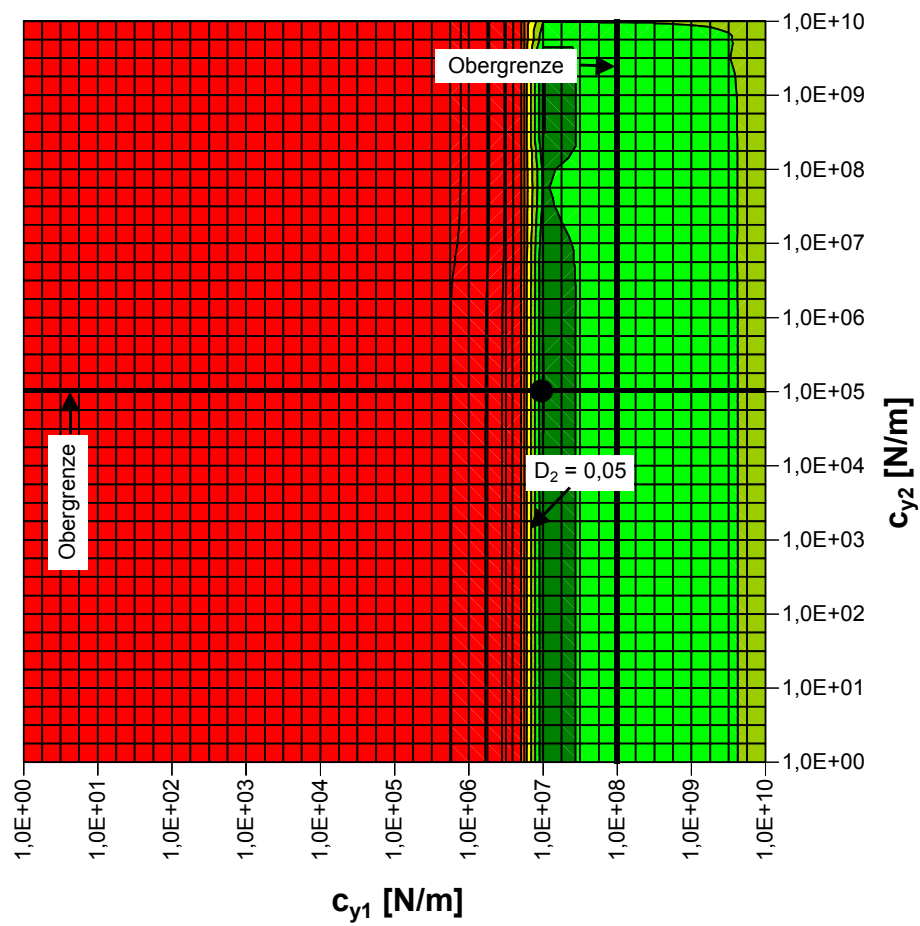
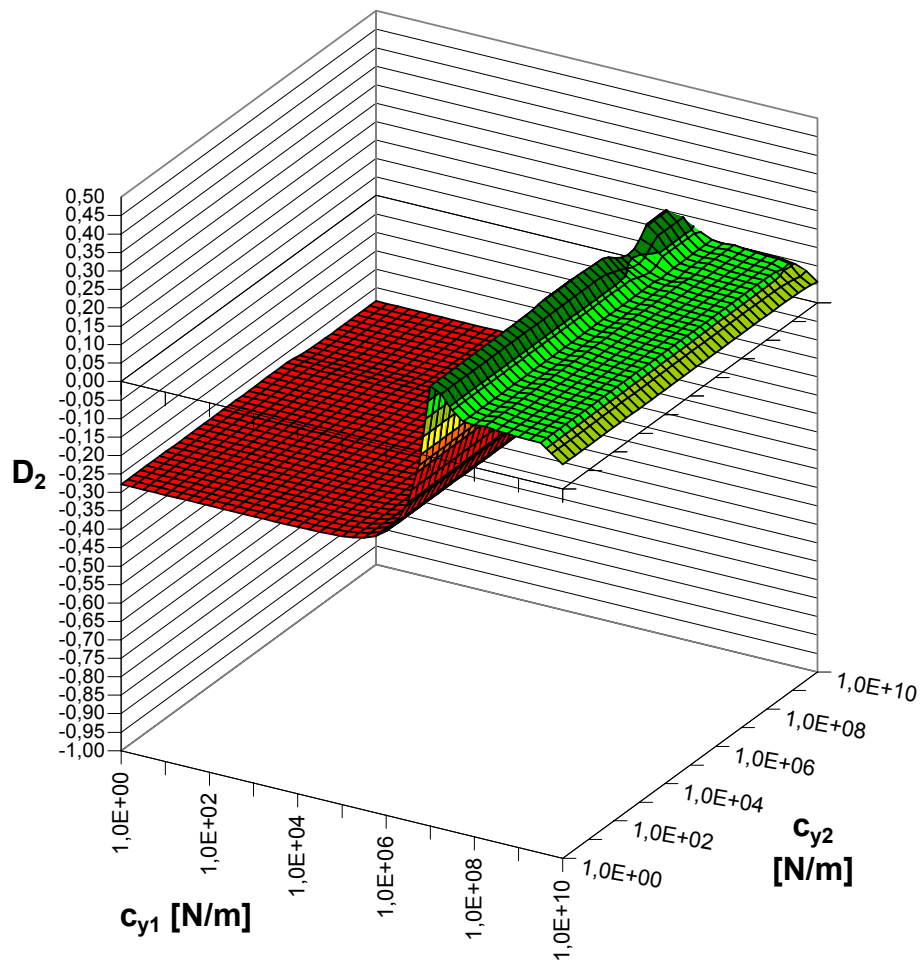


Bild 5.2.9: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{y1}, c_{y2})$ , Variante 3b

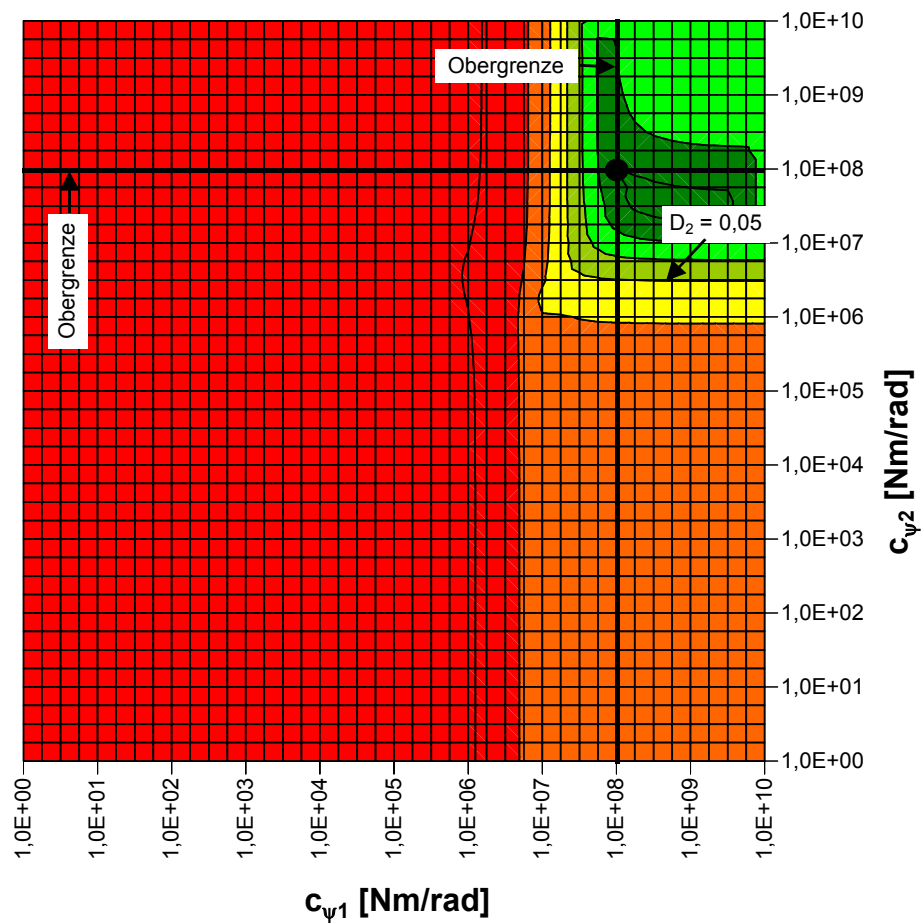
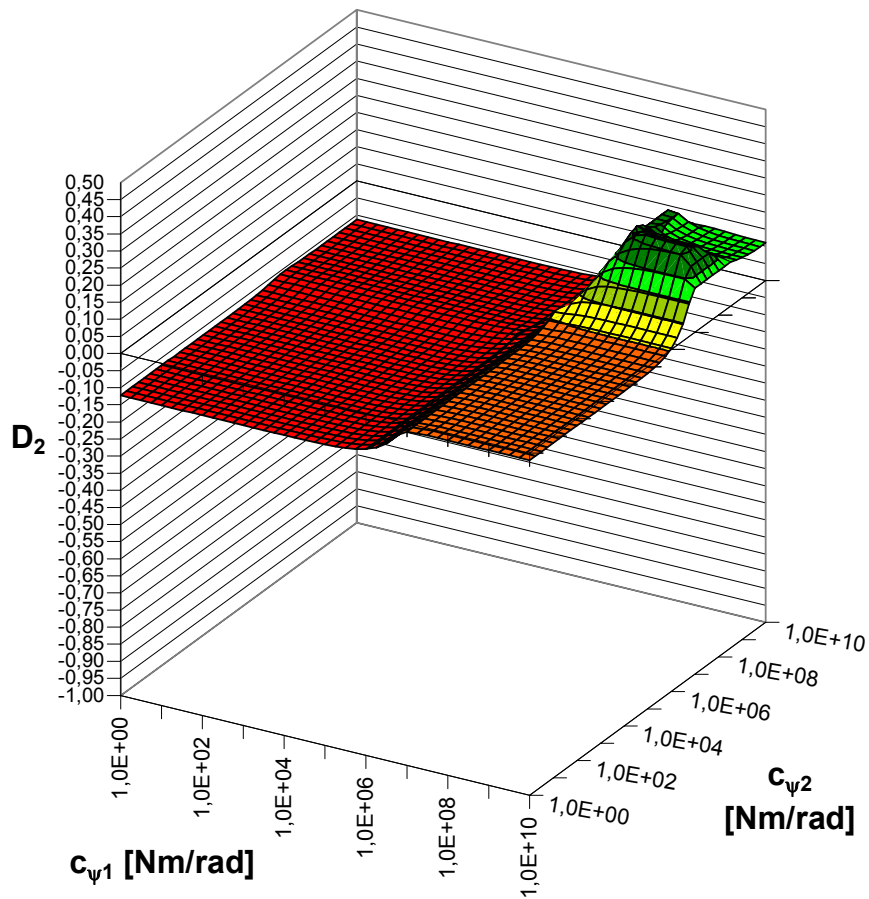


Bild 5.2.10: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{\psi 1}, c_{\psi 2})$ , Variante 3b

### 5.3 Antrieb

In Kapitel 4.4 wurde eine nominelle Gleitgeschwindigkeit  $\Delta v$ , die durch den Antrieb erzeugt wird, eingeführt. In den Schlupfbeziehungen und damit in den Bewegungsgleichungen geht diese Gleitgeschwindigkeit bezogen auf die Fahrgeschwindigkeit,  $\Delta v/v$ , ein.

In dem linearen Kraftschlussmodell der Stabilitätsgleichungen ist im Gegensatz zu dem Modell der quasistatischen Bogenfahrt keine Sättigung der Kontaktkräfte berücksichtigt. Deshalb gelten die Ergebnisse in diesem Kapitel nur für kleine  $\Delta v/v$ .

In Kapitel 4.5.2 wurden die Beziehungen für die Kraftschlusssättigung angegeben. Wendet man diese Gleichungen auf die Fahrt des Beispielfahrzeuges in der Geraden an, findet man, dass die maximalen Kontaktkräfte bei  $\Delta v/v \approx 0,005$  erreicht werden. Für diese Abschätzung wurden ein Grenzreibwert von 0,4 und die vollen Kalkerkoefizienten ohne Abminderung angesetzt. Die Ergebnisse werden hier für den Bereich  $-0,005 < \Delta v/v < 0,005$  aufgetragen. Da an den Rändern des  $\Delta v/v$ -Bereiches die Kraftschlusssättigung eigentlich berücksichtigt werden muss, ist dort der Gültigkeitsbereich des Modells bereits verlassen, und die Ergebnisse gelten nur mit Einschränkung. Negative Gleitgeschwindigkeiten erzeugen Bremskräfte, und umgekehrt entstehen Zugkräfte durch positive Werte.

Das Dämpfungsmaß  $D_1$  wird in Abhängigkeit von  $\Delta v/v$  und  $v$  aufgetragen. Dabei wurde als Konizität zum einen die Untergrenze des betrachteten Bereiches,  $\lambda = 0,05$ , und zum anderen die Obergrenze,  $\lambda = 0,5$ , angesetzt.

Die Ergebnisse für Variante 1b sind in Bild 5.3.1 und 5.3.2, für Variante 2b in Bild 5.3.3 und 5.3.4 sowie für Variante 3b in Bild 5.3.5 und 5.3.6 dargestellt.

In allen Diagrammen ist erkennbar, dass die Stabilität mit positivem  $\Delta v/v$  zunimmt und mit negativen Werten abnimmt. Diese Abhängigkeit ist für die kleine Konizität etwas stärker als für die große. Bis zu der Höchstgeschwindigkeit 80 km/h ist in allen Fällen die Stabilität ausreichend.

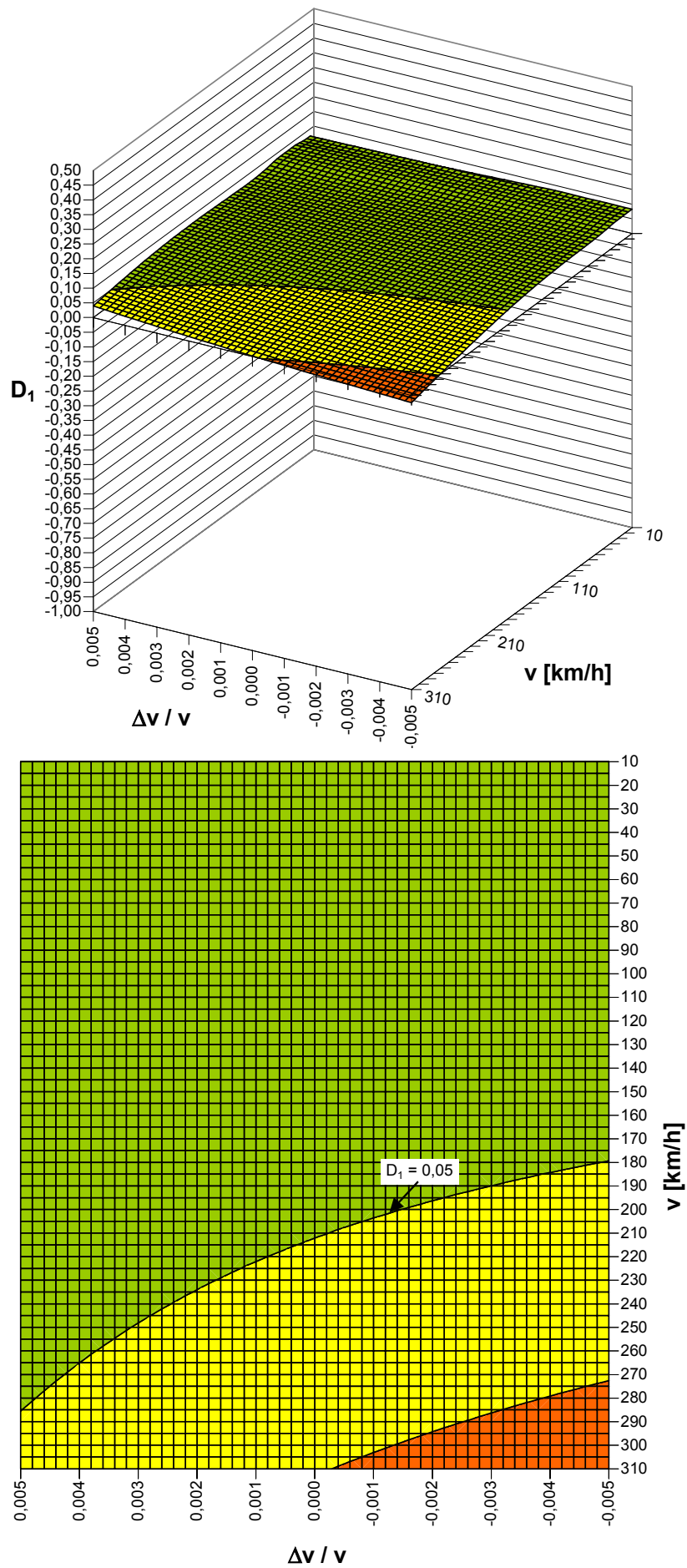


Bild 5.3.1: Dämpfungsmaß  $D_1(\Delta v/v, v)$ , Variante 1b,  $\lambda = 0,05$

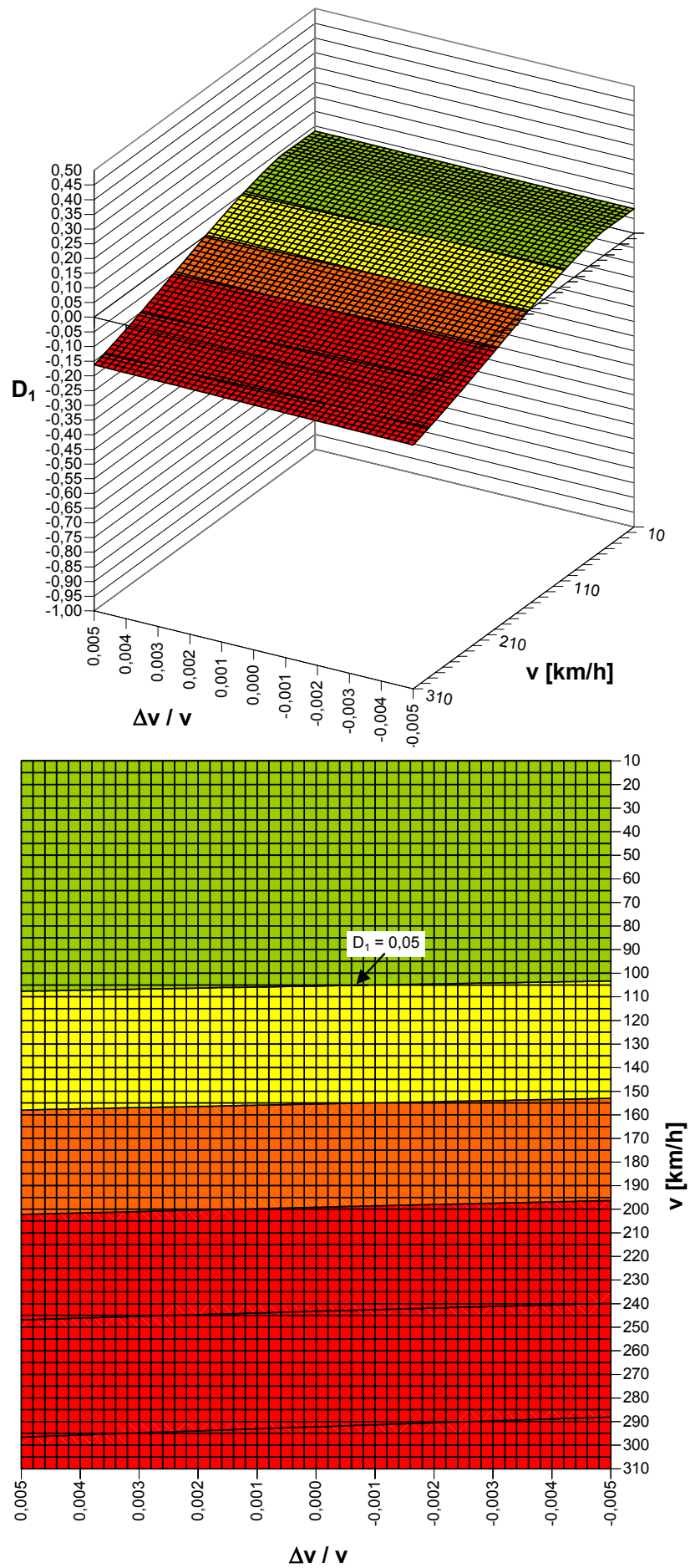


Bild 5.3.2: Dämpfungsmaß  $D_1(\Delta v/v, v)$ , Variante 1b,  $\lambda = 0,5$

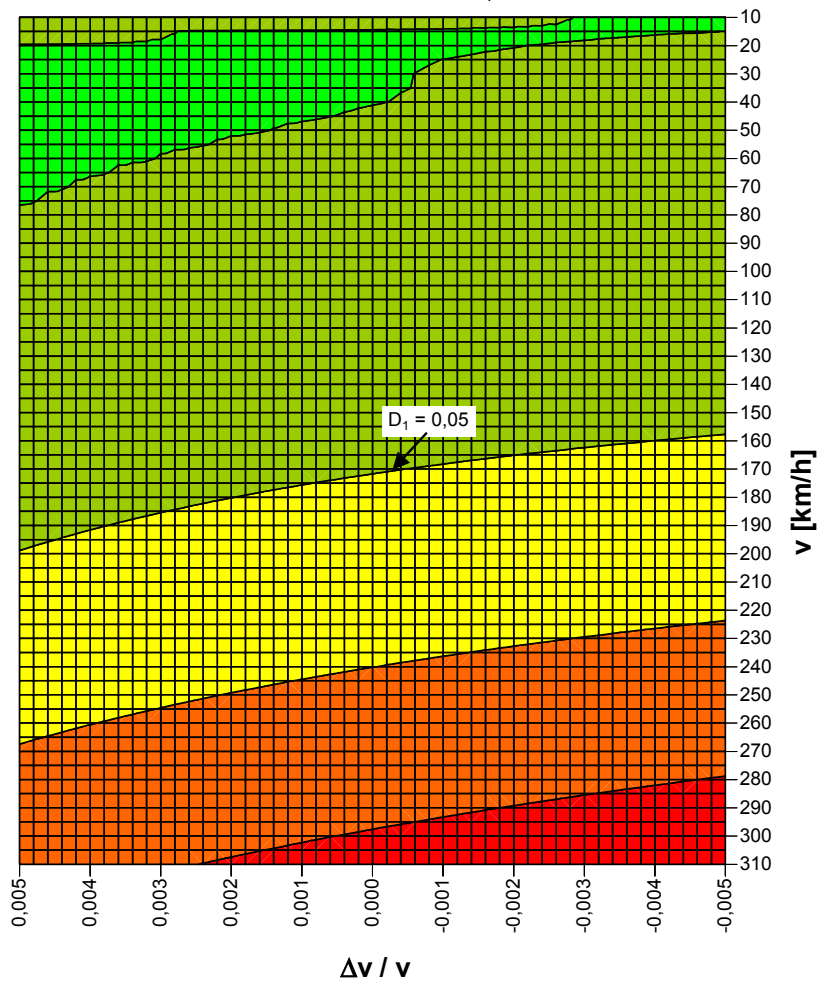
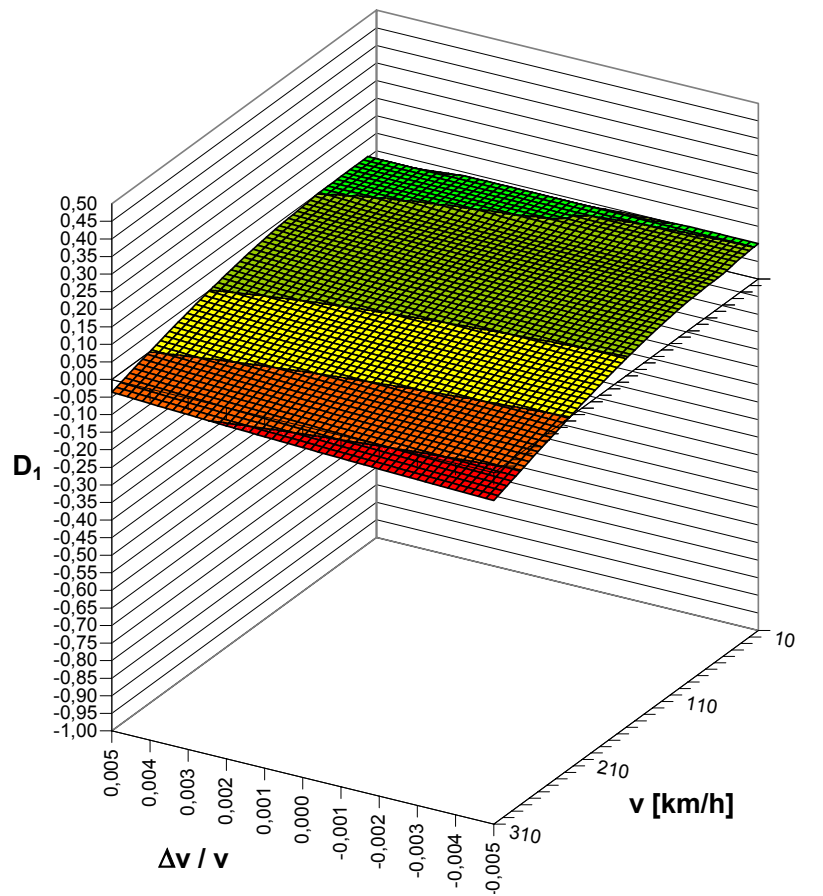


Bild 5.3.3: Dämpfungsmaß  $D_1(\Delta v/v, v)$ , Variante 2b,  $\lambda = 0,05$



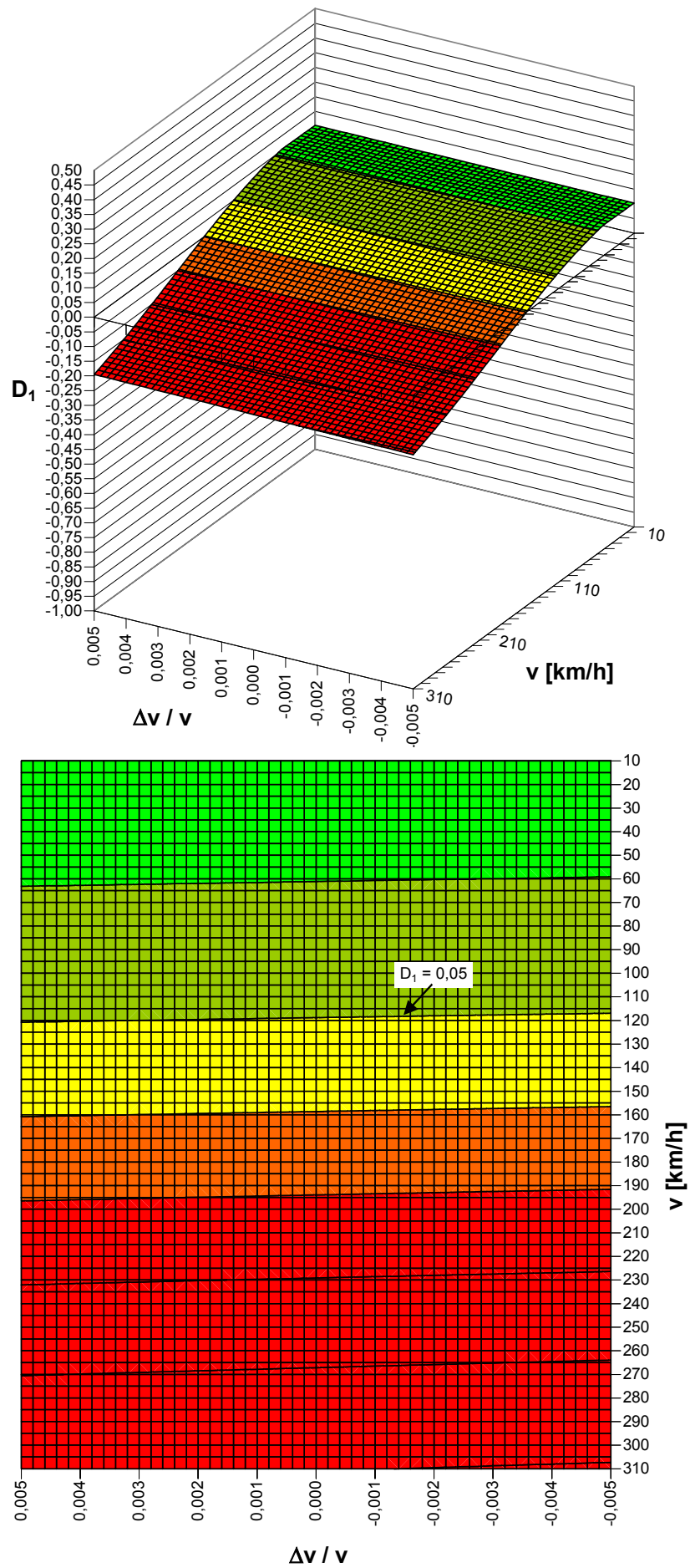


Bild 5.3.4: Dämpfungsmaß  $D_1(\Delta v/v, v)$ , Variante 2b,  $\lambda = 0,5$

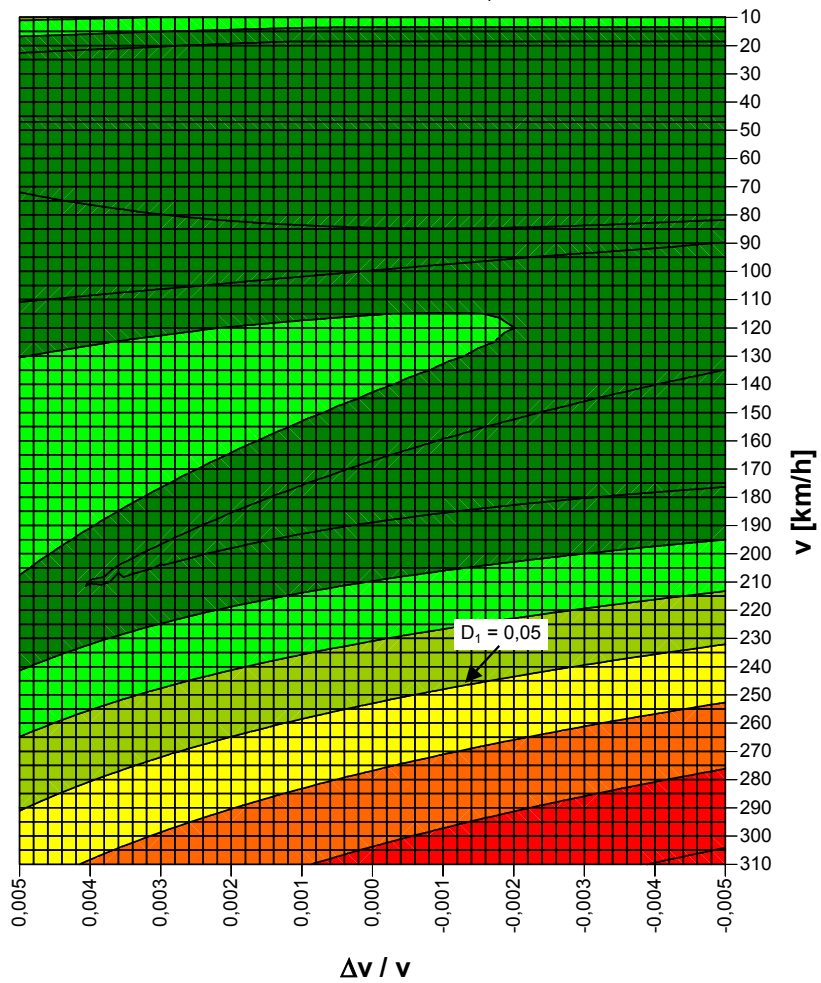
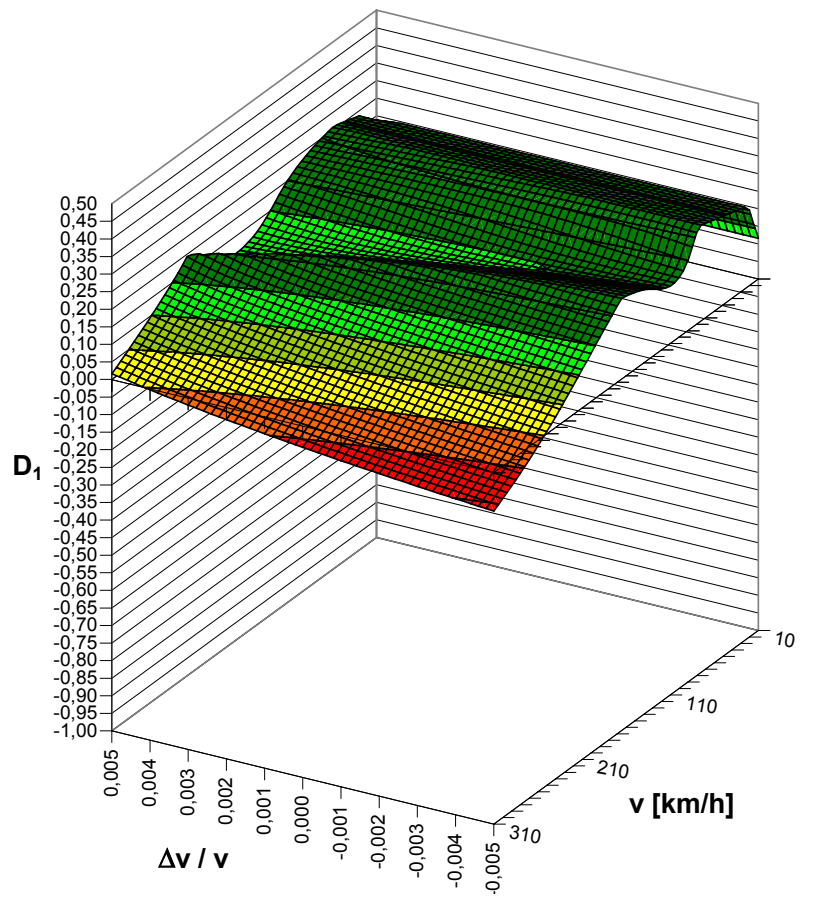


Bild 5.3.5: Dämpfungsmaß  $D_1(\Delta v/v, v)$ , Variante 3b,  $\lambda = 0,05$

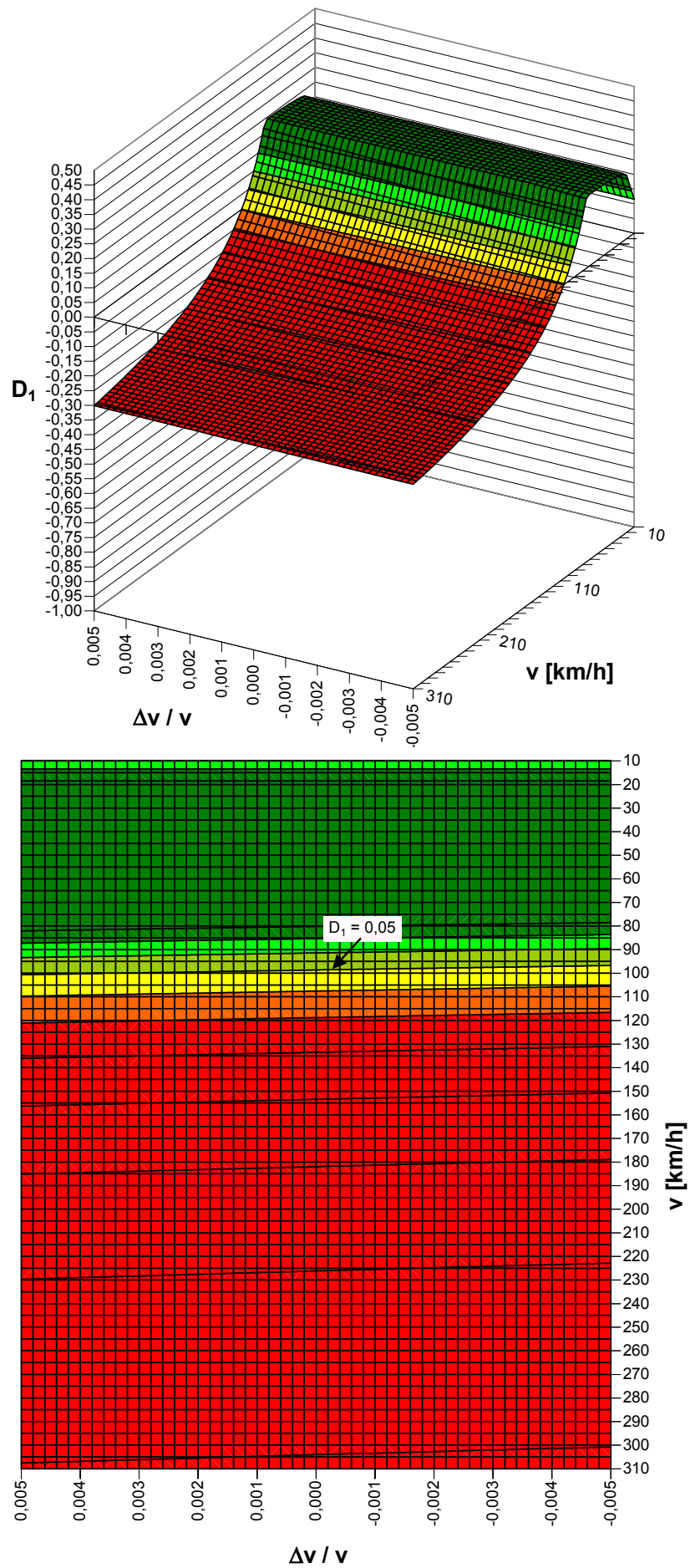


Bild 5.3.6: Dämpfungsmaß  $D_1(\Delta v/v, v)$ , Variante 3b,  $\lambda = 0,5$

## 5.4 Abgeminderte Kalkerkoeffizienten

Wenn man reale Reibkräfte im Rad-Schiene-Kontakt misst, stellt man fest, dass die Steigung der Kraftschlusskurve um den Ursprung, Schlupf gleich null, unterschiedliche Werte annehmen kann. Dabei stellt die Steigung, die mit dem linearen Kontaktkraftgesetz des Kapitels 4.5.1 berechnet wird, eine obere Grenze dar. Dieser Effekt kann dadurch berücksichtigt werden, dass die Kalkerkoeffizienten mit einem Abminderungsfaktor  $f_{ak} < 1$  multipliziert werden. In Gleichung (4.5.1) werden die Koeffizienten  $f_{mn}$  ersetzt durch

$$f'_{mn} = f_{ak} \cdot f_{mn} . \quad (5.4.1)$$

Der Einfluss des Abminderungsfaktors wird anhand der drei Varianten 1b, 2b und 3b, siehe Kapitel 5.1.2, untersucht. In den Bildern 5.4.1 bis 5.4.3 sind die Konizitäts-Geschwindigkeits-Diagramme dargestellt. Der Abminderungsfaktor wurde zu  $f_{ak} = 0,5$  gewählt. Als erstes Ergebniss kann festgestellt werden, dass die Stabilitätsbedingung  $D_1 > 0,05$  in dem Bereich  $0,05 < \lambda < 0,5$  und  $20 \text{ km/h} < v < 80 \text{ km/h}$  in allen Fällen eingehalten wird. Um den Einfluss deutlicher zu machen, werden die Veränderungen gegenüber dem Zustand  $f_{ak} = 1$  betrachtet. In den Diagrammen 5.4.4 bis 5.5.6 ist die Differenz der Dämpfungsmaße

$$\Delta D_1 = D_1(f_{ak} = 0,5) - D_1(f_{ak} = 1) \quad (5.4.2)$$

dargestellt. Man erkennt Bereiche, in denen das Dämpfungsmaß größer ist (grün), als auch Bereiche in denen die Dämpfungsmaß kleiner ist (rot).

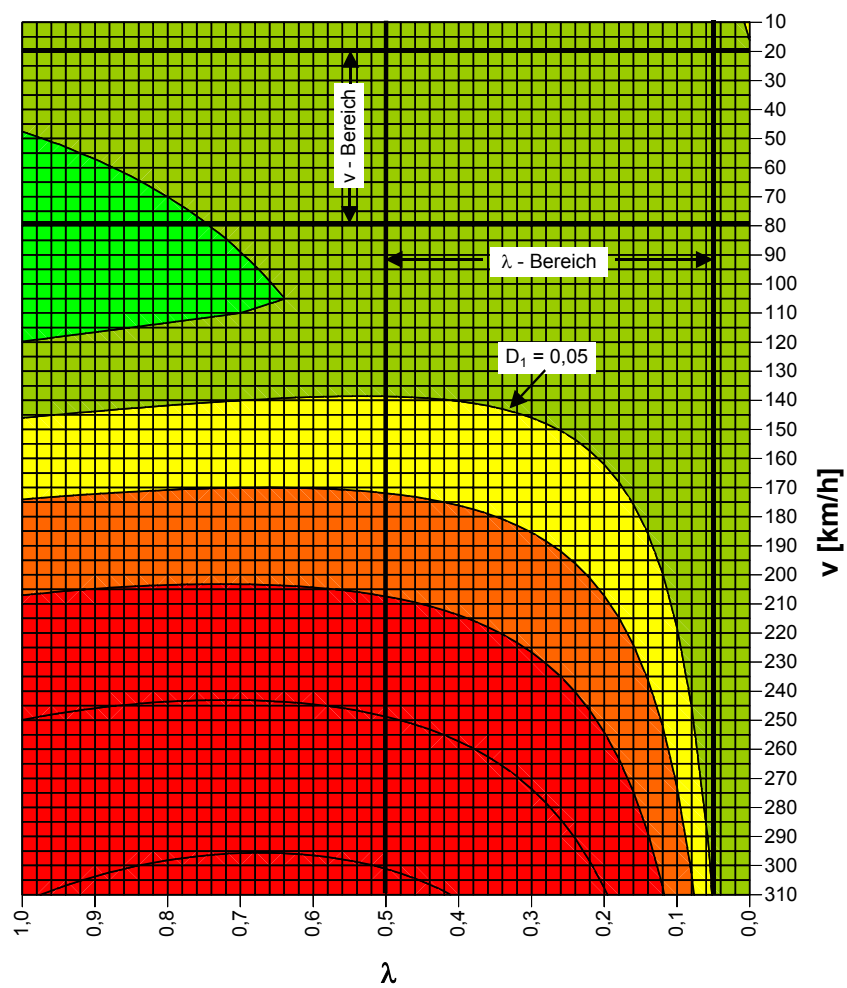
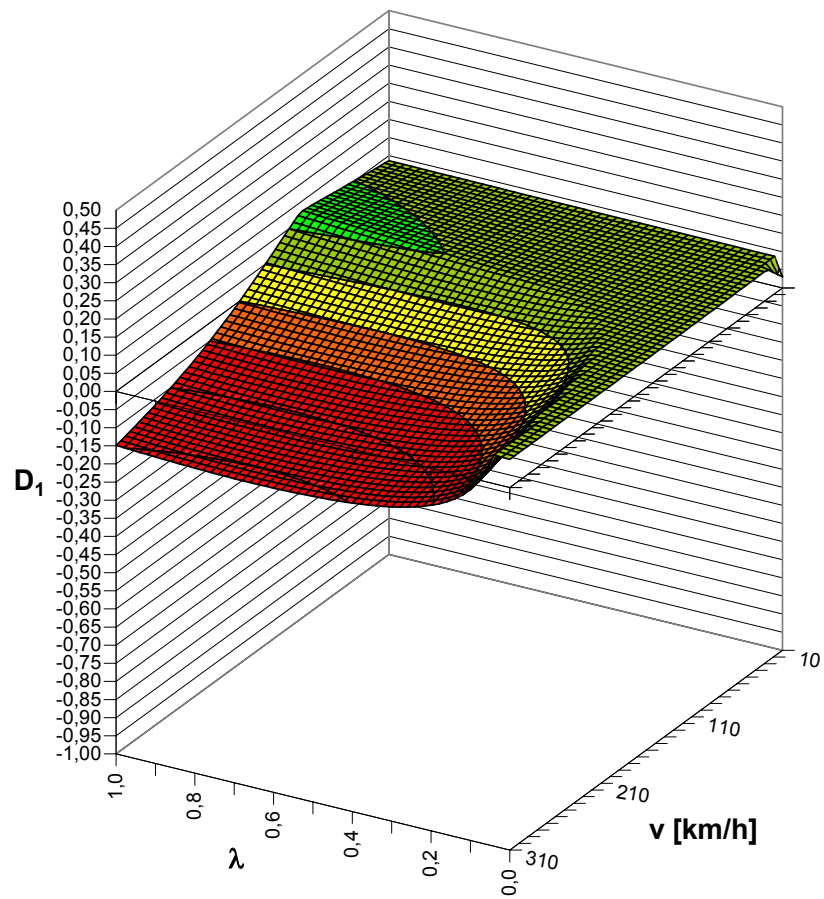


Bild 5.4.1: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 1b,  $f_{aK} = 0,5$

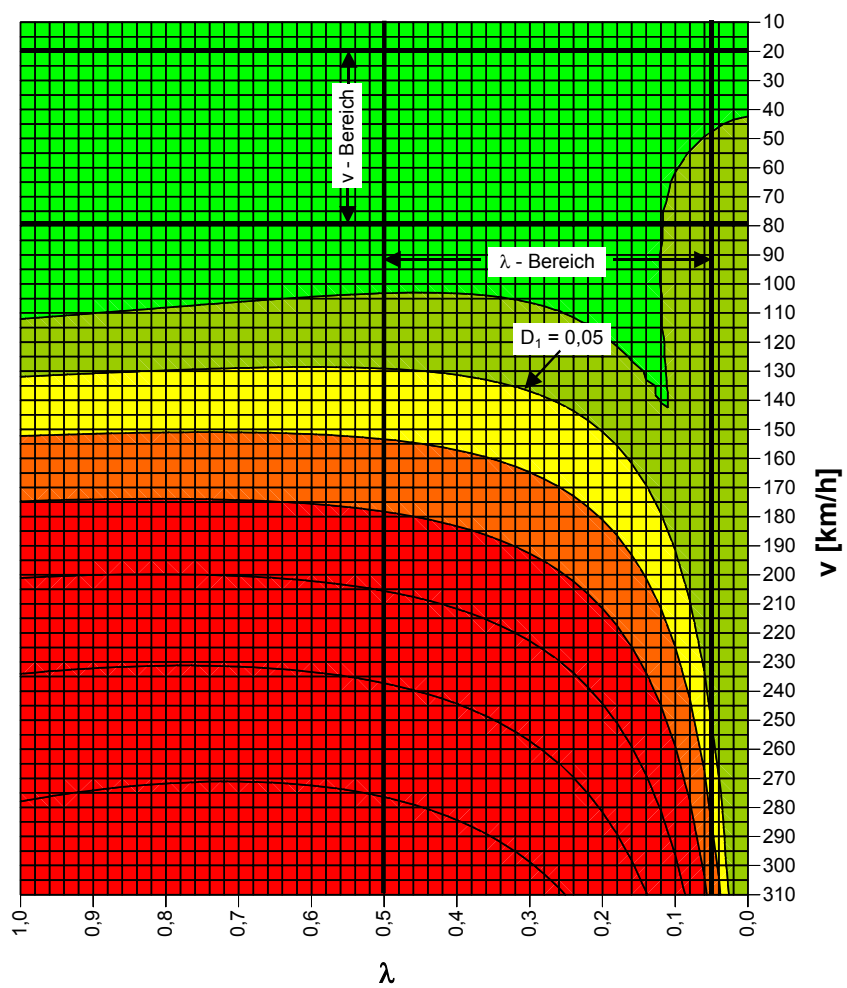
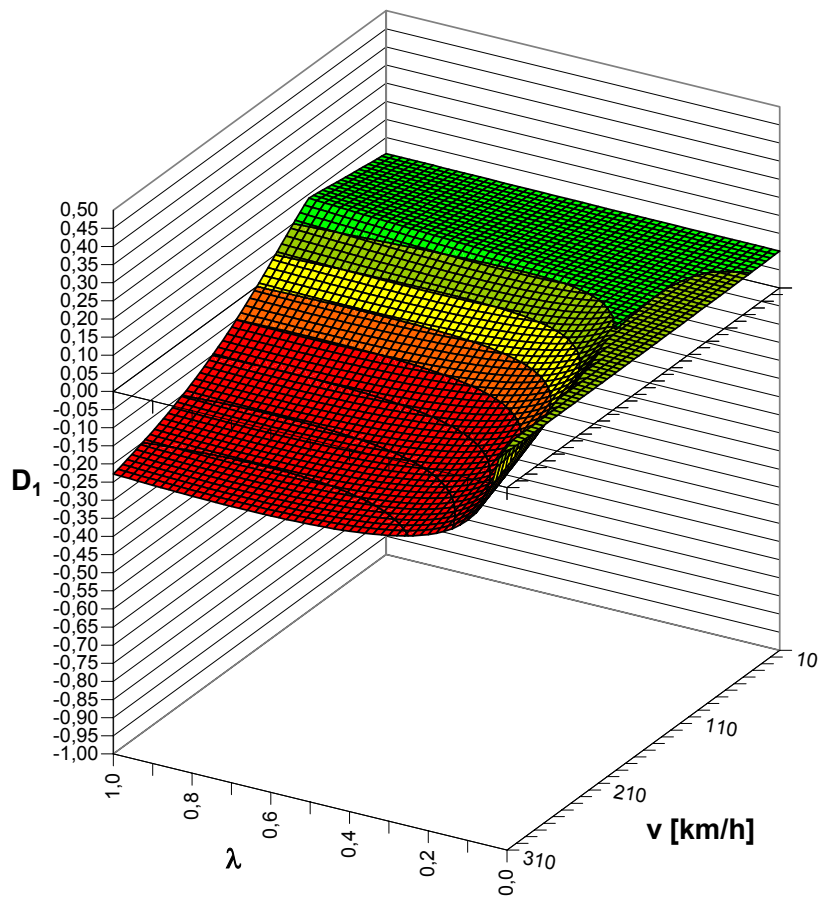


Bild 5.4.2: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 2b,  $f_{aK} = 0,5$

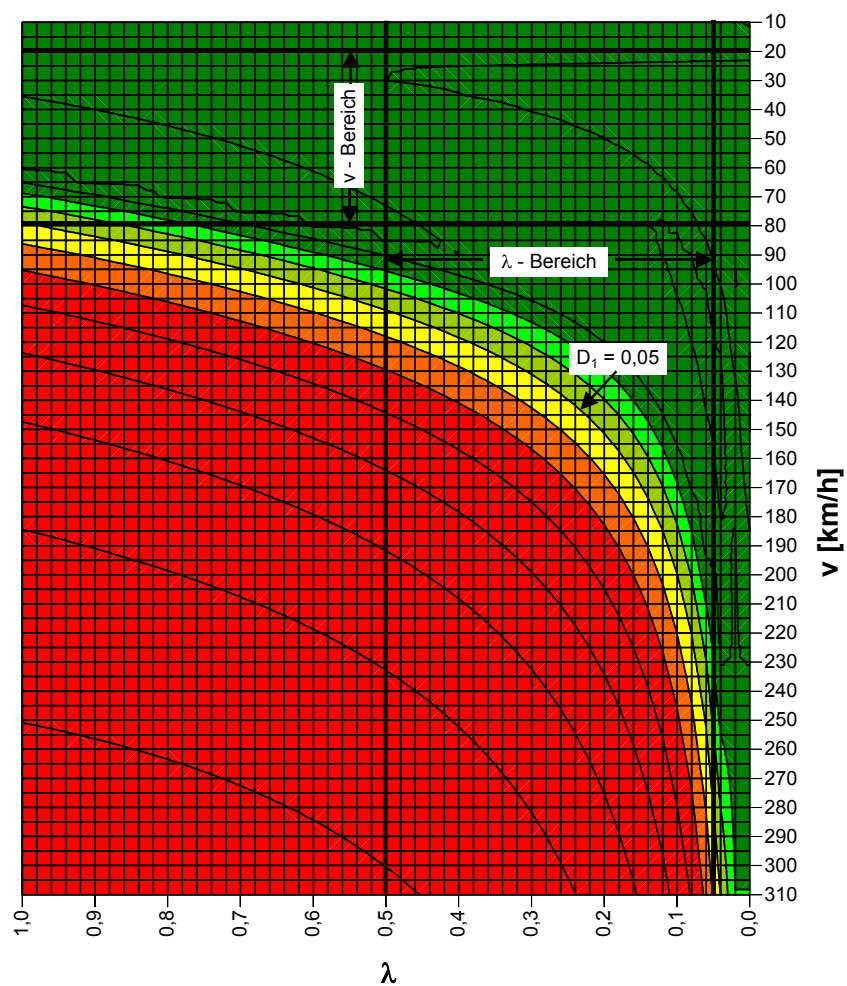
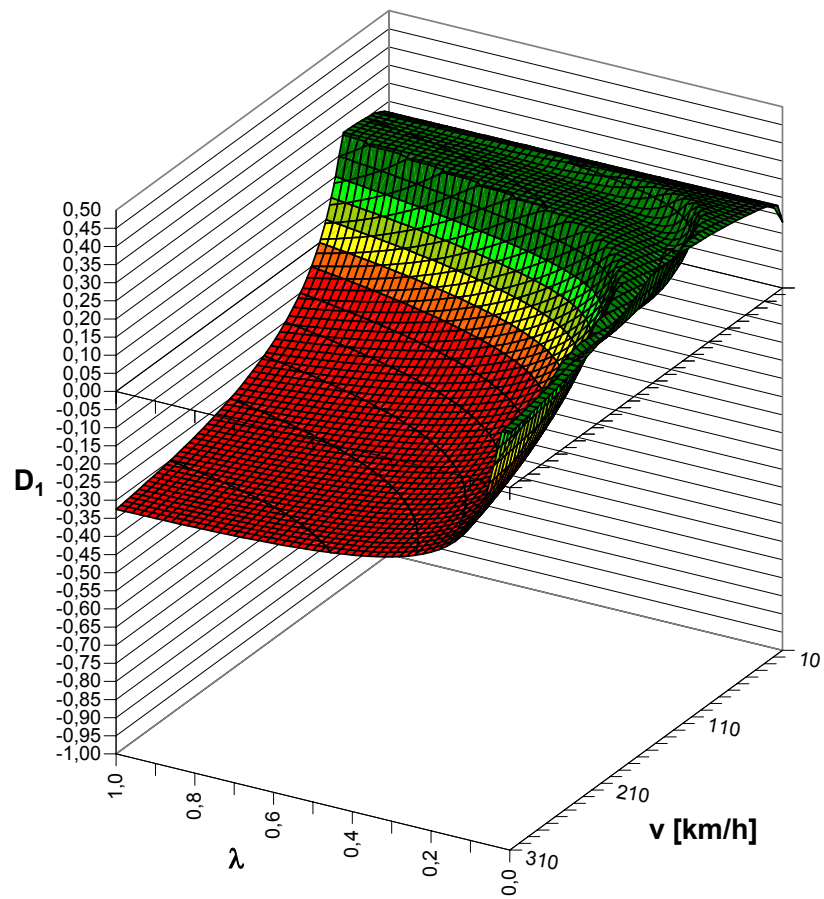


Bild 5.4.3: Dämpfungsmaß  $D_1(\lambda, v)$ , Variante 3b,  $f_{aK} = 0,5$

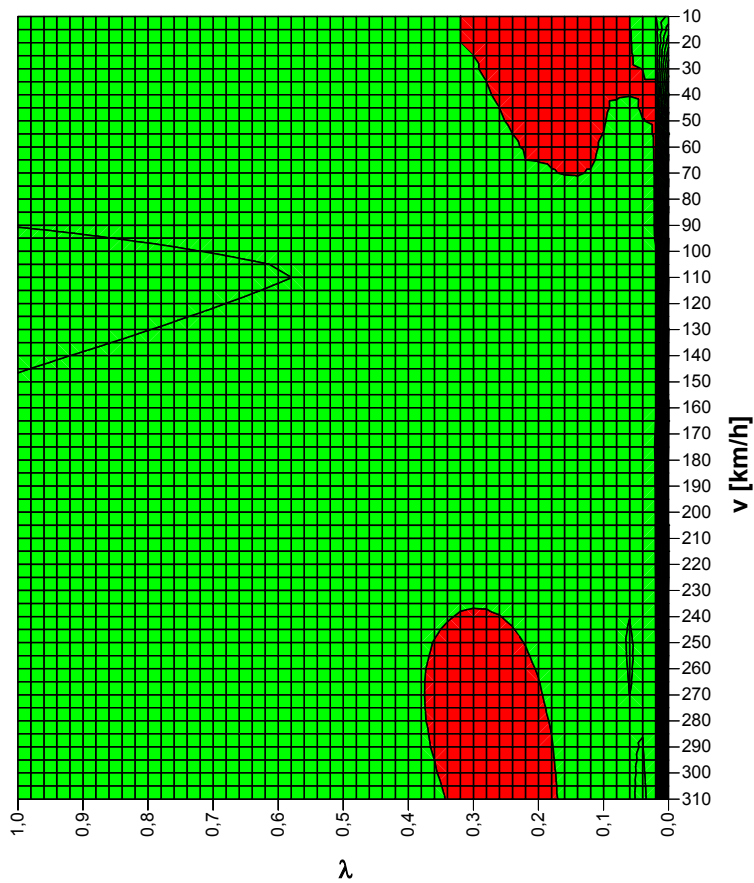


Bild 5.4.4: Dämpfungsmaß-Differenz  $\Delta D_1(\lambda, v)$ , Variante 1b,  $f_{aK} = 0,5$   
grün:  $\Delta D_1 > 0$ , rot:  $\Delta D_1 < 0$

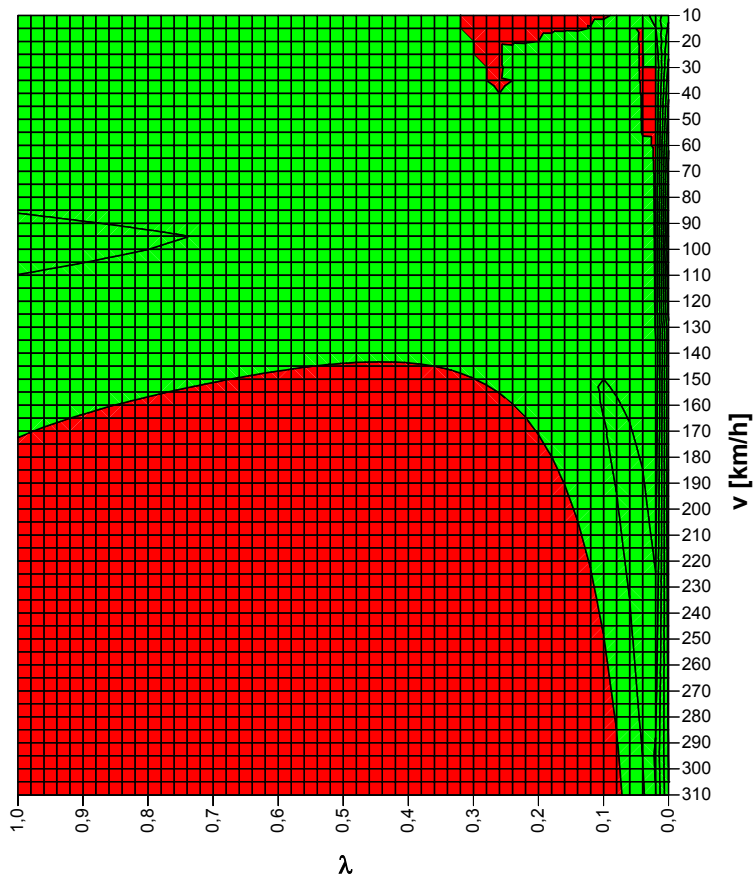


Bild 5.4.5: Dämpfungsmaß-Differenz  $\Delta D_1(\lambda, v)$ , Variante 2b,  $f_{aK} = 0,5$   
grün:  $\Delta D_1 > 0$ , rot:  $\Delta D_1 < 0$



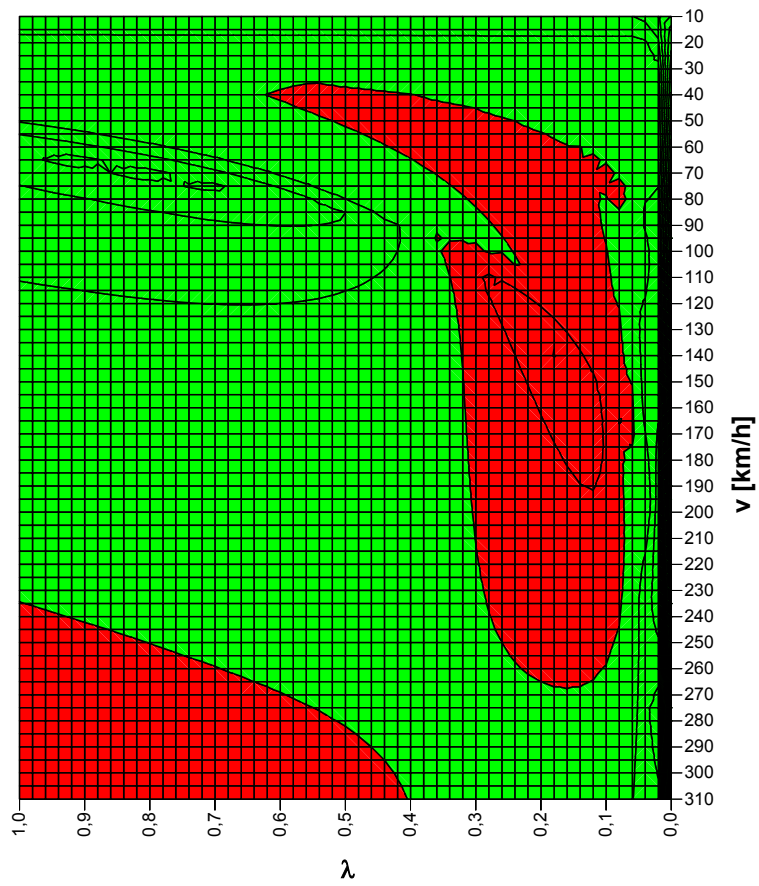


Bild 5.4.6: Dämpfungsmaß-Differenz  $\Delta D_1(\lambda, v)$ , Variante 3b,  $f_{ak} = 0,5$   
 grün:  $\Delta D_1 > 0$ , rot:  $\Delta D_1 < 0$

## 5.5 Eigenformen

In diesem Kapitel werden die Eigenwerte nach Gleichung (4.6.20) und die Eigenvektoren nach Gleichung (4.6.22) näher untersucht.

Die Eigenwerte werden in der komplexen Zahlenebene aufgetragen. Sie sind symmetrisch bezüglich der Abszisse, deshalb reicht die Darstellung einer Halbebene. Stabile Eigenwerte weisen einen negativen Realteil auf.

Die Ergebnisse werden wieder für die Varianten 1b, 2b und 3b angegeben. In Bild 5.5.1, 5.5.4 und 5.5.7 sind die Eigenwerte für die eine Grenzkonizität 0,05 und in Bild 5.5.2, 5.5.5 und 5.5.8 für die andere Grenzkonizität 0,5 in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit aufgetragen. Sie durchläuft die Werte von 10 km/h (Symbol Raute) bis 310 km/h (Symbol Quadrat) in Stufen von 5 km/h. Die Nummern der Eigenwerte bzw. Eigenvektoren mit dem jeweils geringsten Dämpfungsmaß sind für die Geschwindigkeit 80 km/h angegeben. (Die Nummerierung ist willkürlich, sie entspricht der Reihenfolge im Programmausdruck.) Bild 5.5.3, 5.5.6 und 5.5.9 zeigen die Eigenwerte für die konstante Geschwindigkeit  $v = 80$  km/h in Abhängigkeit von der Konizität. Sie durchläuft die Werte von 0 (Symbol Raute) bis 1 (Symbol Quadrat) in Stufen von 0,05.

In der Tabelle 5.5.1 sind die Eigenwerte mit dem jeweils geringsten Dämpfungsmaß zusammengestellt. In allen Fällen beträgt die Geschwindigkeit 80 km/h.

Da die Steifigkeitsmatrix **C** und die Dämpfungsmatrix **D** unsymmetrisch sind, unterscheiden sich die Links- und Rechtseigenvektoren [39]. Im Anhang A.4 sind die Rechtseigenvektoren als Zeigerdiagramme dargestellt.

Die Eigenvektoren geben an, welche Freiheitsgrade an der Bewegung beteiligt sind. Der Wellenlauf ist im Idealfall durch eine Phasenverschiebung von  $90^\circ$  zwischen Quer- und Wendebewegung eines Radsatzes gekennzeichnet. Durch die Kopplung der Radsätze untereinander und mit dem Fahrzeugkasten tritt dieser Idealzustand nicht oder nur angenähert auf. Die Eigenwerte, die den Wellenlauf der Radsätze repräsentieren, zeigen nicht nur eine deutliche Abhängigkeit von der Geschwindigkeit, sondern auch von der Konizität.

Die Eigenwerte mit der geringsten Dämpfung sind der Wellenlauf der Radsätze und das Wanken des Fahrzeugkastens. In den Varianten 1b und 2b ist das Rollen des Fahrzeugkastens vom Querschwingen entkoppelt. In der Variante 3b sind die beiden Bewegungen gekoppelt und treten als Wanken um den oberen und unteren Wankpol auf.

Variante	$\lambda$	Eigenwert Nr.	Rest- dämpfung $D_1$	Gedämpfte Eigenfrequenz $f$ [Hz]	Bewegungsform
1b	0,05	11	0,070	1,08	Wellenlauf Bild A.4.1
		6	0,081	17,36	Wanken (Rollen) Bild A.4.2
	0,5	10	0,070	3,61	Wellenlauf Bild A.4.3
		6	0,086	17,29	Wanken (Rollen) Bild A.4.4
2b	0,05	11	0,087	1,12	Wellenlauf Bild A.4.5
		7	0,100	17,34	Wanken (Rollen) Bild A.4.6
	0,5	11	0,087	3,68	Wellenlauf Bild A.4.7
		7	0,106	17,26	Wanken (Rollen) Bild A.4.8
3b	0,05	15	0,259	0,62	Querschwingen, Wellenlauf Bild A.4.9
		9	0,277	8,10	Wanken um oberen Wankpol Bild A.4.10
		13	0,281	0,94	Wanken um unteren Wankpol Bild A.4.11
	0,5	11	0,201	3,56	Wellenlauf Bild A.4.12
		15	0,244	0,96	Wanken um unteren Wankpol Bild A.4.13
		9	0,268	8,10	Wanken um oberen Wankpol Bild A.4.14

Tabelle 5.5.1: Eigenwerte mit der geringsten Dämpfung,  $v = 80$  km/h

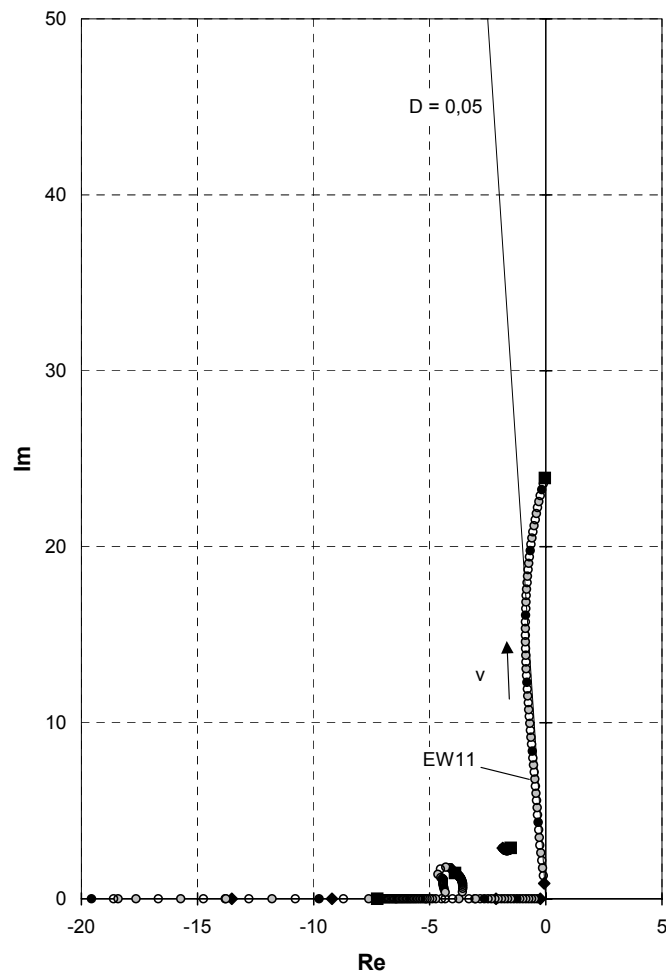
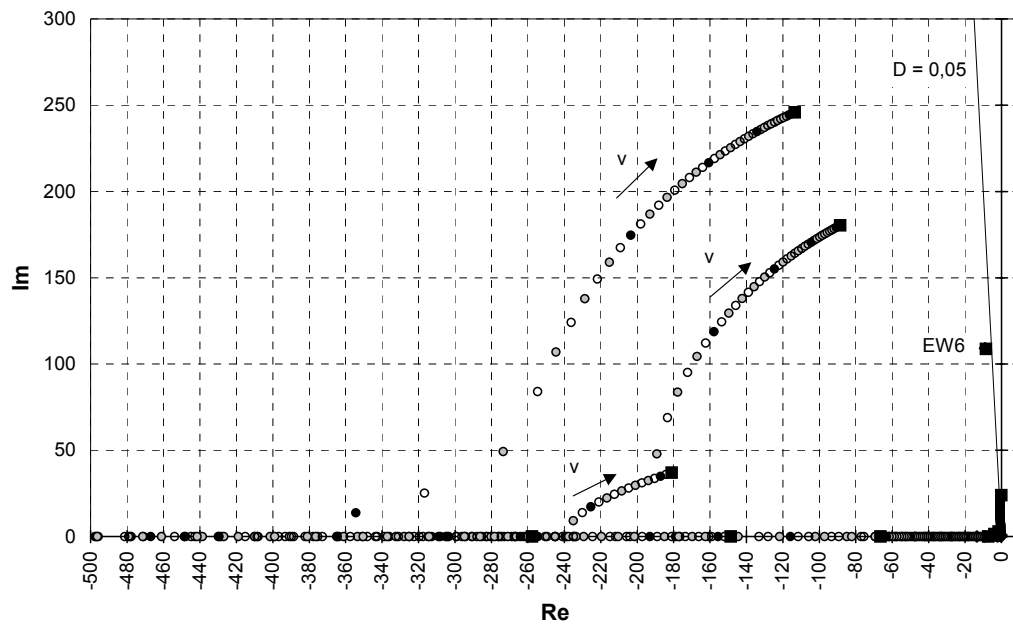


Bild 5.5.1: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(v)$ , Variante 1b,  $\lambda = 0,05$

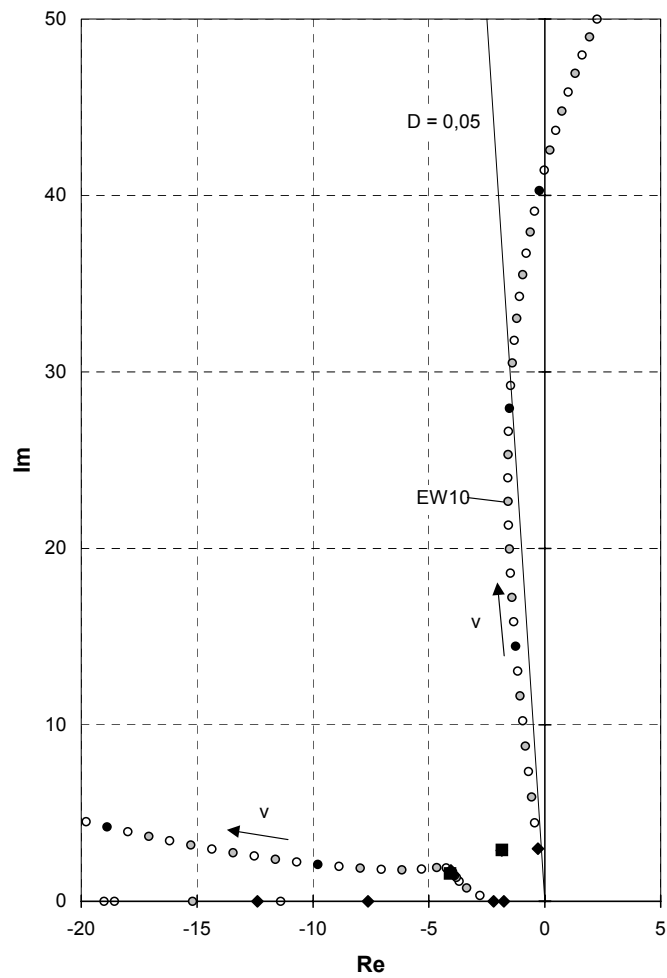
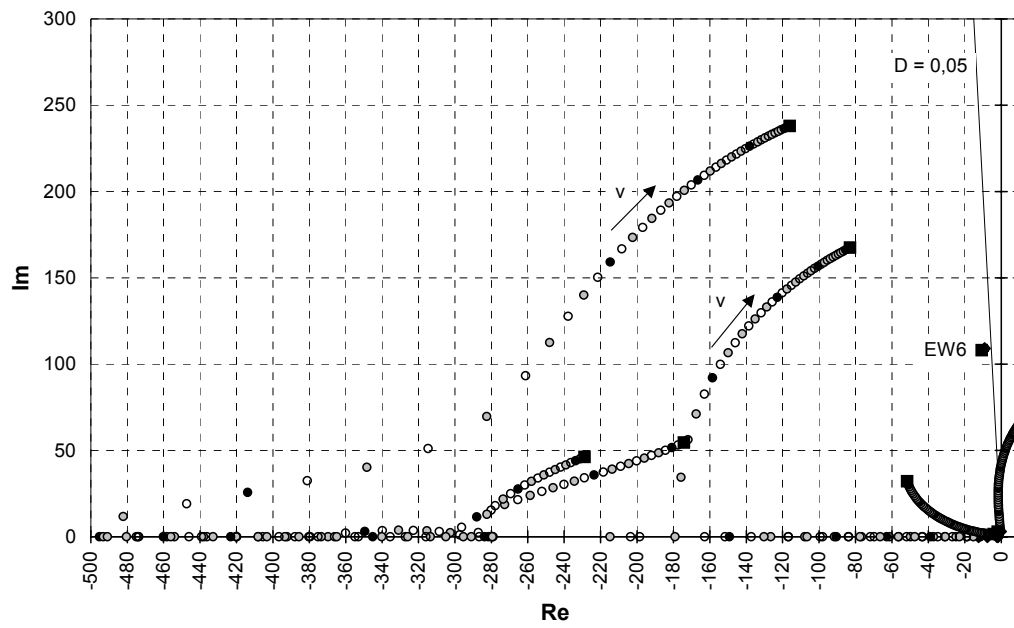


Bild 5.5.2: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(v)$ , Variante 1b,  $\lambda = 0,5$

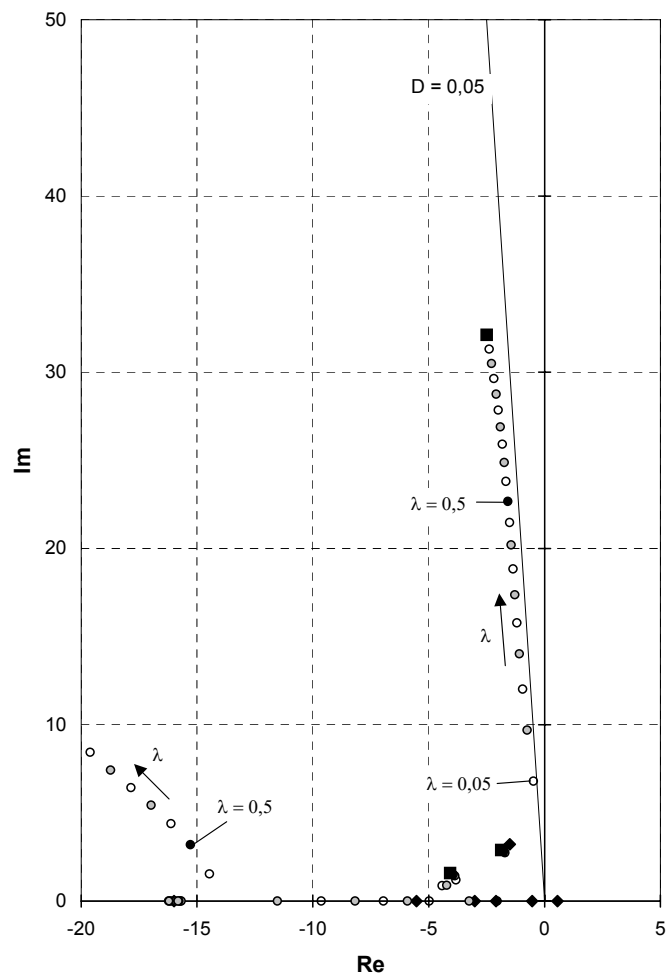
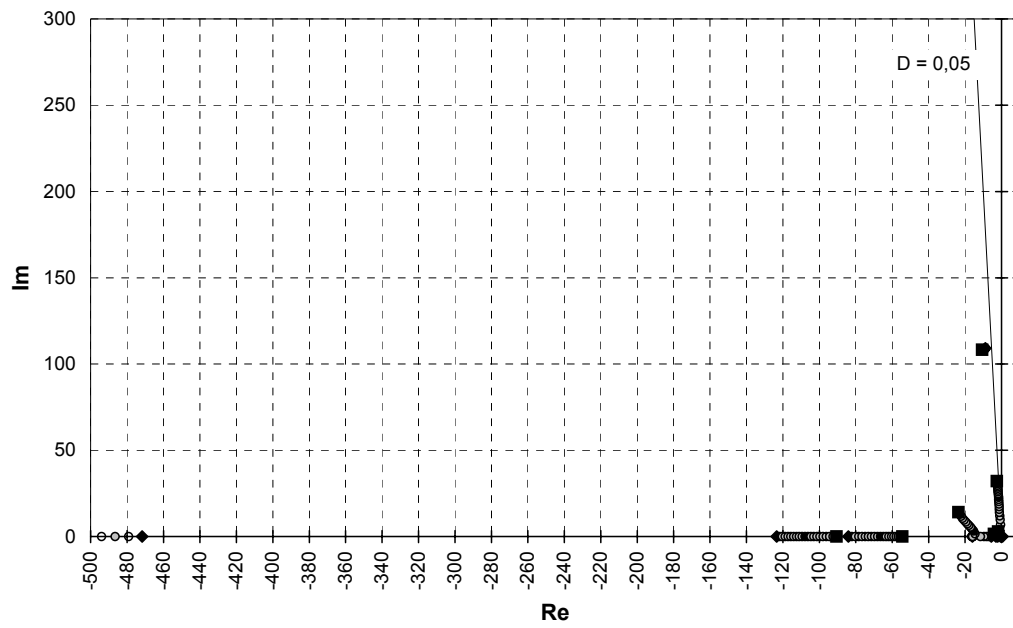


Bild 5.5.3: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(\lambda)$ , Variante 1b,  $v = 80 \text{ km/h}$

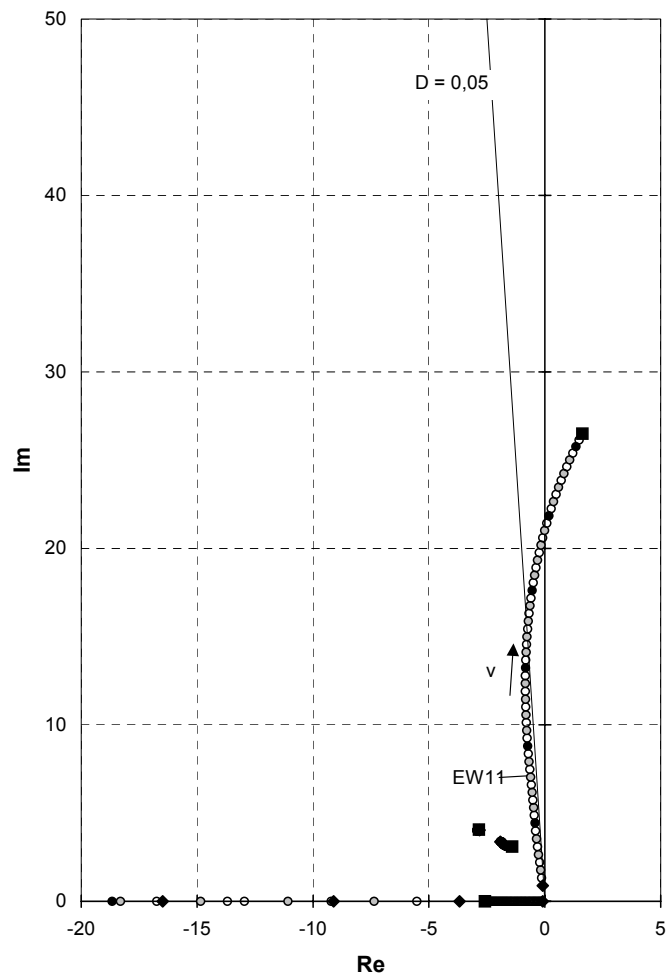
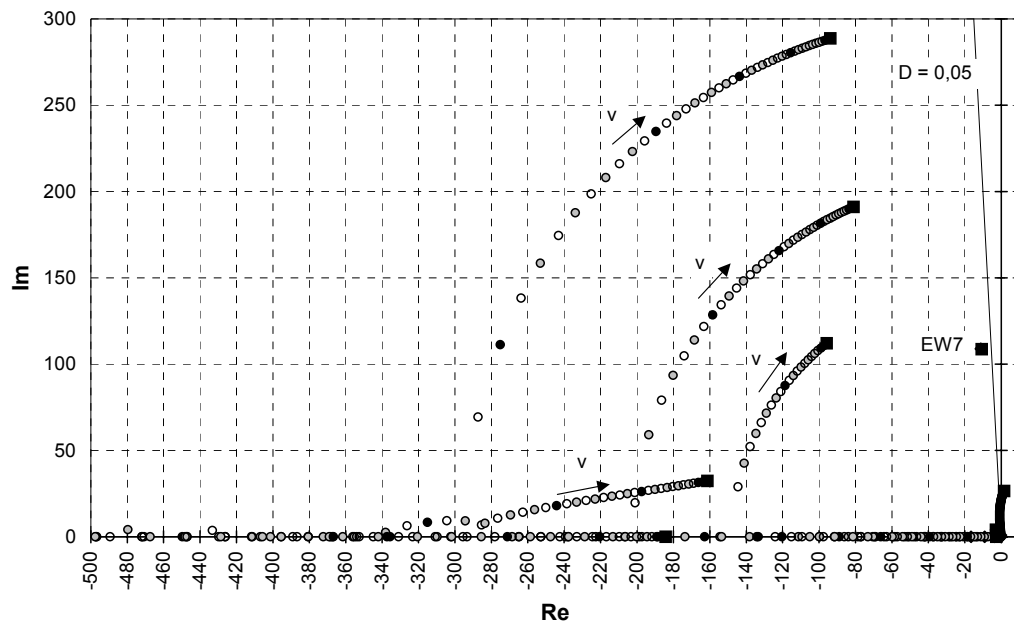


Bild 5.5.4: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(v)$ , Variante 2b,  $\lambda = 0,05$

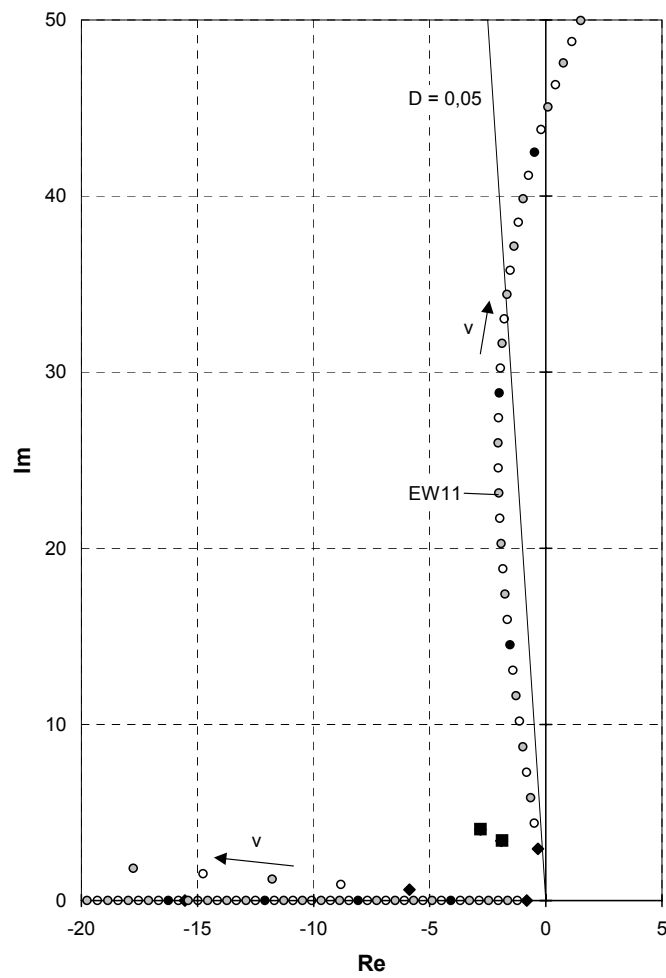
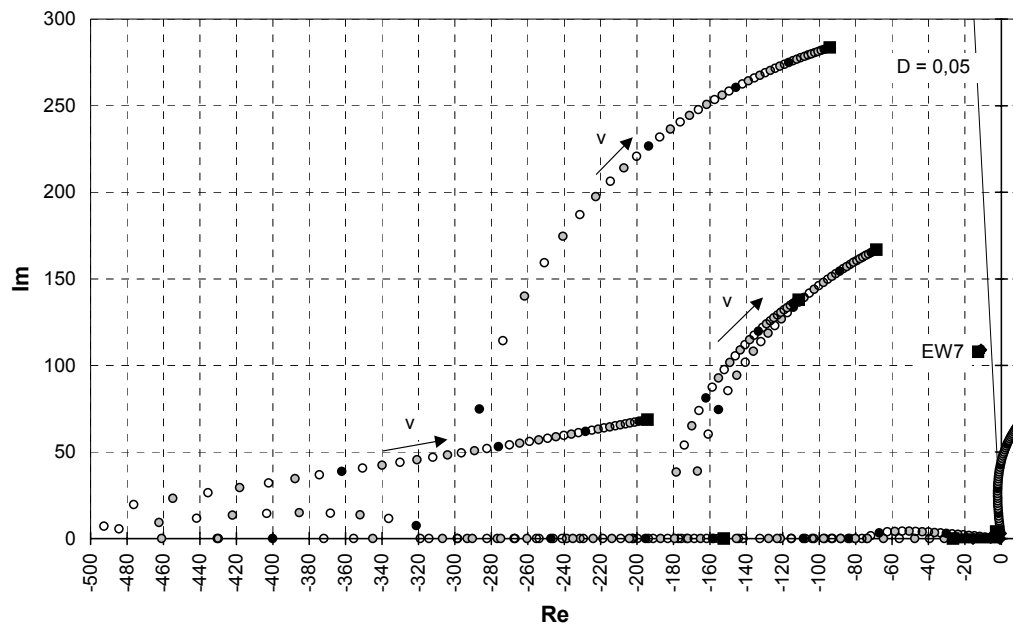


Bild 5.5.5: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(v)$ , Variante 2b,  $\lambda = 0,5$



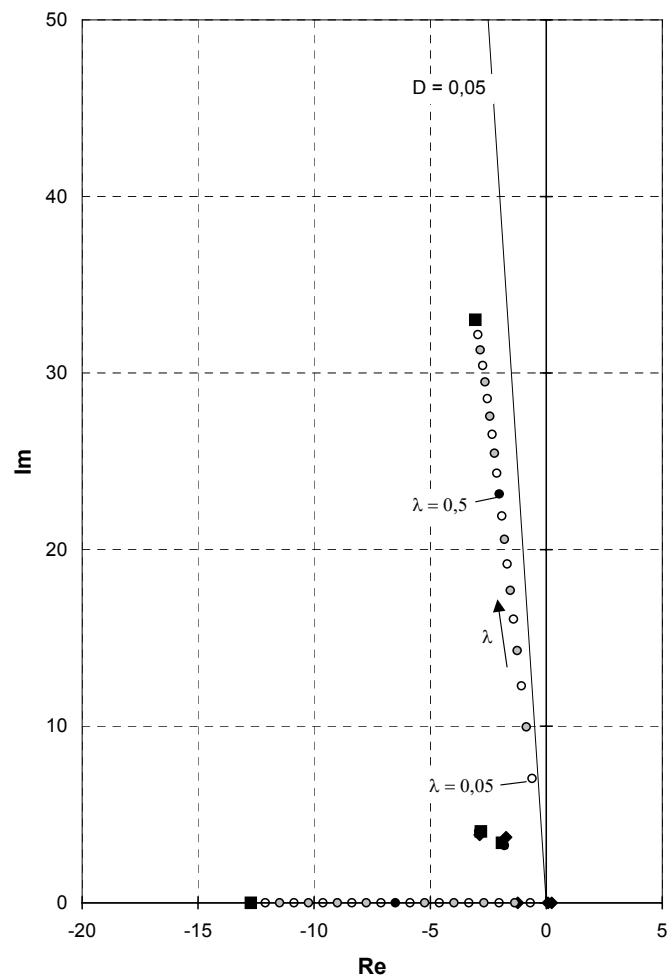
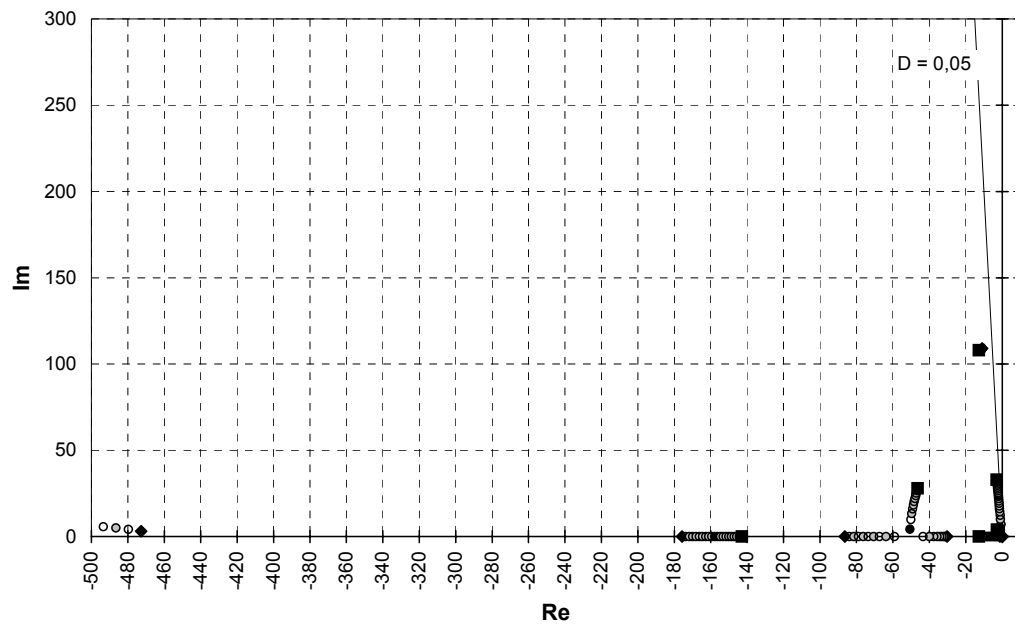


Bild 5.5.6: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(\lambda)$ , Variante 2b,  $v = 80$  km/h

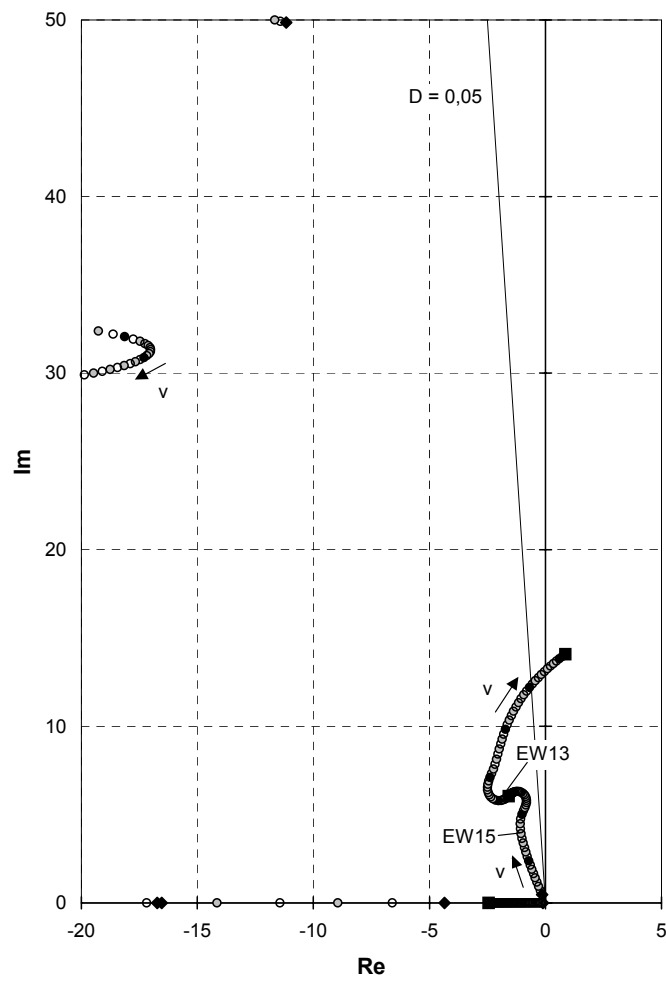
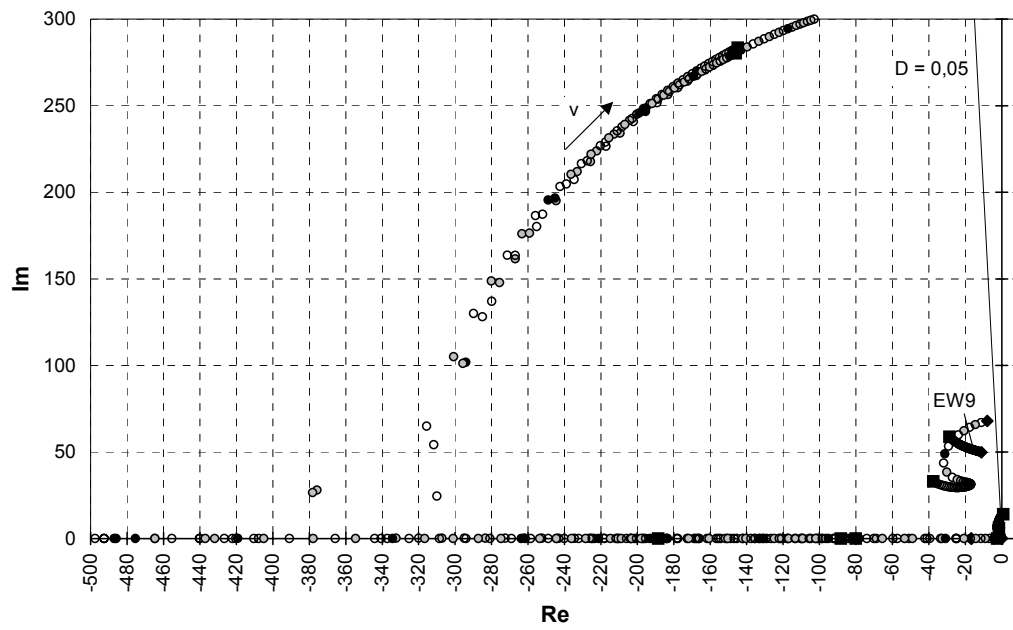


Bild 5.5.7: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(v)$ , Variante 3b,  $\lambda = 0,05$

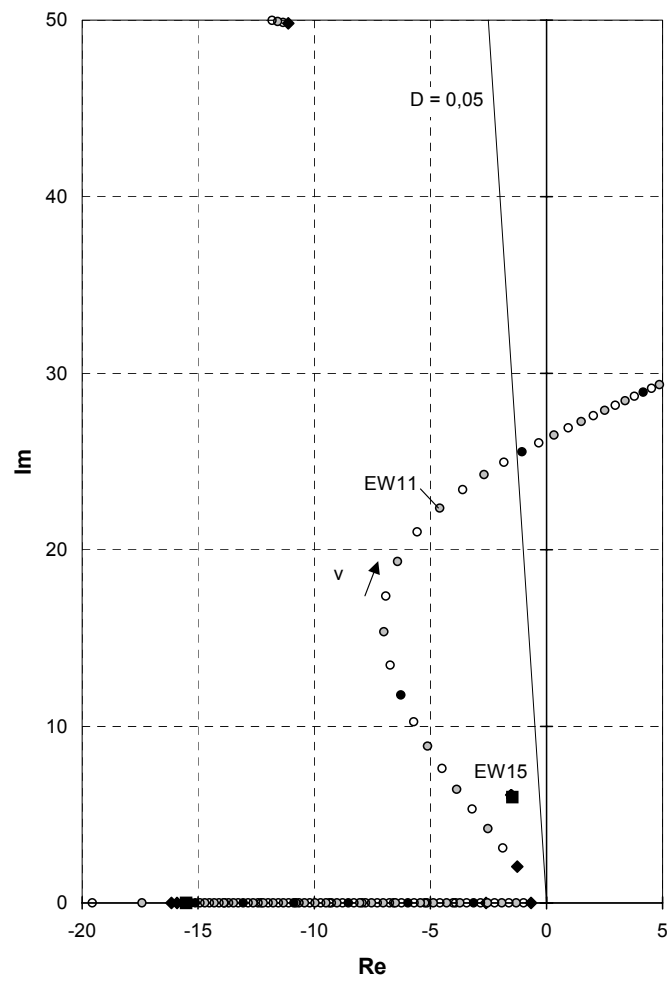
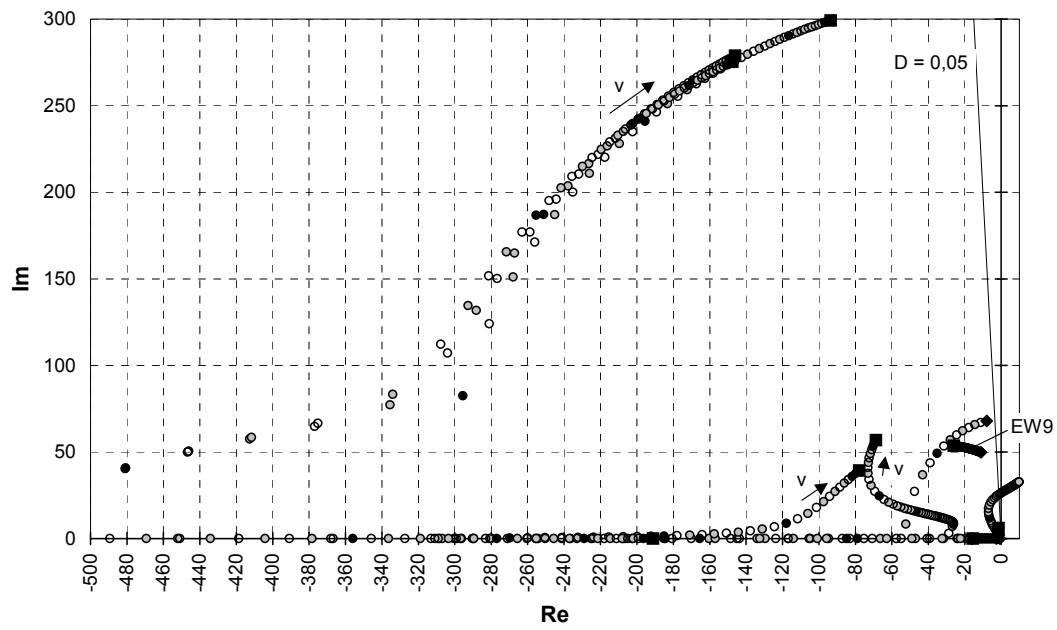


Bild 5.5.8: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(v)$ , Variante 3b,  $\lambda = 0,5$

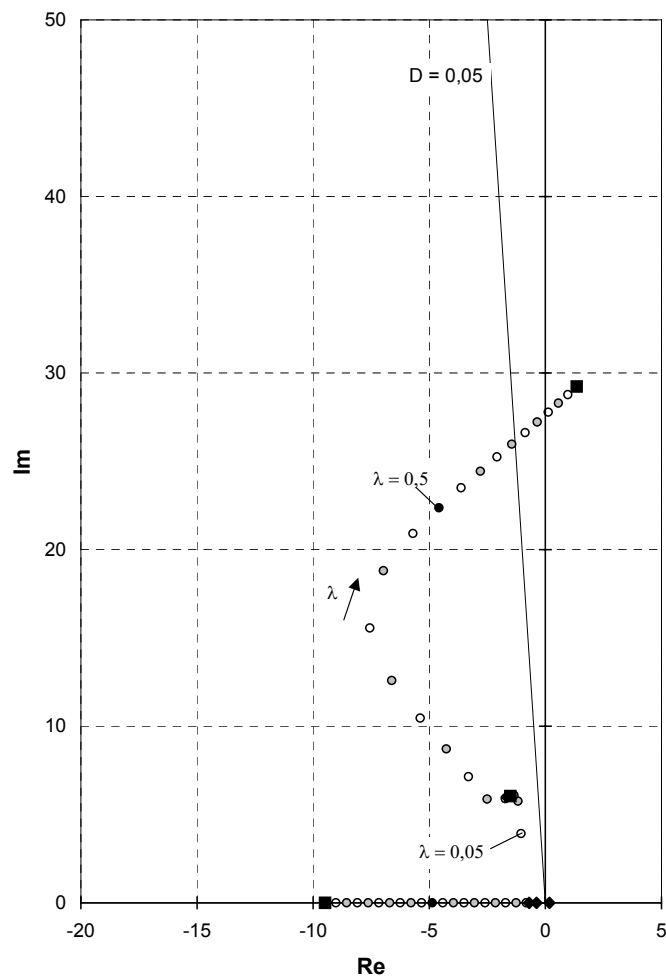
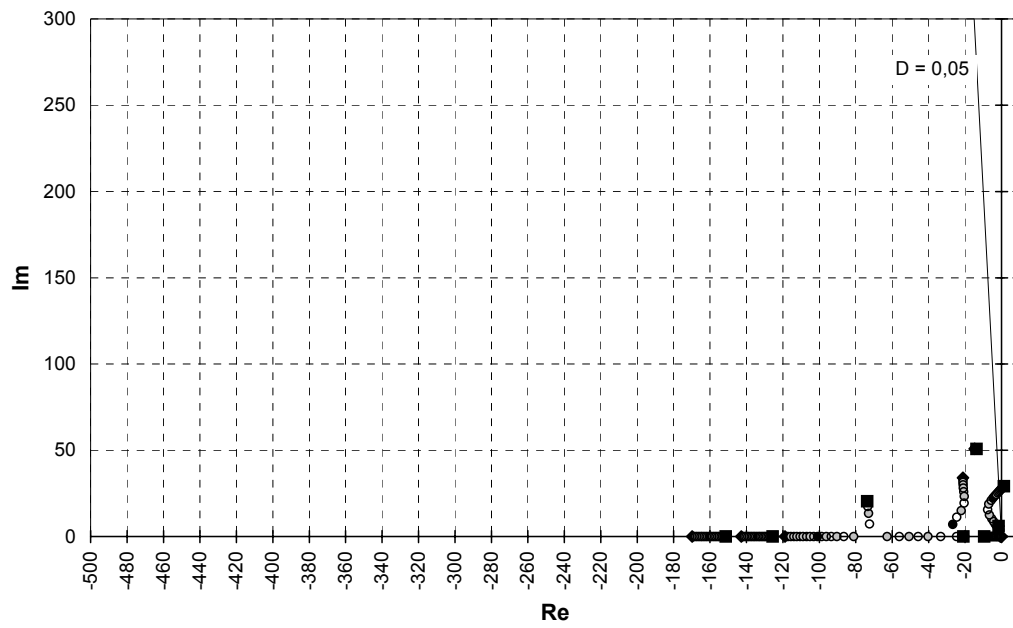


Bild 5.5.9: Eigenwerte  $\lambda_{EW}(\lambda)$ , Variante 3b,  $v = 80$  km/h

## 5.6 Schlussfolgerungen

Das in Kapitel 5.1 vorgestellte Optimierungsverfahren wurde auf ein dreiachsiges Fahrzeug mit drei verschiedenen Konfigurationen und sechs Varianten angewendet. Aus den Ergebnissen lassen sich folgende Schlussfolgerungen ziehen.

- Die optimalen Parameterwerte hängen von den Randbedingungen – den Bereichsgrenzen, innerhalb derer die Werte liegen dürfen - ab.
- Andere Grenzwerte für Parameter haben nicht immer nur einen skalierenden Effekt, sondern können die optimalen Parameterwerte sprunghaft verändern.
- Höhere Grenzwerte für Steifigkeiten führen in allen drei Konfigurationen zu einem Parametersatz, der eine größere Stabilität aufweist.
- Ein Fahrzeug mit der Möglichkeit idealer Radialstellung ist in dem betrachteten Einsatzbereich und unter Zulassung ausreichend hoher Grenzsteifigkeiten stabil.
- Wenn man Steifigkeiten, die zwar einer radialen Einstellung entgegenstehen, mit kleinen Werten zulässt, so dass sie tatsächlich die Radialstellung nicht wesentlich behindern, dann erhöht sich die Stabilität des Fahrzeuges.
- Die Stabilität reagiert sehr empfindlich auf Wertänderungen der Koppelsteifigkeiten  $c_{y12}$  und  $c_{y13}$ , die die radiale Einstellung der Radsätze bewirken. Die Werte müssen in engen Grenzen eingehalten werden.
- Wenn die Obergrenzen von Steifigkeiten ausreichend hoch sind, dann ist mit einem konventionellen Fahrzeug in dem gewählten Konizitäts-Geschwindigkeits-Bereich die höchste Stabilität erreichbar. Allerdings fahren die Varianten mit Radialsteuerung in einem größeren Konizitäts-Geschwindigkeits-Feld stabil.
- Der Antrieb, ausgedrückt durch die Gleitgeschwindigkeit  $\Delta v$ , beeinflusst im Rahmen der Gültigkeitsgrenzen des Modells die Stabilität nicht wesentlich. Eine antreibende Gleitgeschwindigkeit erhöht die Stabilität, eine bremsende Gleitgeschwindigkeit verringert sie etwas.
- Abgeminderte Kalkerkoeffizienten verändern die Stabilität nicht einheitlich. Es gibt sowohl Bereiche in dem Konizitäts-Geschwindigkeits-Feld, wo die Stabilität abnimmt, als auch Gebiete, wo sie zunimmt.
- Der Wellenlauf der Radsätze und das Wanken des Fahrzeugkastens sind die Bewegungsformen mit der geringsten Dämpfung.

## 6. Bogenfahrt

### 6.1 Rad-Schiene-Profil

#### 6.1.1 Verfahren

Für die Fahrt in der Geraden konnten die Parameter der Kontaktgeometrie der Rad-Schiene-Paarung in der Mittelstellung linearisiert werden. Für die Berechnung der quasistatischen Fahrt im Bogen muß der tatsächliche Verlauf der Kontaktparameter – Rollradius, Kontaktwinkel, Berührungpunktslage, Krümmungsradius des Rades und der Schiene, Radsatzrollwinkel – bei ausgelenktem Radsatz berücksichtigt werden. Wenn das Rad an der Schiene anläuft, liegt der Kontaktpunkt in der Hohlkehle oder an der Spurkranzflanke des Radprofils; die Kontaktparameter sind in diesem Bereich stark nichtlinear.

Die Aufgabe bestand darin, für die Auslegungsrechnungen diese Nichtlinearitäten zu berücksichtigen, aber andererseits den Rechenaufwand zu beschränken. Außerdem sollten Profil-Parameter einfach zu variieren sein. Deshalb wird der Verlauf der Kontaktparameter in Abhängigkeit von der Radsatzquerverschiebung durch Polynome angenähert. Die Anzahl der Koeffizienten ungleich null sollte so gering wie möglich sein.

Die Polynome haben den Aufbau:

$$f = \sum_{i=0}^n a_i \cdot \Delta y_R^i, \quad (6.1.1)$$

wobei  $\Delta y_R$  die Relativverschiebung des Radsatzes gegenüber dem Gleis,

$$\Delta y_R = y_R - y_S, \quad (6.1.2)$$

bedeutet.

In (4.3.6) bis (4.3.10) wurden die Parameter der Kontaktgeometrie für Mittelstellung im geraden Gleis angegeben. Sie wurden aus den Ableitungen nach der Radsatzquerverschiebung für  $y_R = 0$  ermittelt. Diese Ableitung nach der Radsatzquerverschiebung in der Mittelstellung wird auch durch die linearen Glieder der Polynome beschrieben. Diese Glieder wurden nun so gewählt, dass sie mit den Werten aus den Beziehungen (4.3.5) bis (4.3.10) übereinstimmen. Die Polynomkoeffizienten höherer Ordnung wurden durch Vergleich der Verläufe mit den realen Kontaktgrößen festgelegt.

#### 6.1.2 Beispiel

Als Vorlage wurde die Kontaktpaarung Radprofil S1002, Schienenprofil UIC60, Spurweite 1435 mm und Schieneneinbauneigung 1:40 gewählt. Die Rechnungen zeigen, dass die maximale Auslenkung des Radsatzes ca. 6 mm beträgt; der Kontaktpunkt liegt dann an der

Spurkranzflanke. Die wesentlichen Parameter sind der Rollradius  $r_R$  und der Kontaktwinkel  $\delta$ . Die Koeffizienten der Näherungspolynome wurden so gewählt, dass sie bis zu ca. 6 mm Querauslenkung die realen Verläufe annähern. Die übrigen Parameter sind von geringerem Einfluss. Für die Berührungpunktslage  $\Delta b$  und die Kehrwerte der Krümmungsradien  $1/\rho_R$  und  $1/\rho_S$  wurden lineare Ansätze gewählt. Die Näherungsgeraden liegen so, dass sie die Mittelstellung und das an der Spurkranzflanke anlaufende Rad ausreichend genau wiedergeben.

Die Koeffizienten lauten:

Rollradius  $r_R$

$$\Delta y_R < 0: a_1 = 0,186$$

$$\Delta y_R > 0: a_1 = 0,186, a_9 = 8 \cdot 10^{17}$$

Kontaktwinkel  $\delta$

$$\Delta y_R < 0: a_0 = 0,03$$

$$\Delta y_R > 0: a_0 = 0,03, a_1 = 17,2, a_8 = 4 \cdot 10^{17}$$

$$\text{Als Obergrenze wird festgelegt: } \delta_{\max} = 1,22 = 70^\circ.$$

Berührungpunktslage  $\Delta b$

$$\Delta y_R < 0: a_1 = -6,20$$

$$\Delta y_R > 0: a_1 = -6,20$$

Kehrwert des Krümmungsradius des Rades  $1/\rho_R$

$$\Delta y_R < 0: a_0 = 2,778, a_1 = 400$$

$$\Delta y_R > 0: a_0 = 2,778, a_1 = 1,2 \cdot 10^4$$

Kehrwert des Krümmungsradius der Schiene  $1/\rho_S$

$$\Delta y_R < 0: a_0 = 3,333$$

$$\Delta y_R > 0: a_0 = 3,333, a_1 = 1,2 \cdot 10^4$$

Radsatzrollwinkel  $\varphi$

$$\Delta y_R < 0: a_1 = -408, a_{10} = 1,2 \cdot 10^{19}$$

$$\Delta y_R > 0: a_1 = -408, a_{10} = -1,2 \cdot 10^{19}$$

Diese Koeffizienten gelten für das rechte Rad; für das linke werden die Verläufe von  $r_R$ ,  $\delta$ ,  $1/\rho_R$  und  $1/\rho_S$  an der Ordinate gespiegelt und die Diagramme von  $\Delta b$  am Ursprung. In Bild 6.1.1 bis 6.1.5 sind diese Näherungspolynome dargestellt. Zusätzlich sind darin die Verläufe der realen Kontaktpaarung für das rechte Rad, wie sie von dem MKS-Programm MEDYNA berechnet werden [11], enthalten. Die realen Krümmungsradien wurden von

dem Programm nicht ausgegeben, deshalb erscheinen nur die abgeschätzten Näherungsbeziehungen.

Zu Bild 6.1.3, Berührungpunktlage  $\Delta b$ , ist anzumerken, dass die Näherungsgeraden für linkes und rechtes Rad übereinander liegen. Dabei wird der Graph des linken Rades verdeckt.

In den Legenden der Diagramme werden folgende Bezeichnungen verwendet:

- Näherung lR: Näherungspolynom für das linke Rad,
- Näherung lS: Näherungspolynom für die linke Schiene,
- Näherung rR: Näherungspolynom für das rechte Rad,
- Näherung rS: Näherungspolynom für die rechte Schiene,
- reale Paarung: realer Verlauf für das rechte Rad.

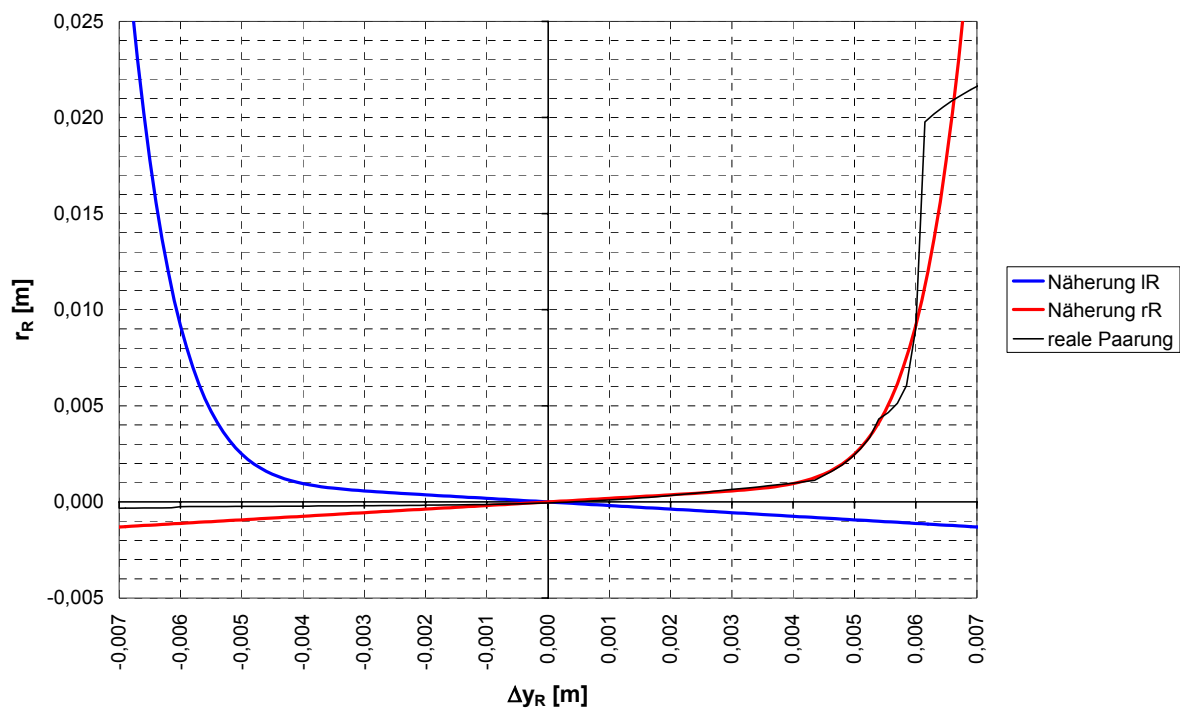
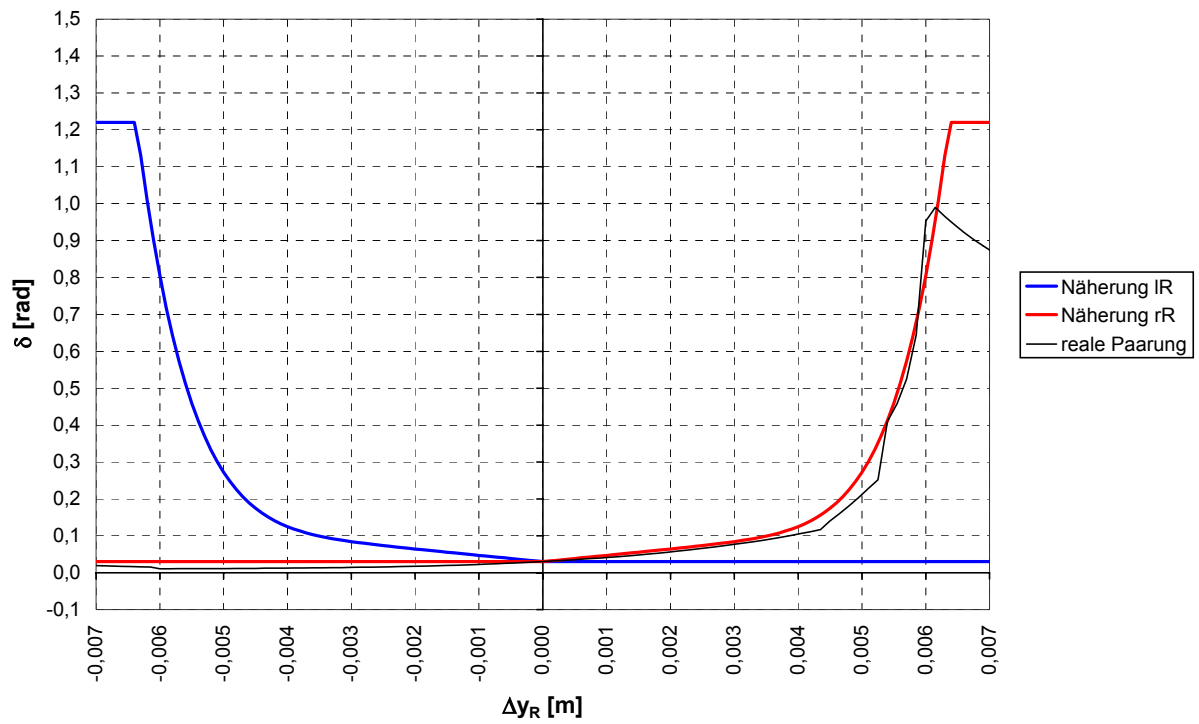
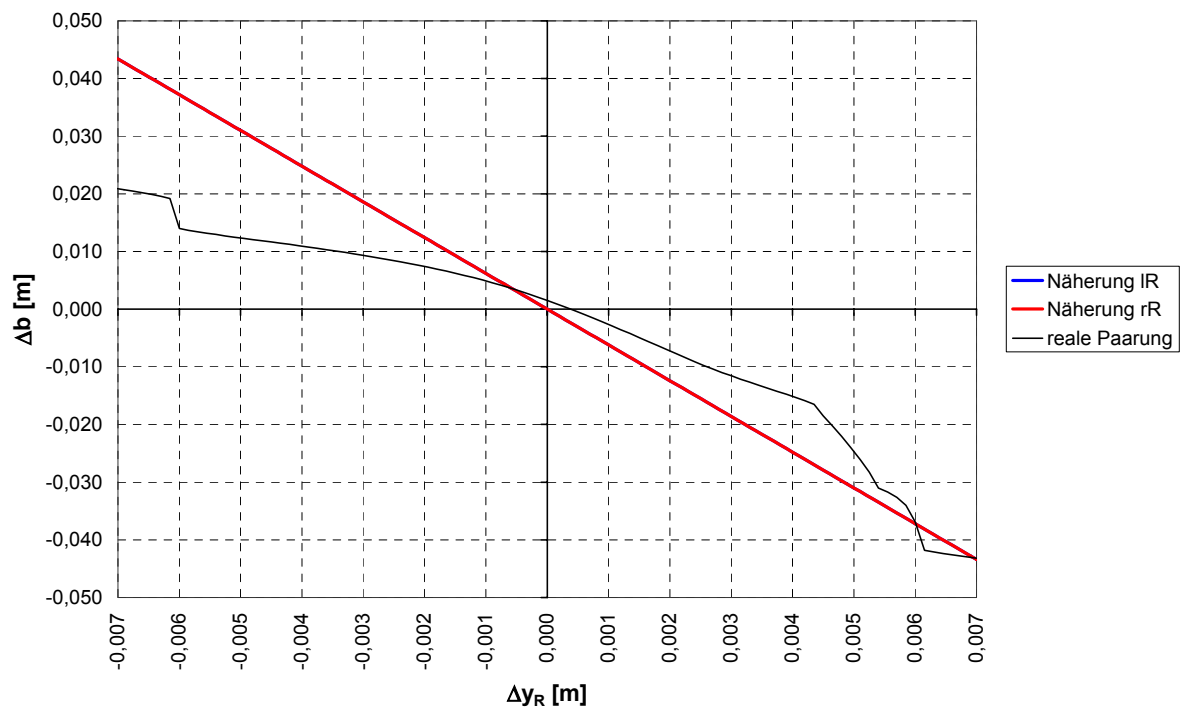
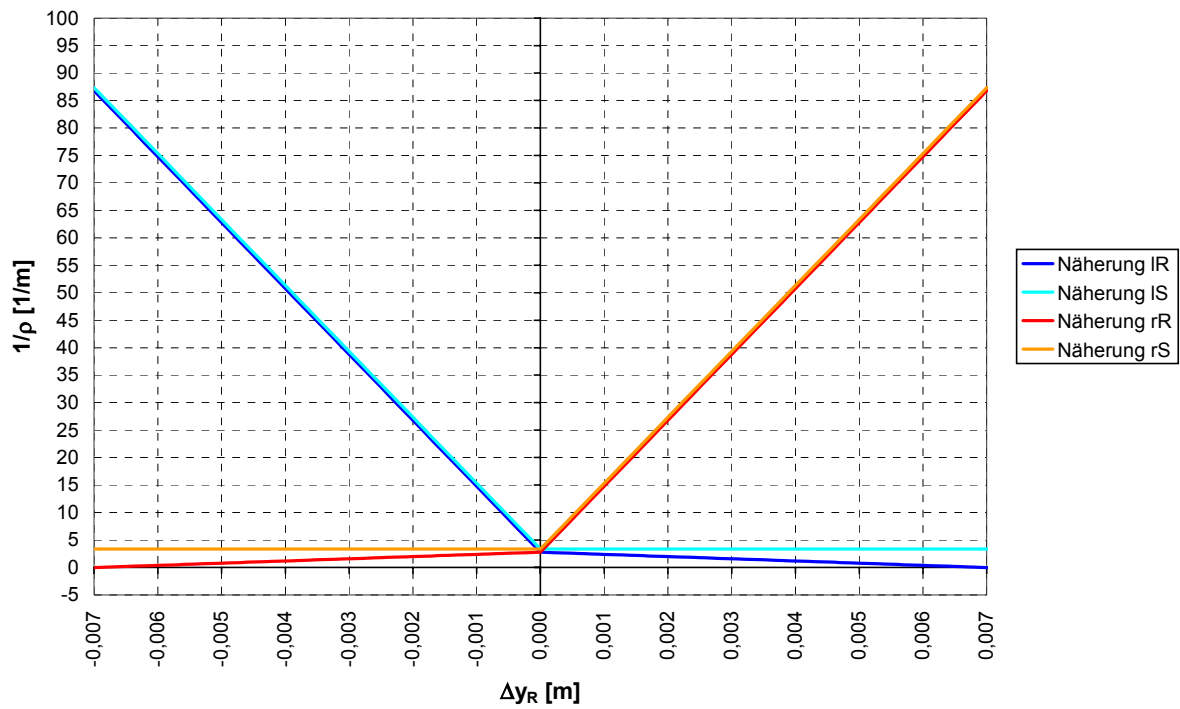


Bild 6.1.1: Rollradius  $r_R$



Bild 6.1.2: Kontaktwinkel  $\delta$ Bild 6.1.3: Berührungspunktslage  $\Delta b$

Bild 6.1.4: Kehrwerte der Krümmungsradien  $1/\rho_R$  und  $1/\rho_S$ Bild 6.1.5: Radsatzrollwinkel  $\varphi_R$

## 6.2 Querbesehleunigung und Bogenradius

### 6.2.1 Grundlagen

In Kapitel 5 wurden für verschiedene Konfigurationen und für verschiedene Randbedingungen Parameterwerte ermittelt, die ein optimales Stabilitätsverhalten des Beispiel-Fahrzeuges ergaben. Die Varianten, die für die jeweilige Konfiguration die höchste Stabilität zeigten, waren:

**Konfiguration 1, Ideale Radialsteuerung:** Variante 1b,

**Konfiguration 2, Kombinierte Radsatzführung:** Variante 2b,

**Konfiguration 3, Konventionelle Radsatzführung:** Variante 3b.

Die Fahrzeuge mit diesen optimalen Parameterwerten durchfahren nun einen Gleisbogen mit konstantem Radius. Der Gleisrost liegt starr in einer Horizontalebene. Die Gleislage ist ideal, das heißt ohne Gleislagestörungen. Damit stellt sich ein quasistatischer Zustand ein. Das mathematische Verfahren zur Berechnung der quasistatischen Bogenfahrt wurde in Kapitel 4.6.5 beschrieben.

Die Größen der Rad-Schiene-Profilpaarung werden in Abhängigkeit von der Radsatzquerverschiebung, wie in Kapitel 6.1 dargestellt, berechnet. Die Trassierung ist durch den Bogenradius  $R$  und den Überhöhungswinkel  $\varphi_u$  bestimmt. Für eine vorgegebene konstante Geschwindigkeit  $v$  wird der Gleichgewichtszustand ermittelt. Um die Ergebnisse für unterschiedliche Bogenradien besser vergleichen zu können, werden sie aber nicht über der Geschwindigkeit, sondern über der unausgeglichene Querbeschleunigung

$$a_q = \frac{v^2}{R} - g \cdot \varphi_u \quad (6.2.1)$$

aufgetragen.

Bei vielen Normalspurbahnen liegen die kleinsten Bogenradien in Streckengleisen bei ca. 300m. Dieser Radius wird als repräsentativ für einen engen Gleisbogen ausgewählt. Das Verhalten in größeren Gleisbögen wird in den Radien 500 und 800m untersucht. Die Ergebnisse in den Bögen mit den Radien 300 und 500m werden im Text und in Diagrammen dargestellt; wesentliche Ergebnisse im 800m-Bogen werden nur im Text erläutert. In allen Fällen ist der Überhöhungswinkel  $\varphi_u = 0,1$  rad; das entspricht 150 mm Überhöhung eines Normalspurgleises.

Hier gilt außerdem, es gibt keine nominelle Gleitgeschwindigkeit,  $\Delta v = 0$ , keine Abminderung der Kalkerkoeffizienten,  $f_{aK} = 1$ , und der Reibwert  $\mu$  ist 0,4. Der Einfluss dieser Parameter wird später untersucht.

Da sein Schwerpunkt über Radsatz 2 liegt ist  $y_{SK}$  gleich null und es gilt,

$$\Delta y_K = y_K \cdot \quad (6.2.4)$$

### Anlaufwinkel der Räder, Relativ-Wendewinkel des Fahrzeugkastens, $\Delta\psi$

Für den Anlaufwinkel der Räder lautet die Beziehung

$$\Delta\psi_R = \psi_R - \psi_{SR} \cdot \quad (6.2.5)$$

mit dem Winkel, um den das Gleis am Ort des Radsatzes um die Hochachse gedreht ist,

$$\psi_{SR} = \frac{x_a}{R} \cdot \quad (6.2.6)$$

Der Relativedrehwinkel zum Gleis des Fahrzeugkastens ist, da sein Schwerpunkt über Radsatz 2 liegt, gleich dem Absolut-Drehwinkel,

$$\Delta\psi_K = \psi_K \cdot \quad (6.2.7)$$

### Stellungsbilder

Wie erwähnt werden für einige ausgewählte unausgeglichene Querbeschleunigungen  $a_q$  die Einstellung der Radsätze im Gleis näher betrachtet und als Stellungsbild aufgezeichnet (Bild 6.2.55 bis 6.2.67). Es werden  $a_q \approx 0$  und  $a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  untersucht. Für die Berechnung der Bogenfahrt wurde die Geschwindigkeit  $v$  und nicht die unausgeglichene Querbeschleunigung  $a_q$  vorgegeben. Dabei wurde  $v$  in Schritten von 5 oder 10 km/h gestuft. Die Geschwindigkeiten, die den gewählten  $a_q$ -Werten am nächsten liegen, sind in Tabelle 6.2.1 angegeben.

R [m]	300	500
v [km/h]	60	80
$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	-0,06	0,01
Bilder	6.2.56 bis 6.2.58	6.2.59 bis 6.2.61
v [km/h]	90	115
$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	1,10	1,06
Bilder	6.2.62 bis 6.2.64	6.2.65 bis 6.2.67

Tabelle 6.2.1: Bogenstellung, ausgewählte Geschwindigkeiten

Der Fahrzeugkasten der Varianten 1b und 2b ist in Querrichtung weich an die Radsätze gefesselt. Wenn eine unausgeglichene Querbeschleunigung wirkt, treten deshalb große

Querwege auf. In den Stellungsbildern für  $a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  sind diese Wege so groß, dass der Fahrzeugkasten nicht mehr auf den Bildern erscheint. Wegen der steifen Federn der Variante 3b liegen die Symbole der Endradsätze und des Fahrzeugkastens für  $a_q \approx 0$  in den Stellungsbildern übereinander.

### **Rollradiendifferenz, $\Delta r_{lr}$**

Die Rollradiendifferenz ist der Unterschied zwischen den Rollradien des rechten und linken Rades,

$$\Delta r_{lr} = r_l - r_r \quad (6.2.8)$$

Zwischen der Querverschiebung des Radsatzes und der Rollradiendifferenz besteht ein monotoner Zusammenhang.

Es gibt einen Wert der Rollradiendifferenz bei dem kinematisches Rollen im Bogen möglich ist. Das bedeutet, es kann längsschlupffrei gefahren werden. Der Rollradius ist eine nichtlineare Funktion der Radsatzquerverschiebung, wie in Bild 6.1.1 dargestellt. Wenn der Radsatz quer ausgelenkt ist, dann nimmt der Rollradius am anlaufenden Rad stärker zu als er am anderen Rad abnimmt. Das bedeutet, der Rollradius nimmt im Mittel zu. Da der Radsatz hier mit konstanter Drehzahl rotiert, ist die Summe der Längsschlüpfbeider Räder immer ein negativer Wert. Auf diesen Zusammenhang wird auch im nächsten Abschnitt über die Längsreibungskraft eingegangen. Damit sind bei der optimalen Rollradiendifferenz in unserem Fall die Längsschlüpfbe nicht null, sondern sie sind an beiden Rädern gleich und liefern kein Moment um die Hochachse, wenn man von der Querlage der Berührungspunkte  $\Delta b$  absieht. Das Wendemoment der Längsreibungskräfte ist in diesem Fall sehr klein, es muss aber nicht null sein, da außer dem Längsschlupf auch andere Faktoren eingehen.

Wenn keine nominelle Schlupfgeschwindigkeit  $\Delta v$  wirkt, ergibt sich für die optimale Rollradiendifferenz

$$\Delta r_{lr, \text{opt}} = (r_l - r_r)_{\text{opt}} = \frac{2 \cdot b_0 \cdot r_0}{R} \quad (6.2.9)$$

Nach den geometrischen Kennwerten werden Größen, die die Kräfte zwischen Rad und Schiene beschreiben, in den Diagrammen dargestellt:

### Langsreibkraft $f_{tx}$ und Zugkraft am Radumfang $Z$

Die Längsreibkräfte nach Gleichung (4.5.6) sind eine Funktion des Längsschlupfes, Gleichung (4.4.9). Er besteht aus den Hauptkomponenten

Rollradius-Anteil,

$$\bar{v}_{xi,r}^i = 1 - \frac{\bar{r}_i}{r_0} \cdot \left( 1 + \frac{\Delta v}{v_0} \right) \quad (6.2.10)$$

und Bogenanteil,

$$\bar{v}_{xi,R}^i = \pm \frac{b_0}{R}, \quad i = l, r. \quad (6.2.11)$$

Wenn der Radsatz nach rechts zu positiven y-Werten verschoben ist, dann fährt das rechte Rad auf einem größeren und das linke auf einem kleineren Rollradius. Das bedeutet, am rechten Rad ist der Rollradius-Schlupf kleiner null und am linken Rad größer null. Umgekehrt ist dieser Schlupfanteil, wenn der Radsatz nach links verschoben ist, am linken Rad kleiner null und am rechten größer null. Der Bogen-Schlupf ist im Rechtsbogen am linken Rad immer positiv und am rechten Rad negativ.

Wenn der Radsatz nach rechts verschoben ist, addieren sich die Beträge an beiden Rädern. Das heißt, am linken Rad ist der Gesamt-Längsschlupf größer null und am rechten Rad kleiner null. Ist der Radsatz nach links verschoben, subtrahieren sich die beiden Anteile. Welches Vorzeichen der Gesamt-Längsschlupf eines Rades hat, hängt davon ab, welcher Anteil überwiegt. Da der Rollradius am anlaufenden Rad stärker ansteigt, als er am gegenüberliegenden Rad abnimmt, tritt der Fall auf, dass am außen anlaufenden, linken Rad der Rollradius-Schlupf überwiegt und am inneren nicht anlaufenden, rechten Rad der Bogen-Schlupf. Das bedeutet, an beiden Rädern ist der Gesamt-Längsschlupf negativ.

Wie schon im Abschnitt über die Rollradiendifferenz erwähnt, liefert die Addition der Längsschlüpfen beider Räder eines quer verschobenen Radsatzes immer einen negativen Wert, auch wenn der Längsschlupf an einem der beiden Räder positiv ist. Der Grund liegt darin, dass sich der Bogenschlupf von linkem und rechtem Rad aufhebt und der mittlere Rollradius größer als der Rollradius in Mittelstellung ist. Das Rad rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit und damit zeigt der Summenvektor der Längsschlüpfen beider Räder nach hinten in die negative Richtung.

Ein positiver Längsschlupf hat, so wie das Vorzeichen festgelegt wurde, eine positive Längsreibkraft zur Folge. Sie ist nach hinten gerichtet und hat eine bremsende Wirkung. Umgekehrt erzeugt ein negativer Längsschlupf eine negative Längsreibkraft, die antreibt. Die Summe der Längsreibkräfte an beiden Rädern ergibt die Zugkraft des Radsatzes am Radumfang. Nach Gleichung (4.6.7) ist sie positiv nach vorne orientiert. Da die Summe

der Längsschlüpfen beider Räder eines quer verschobenen Radsatzes immer negativ und damit nach vorne gerichtet ist, ist die Zugkraft im allgemeinen positiv. Damit das Fahrzeug mit konstanter Geschwindigkeit fährt, muss die Zugkraft durch eine äußere Kraft (z.B. den Fahrwiderstand des Wagenzuges) ausgeglichen werden. Auf den Radsatz muss ein antreibendes Moment ausgeübt werden, damit die Winkelgeschwindigkeit konstant bleibt.

Aus zwei Gründen kann sich allerdings das Vorzeichen der Zugkraft umkehren.

Der erste Grund ist, dass an dem weniger belasteten Rad die Reibkräfte eher die Sättigung erreichen. Betrachten wir einen Radsatz, der nach innen verschoben ist und auf den eine unausgeglichene Querbewegung nach außen wirkt. Der Längsschlupf am Innenrad ist antreibend und betragsmäßig größer als am äußeren Rad. Die Normalkraft ist am inneren Rad geringer, dadurch ist die übertragbare Reibkraft kleiner, die Sättigung wird eher erreicht. Damit wird die Längsreibungskraft am inneren Rad betragsmäßig kleiner als am äußeren Rad. Obwohl die Summe der Längsschlüpfen beider Räder negativ ist, kann die Summe der Längskräfte positiv und damit die Zugkraft negativ werden. Beispiele hierfür sind in den Diagrammen 6.2.27 und 6.2.30 zu sehen. Dieser Effekt sei an dem Fall Variante 3b,  $R = 300 \text{ m}$ ,  $v = 90 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 1,10 \text{ m/s}^2$  mit Zahlenwerten verdeutlicht:

			linkes Rad	rechtes Rad
Normalkraft	$f_n$	[kN]	71,1	48,5
Längsschlupf	$v_x$	[-]	0,00421	-0,00571
Längsreibungskraft, lin.	$\hat{f}_{tx}$	[kN]	53,1	-73,7
Längsreibungskraft, nichtlin.	$f_{tx}$	[kN]	22,3	-16,3
Zugkraft	$Z$	[kN]	-6,0	

Tabelle 6.2.2: Beispiel für negative Zugkraft

Die Beträge des Längsschlupfes und der linearen Längsreibungskraft sind am rechten Rad größer. Die Normalkraft ist aber dort kleiner und damit kann weniger Tangentialkraft übertragen werden. Als Folge davon ist der Betrag der nichtlinearen Längsreibungskraft kleiner. In Summe wirkt dann die Zugkraft nach hinten.

Ein zweiter Grund ist der Einfluss der Kontaktellipse. Wenn beispielsweise das Rad nach bogenaußen, also nach links, verschoben ist, dann ist an dem linken Rad die Halbachse der Kontaktellipse in Querrichtung groß, weil sich Radprofil und Schienenprofil anschmiegen. Wenn das Fahrzeug mit einer geringeren als der Ausgleichsgeschwindigkeit fährt, dann wirkt die Fliehkraft nach innen. Somit ist das innere, das rechte Rad stärker belastet und



damit auch dort die Kontaktellipse tendentiell größer. Es kann aber der Geometrieinfluss überwiegen und die Kontaktellipse am linken Rad, obwohl es geringer belastet ist, größer sein. Der Unterschied kann so groß sein, dass ein kleinerer Längsschlupf am linken Rad überkompensiert wird und die Längsreibungskraft am linken Rad betragsmäßig größer ist, als am rechten. Am linken Rad wirkt die Längsreibungskraft nach hinten und ist damit positiv und rechts entgegengesetzt. In der Summe ergibt sich dann eine kleine negative Zugkraft. Ein Beispiel hierfür ist in Bild 6.2.25 zu sehen: Radsatz 1 weist bei  $a_q \approx -0,46 \text{ m/s}^2$  eine geringe negative Zugkraft auf.

Eine negative Zugkraft bedeutet, dass auf den Radsatz ein bremsendes Moment wirken muss, um die Winkelgeschwindigkeit aufrecht zu erhalten, und auf das Fahrzeug muss eine äußere Kraft nach vorne ausgeübt werden, damit die Geschwindigkeit konstant bleibt.

### Vertikalkraft Q

Die Vertikalkraft wirkt in  $z^Z$ -Richtung und ist positiv nach oben. Wenn man berücksichtigt, dass der Vorverlagerungswinkel vernachlässigbar klein ist, lautet die Beziehung

$$Q_i = \pm f_{tyi} \cdot \sin \delta_i + f_{ni} \cdot \cos \delta_i, \quad i = l, r. \quad (6.2.12)$$

Wenn der Kontaktwinkel klein ist, wird die Vertikalkraft vor allem durch die Normalkraft  $f_{ni}$  bestimmt; in der Hohlkehle, wenn der Kontaktwinkel größer wird, liefert auch die Querreibungskraft  $f_{tyi}$  einen bedeutenden Beitrag. Betrachtet man das gesamte Fahrzeug, dann wird die Vertikalkraft in erster Linie durch die Gewichtskräfte und die unausgeglichene Querbeschleunigung  $a_q$  bestimmt. Wenn  $a_q$  kleiner null ist werden die bogeninneren Räder stärker belastet und entsprechend die bogenäußeren, wenn  $a_q$  größer null ist.

Des Weiteren hat die Gleisverschiebekraft eine Auswirkung auf die Vertikalkraft. Die Gleisverschiebekraft wirkt in Schienenhöhe; das Gleichgewicht in Querrichtung wird durch die Fliehkraft des Radsatzes und die Kraft in den Federn zwischen dem Radsatz und dem Fahrzeugkasten hergestellt. Da diese Kräfte in anderen Ebenen liegen, entsteht ein Moment um die Längsachse, das durch die Vertikalkräfte ausgeglichen werden muss.

Auch die Radsatzquerverschiebung beeinflusst die Vertikalkraft. Das zur Schiene hin verschobene Rad wird angehoben, das sich von der Schiene entfernende Rad senkt sich ab, der Radsatz macht eine Rollbewegung, siehe Bild 6.1.5. Die Feder mit der Steifigkeit  $c_{\varphi 1}$  oder  $c_{\varphi 2}$  wird deformiert, das angehobene Rad erfährt eine höhere Vertikalkraft.

### Führungskraft $Y$ und Gleisverschiebekraft $\Sigma Y$

Die Führungskraft wirkt in  $y^Z$ -Richtung und ist positiv nach rechts. Wenn man auch hier berücksichtigt, dass der Vorverlagerungswinkel vernachlässigbar klein ist, lautet die Gleichung

$$Y_i = -f_{tyi} \cdot \cos \delta_i \pm f_{ni} \cdot \sin \delta_i, \quad i = 1, r. \quad (6.2.13)$$

Wenn der Kontaktwinkel klein ist, wird die Führungskraft hauptsächlich durch die Querreibungskraft  $f_{tyi}$  bestimmt; in der Hohlkehle mit größer werdendem Kontaktwinkel nimmt der Einfluss des geneigten Normalkraftvektors  $f_{ni}$  zu. Im Gegensatz zu  $Y_i$  war  $f_{tyi}$  positiv nach links definiert.

Die Gleisverschiebekraft ist die Summe der Führungskräfte der beiden Räder eines Radsatzes,

$$\Sigma Y = Y_i + Y_r, \quad i = 1, r. \quad (6.2.14)$$

### Verschleißkennwert

Der Verschleißkennwert gibt die durch Reibung dissipierte Energie an und ist ein Maß für den Verschleiß in der Kontaktfläche des Rades. Er berechnet sich aus den Reibkräften und den Schlüpfen in der Tangentialebene,

$$w_{\text{reib}} = |f_{txi} \cdot v_{xi}| + |f_{tyi} \cdot v_{yi}|. \quad (6.2.15)$$

Der Einfluss des Bohrmomentes wird vernachlässigt. Der Verschleißkennwert kann als Reibarbeit pro gefahrenem Weg interpretiert werden.

## 6.2.2 Fahrt durch den engen Bogen

Das Verhalten im engen Gleisbogen wird im 300m-Bogen untersucht.

### 6.2.2.1 Variante 1b

#### Stellung im Bogen

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx -1$ ,  $\approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.2.3 angegeben.

Variante 1b	R = 300 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Bogenstellung
Radsatz		1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]							
5	-0,97	<b>4,9</b>	<b>0,5</b>	<b>3,9</b>	<b>3,6</b>	<b>-0,2</b>	<b>-4,1</b>	
60	-0,06	<b>-4,4</b>	<b>-4,5</b>	<b>-4,2</b>	<b>0,0</b>	<b>0,1</b>	<b>-0,5</b>	Bild 6.2.56
90	1,10	<b>-4,9</b>	<b>-4,6</b>	<b>-5,1</b>	<b>0,1</b>	<b>-0,6</b>	<b>1,3</b>	Bild 6.2.62
Verlauf		Bild 6.2.1			Bild 6.2.7			

Tabelle 6.2.3 Bogenstellung, Variante 1b, R = 300 m

Allgemein	Fahrzeugkasten:	Er bewegt sich linear mit der unausgeglichene Querbeschleunigung. Die Wege sind groß, da er weich an die Radsätze gefesselt ist. Da die Steifigkeit der Querrfeder zwischen dem Fahrzeugkasten und Radsatz 2 $c_{y2}$ null ist, wird der Fahrzeugkasten durch die Endradsätze geführt.
$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1	fährt überradial und ist von allen Radsätzen am weitesten zur Innenschiene verschoben.
	Radsatz 2	fährt nahe der Gleismitte und ist nahezu radial ausgerichtet.
	Radsatz 3	fährt unterr radial am Beginn der Hohlkehle der Innenschiene.
$a_q \approx -0,5 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze	bewegen sich in Richtung Außenschiene, obwohl die Fliehkraft immer noch nach bogeninnen wirkt.  Wenn die Radsätze mit zunehmendem $a_q$ an die Außenschiene fahren, verringern sich die Anlaufwinkel.
$a_q \approx 0,2 - 0,3 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze	fahren radial, es verschwinden alle Anlaufwinkel, sie sind optimal nach dem Bogenmittelpunkt ausgerichtet.
$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1	fährt an der Außenschiene und ist radial ausgerichtet. Die Querverschiebung ist geringer als diejenige von Radsatz 3 und größer als von Radsatz 2.
	Radsatz 2	fährt unterr radial und ist von allen Radsätzen am wenigsten weit zur Außenschiene hin verschoben.
	Radsatz 3	fährt überradial und ist am weitesten zur Außenschiene hin verschoben. Der Anlaufwinkel ist betragsmäßig am größten.
	Alle Radsätze:	Wenn die Geschwindigkeit und damit die Fliehkraft weiter zunimmt, ist die zusätzliche Querverschiebung gering, der Kontaktpunkt wandert etwas weiter in der Hohlkehle hoch.

**Rollradiendifferenz, Bild 6.2.13**

Allgemein	Die Verläufe sind ähnlich wie die der relativen Querverschiebungen der Radsätze, da zwischen ihr und der Roll-
-----------	--

radiendifferenz ein monotoner Zusammenhang besteht. Als zusätzliche Linie ist die optimale Rollradiendifferenz eingezeichnet, die kinematisches Rollen, in unserem Fall Fahren mit minimalem Wendemoment, erlaubt.

Für große Querverschiebungen bedeuten geringe Änderungen von  $\Delta y_R$  große Variationen in der Rollradiendifferenz. Der Kontaktpunkt liegt in der Hohlkehle des Radprofils.

$$a_q \approx 0,2 - 0,3 \text{ m/s}^2$$

Alle Radsätze sind so weit nach außen verschoben, wie es der optimalen Rollradiendifferenz entspricht

$a_q > 1 \text{ m/s}^2$  Radsatz 3 fährt entsprechend seiner Querverschiebung mit der größten Rollradiendifferenz.

### Längsreibkraft, Bild 6.2.19, Zugkraft, Bild 6.2.25

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze sind nach bogeninnen verschoben. Kinematisches Rollen verlangt dagegen eine Verschiebung nach außen. Es gibt große positive Längsreibkräfte am linken und große negative am rechten Rad. Die Längsreibkräfte erzeugen negative Wendemomente, die die Radsätze in Richtung unterr radial zu drehen versuchen. Durch die Kopplung der Radsätze fährt allerdings nur Radsatz 3 unterr radial. Über die Koppelfedern wird Radsatz 2 in eine nahezu radiale und Radsatz 1 in eine überr radiale Stellung gedreht.

Die Zugkraft ist wegen des großen Abstandes von der optimalen Rollradiendifferenz und der hohen Vertikalkraft an dem anlaufenden, rechten Rades am höchsten.

$a_q \approx -0,5 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1: Wenn man die Längsreibkräfte an beiden Rädern zusammenzählt, dann erhält man die Zugkraft des Radsatzes. Bei  $a_q \approx -0,46 \text{ m/s}^2$  ist die Zugkraft gering negativ. Der Grund hierfür ist, wie in Kapitel 6.2.1 geschildert, der Einfluss der Kontaktelipse.

$$a_q \approx 0,2 - 0,3 \text{ m/s}^2$$

Alle Radsätze fahren mit optimaler Rollradiendifferenz. Die Längsreibkräfte sind am linken und rechten Rad gleich, das Wendemoment verschwindet. Da die Längsschlüpfе selbst aber nicht null sind, wird insgesamt eine Zugkraft ausgeübt.

$a_q > 0,3 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze erfahren ein positives Wendemoment, das versucht, die Radsätze in Richtung überr radial zu drehen.

Mit zunehmendem  $a_q$  sind die Längsschlüpfе und damit die Längsreibkräfte an beiden Rädern eines Radsatzes negativ. Der Rollradius der weit außen laufenden Räder 3 links und 1 links nimmt stark zu und damit der Längsschlupf mit negativem Vorzeichen.

Radsatz 3 erzeugt wegen der großen Rollradiendifferenz und der hohen Vertikalkraft am linken Rad die höchste Zugkraft.

**Vertikalkraft, Bild 6.2.31**

$a_q < 0,6 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1	liegt mit seinen Vertikalkräften zwischen Radsatz 2 und 3.
	Radsatz 2	weist die geringsten betragsmäßigen Unterschiede der Vertikalkraft zwischen linkem und rechtem Rad auf.
	Radsatz 3:	Obwohl Radsatz 1 weiter nach außen verschoben ist und damit einen größeren Rollwinkel aufweist als Radsatz 3, ist die Vertikalkraft hier größer. Der Grund liegt in der Gleisverschiebekraft $\Sigma Y$ , die am Radsatz 3 ein entgegengesetztes Vorzeichen zu Radsatz 1 aufweist. Durch den Hebelarm zwischen der Gleisebene, wo $\Sigma Y$ wirkt und der Ebene der Federn, wo Querkräfte übertragen werden, wird ein Rollmoment erzeugt, das durch die Vertikalkräfte ausgeglichen werden muss.
$a_q > 0,3 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze:	Wenn man die Vertikalkräfte der Radsätze untereinander vergleicht, erkennt man die gleiche Reihenfolge wie für $a_q < 0,6 \text{ m/s}^2$ , aber mit entgegengesetztem Vorzeichen. Bei hohem positiven $a_q$ fährt Radsatz 3 am weitesten außen, gefolgt von Radsatz 1 und am weitesten innen Radsatz 2.
	Radsatz 3:	Der Rollwinkel und hauptsächlich die hohe Gleisverschiebekraft bedingen, dass das bogenäußere Rad von Radsatz 3 die höchste Vertikalkraft und das bogeninnere die geringste erfährt.

**Führungskraft, Bild 6.2.37, Gleisverschiebekraft, Bild 6.2.43**

Allgemein		Am nichtanlaufenden Rad wird die Führungskraft in erster Linie durch den Anlaufwinkel bestimmt. Am anlaufenden Rad gewinnt die Horizontalkomponente des geneigten Normalkraftvektors an Einfluss.
$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1	fährt überradial und läuft an der Innenenschiene an. Am linken Rad wirkt eine positive Führungskraft, hier überwiegt die Querreibkraft, am rechten Rad ist $Y$ negativ, da hier die Neigung des Normalkraftvektors bestimmend ist.
	Radsatz 2	zeigt wegen des kleinen Anlaufwinkels auch nur geringe Führungskräfte.
	Radsatz 3	fährt unterradial. Am rechten Rad wirken die Horizontalkomponente der Normalkraft und die Querreibkraft in die gleiche Richtung und addieren sich zu einer großen negativen Führungskraft. $Y$ des linken Rades ist auch negativ aber mit kleinerem Betrag.
$a_q > 0,3 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1:	Die Führungskraft des rechten Rades ist bis zu hohen $a_q$ in der Nähe von null. Die Führungskraft des linken Rades nimmt mit $a_q$ zu, da es die Fliehkraft abstützen muss. Die Kraft wird in erster Linie durch die Neigung des Normalkraftvektors erzeugt.
	Radsatz 2	fährt etwas unterradial, und an beiden Rädern sind die Führungskräfte klein.

Radsatz 3 fährt überraial, Am linken Rad ist die Führungskraft von allen Rädern am größten, weil die Querkomponente der Normalkraft und die Querreibkraft in die gleiche Richtung wirken. Die Führungskräfte an beiden Rädern nehmen mit größer werdendem  $a_q$  zu, bis für  $a_q > 1 \text{ m/s}^2$  die Führungskraft am rechten Rad wieder abnimmt. Hierfür ist die geringere Normalkraft verantwortlich. Die Führungskraft am linken Rad nimmt weiter stark zu.

Die Längsreibkräfte erzeugen an allen Radsätzen positive Wendemomente. Die Gleisverschiebekräfte  $\Sigma Y$  müssen nicht nur der Fliehkraft sondern auch den Längsreibkräften das Gleichgewicht halten. Dadurch wirkt am Radsatz 3 die größte Gleisverschiebekraft.

### Verschleißkennwert, Bild 6.2.49

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1:	Das rechtes Rad läuft innen an, die Reibkräfte und damit der Verschleißkennwert sind groß.
	Radsatz 2:	Wegen der geringen Reibkräfte ist auch der Verschleißkennwert klein.
	Radsatz 3:	Wie am Radsatz 1 läuft hier das rechte Rad an, der Verschleißkennwert ist groß.
$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze:	Wegen der nahezu radialen Stellung und der optimalen Rollradiendifferenz sind der Verschleißkennwerten minimal.
$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1:	Das linke Rad läuft außen an. Der Verschleißkennwert liegt zwischen denen von Rad 3 links und 2 links. Diese Reihenfolge spiegelt die unterschiedliche Querverschiebung der Radsätze wieder.
	Radsatz 2:	Beide Räder weisen entsprechend der relativ geringsten Querverschiebung die kleinsten Werte auf.
	Radsatz 3:	Der Verschleißkennwert des linken Rades ist am größten. Es wirken hohe Längs- und Quer-Reibkräfte.

### 6.2.2.2 Variante 2b

#### Stellung im Bogen

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx -1$ ,  $\approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.2.4 angegeben.

Variante 2b	R = 300 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Bogenstellung
Radsatz		1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]							
5	-0,97	-1,2	-1,7	1,6	0,7	-1,0	-2,7	
60	-0,06	-4,5	-4,5	-4,1	0,0	-0,1	-0,4	Bild 6.2.57
90	1,10	-5,1	-4,6	-5,1	-0,3	-0,3	1,1	Bild 6.2.63
Verlauf		Bild 6.2.2			Bild 6.2.8			

Tabelle 6.2.4 Bogenstellung, Variante 2b, R = 300 m

Allgemein Fahrzeugkasten: Ebenso wie in Variante 1b macht er große Wege, da er auch weich an die Radsätze gefesselt ist. Die Steifigkeit der Querfedern zwischen dem Fahrzeugkasten und den Radsätzen  $c_{y1}$  und  $c_{y2}$  liegen in der gleichen Größenordnung. Der Fahrzeugkasten wird von allen drei Radsätzen geführt.

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1 und 2 sind - anders als in der Variante 1b - etwas zur Außenschiene hin verschoben. Die Radsätze laufen nicht an den Schienen an.

Radsatz 3 ist aus der Gleismitte in Richtung Innenschiene verschoben.

Radsatz 1 und 3: Ähnlich wie in Variante 1b fahren der Radsatz 1 überradial und der Radsatz 3 unterradial. Die Anlaufwinkel sind aber deutlich kleiner.

Radsatz 2 fährt etwas unterradial.

$a_q < 0 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Wenn  $a_q$  zunimmt, ist der Übergang der Radsätze an die Außenschiene stetiger als in der Variante 1b.

$a_q \approx 0,1 - 0,3 \text{ m/s}^2$

Alle Radsätze: Wie in Variante 1b verschwinden die Anlaufwinkel.

$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Querverschiebung ist ähnlich wie in Variante 1b.

Radsatz 3 fährt überradial, während

Radsatz 1 und 2 mit geringem Winkel unterradial fahren. Im Vergleich zu Variante 1b sind die Beträge der Anlaufwinkel von

Radsatz 1 größer und von

Radsatz 2 und 3 geringer.

#### Rollradiendifferenz, Bild 6.2.14

$a_q < 0 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Querverschiebung  $\Delta y$  bildet sich wieder in der Rollradiendifferenz ab. Im Vergleich zu Variante 1b ist der Verlauf gleichmäßiger.

$$a_q \approx 0,1 - 0,3 \text{ m/s}^2$$

Alle Radsätze fahren in der Nähe der optimalen Rollradiendifferenz. Während in der Variante 1 dieser Fall für alle Radsätze in einem engen  $a_q$ -Band auftritt, ist hier der  $a_q$ -Bereich breiter.

$a_q > 1 \text{ m/s}^2$

Radsatz 3	fährt mit der größten Rollradiendifferenz.
Radsatz 1	ist weiter nach außen verschoben und damit näher an Radsatz 3 als in Variante 1b.
Radsatz 2	fährt mit optimaler Rollradiendifferenz.

### Längsreibungskraft, Bild 6.2.20, Zugkraft, Bild 6.2.26

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$

Radsatz 1 und 2 sind im Gegensatz zu Variante 1b nach außen verschoben. Allerdings ist der Wert geringer als es der optimalen Rollradiendifferenz entspricht. Deshalb wirken wie in Variante 1b am linken Rad eine positive und am rechten eine negative Längsreibungskräfte, die ein negatives Wendemoment erzeugen

Radsatz 3 ist nach innen verschoben. Am rechten Rad greift die betragsmäßig größte Längsreibungskraft an. Das Wendemoment ist wie an den anderen Radsätzen negativ.

Wie in Variante 1b ist die Zugkraft wegen des großen Abstandes von der optimalen Rollradiendifferenz und der hohen Vertikalkraft am rechten Rad am höchsten.

$$a_q \approx 0,1 - 0,3 \text{ m/s}^2$$

Alle Radsätze fahren in der Nähe der optimalen Rollradiendifferenz. Wie schon im Verlauf der Rollradiendifferenz erkennbar, sind die Längsreibungskräfte von linkem und rechtem Rad nicht alle bei demselben  $a_q$  gleich.

$a_q > 0,3 \text{ m/s}^2$

Alle Radsätze erfahren auch hier ein positives Wendemoment, das versucht, die Radsätze in Richtung über radial zu drehen.

Wie in Variante 1b sind mit zunehmendem  $a_q$  die Längsschlüpfen und damit die Längsreibungskräfte an beiden Rädern eines Radsatzes negativ. Der Rollradius der weit außen fahrenden Räder 3 links und 1 links nimmt stark zu und damit der Längsschlupf mit negativem Vorzeichen.

Der Verlauf der Zugkräfte ist ähnlich zu der Variante 1b.

Radsatz 3 erzeugt wie in Variante 1b wegen der großen Rollradiendifferenz und der hohen Vertikalkraft am linken Rad die höchste Zugkraft.

### Vertikalkraft, Bild 6.2.32

Allgemein Alle Radsätze: Die Unterschiede in den Vertikalkräften sind in erster Linie durch die Fliehkraft und die Gleisverschiebekräfte bedingt.



$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Reihenfolge der Radlasten ist die gleiche wie für Variante 1b.

Radsatz 3: Die Radlasten sind bei hohem  $a_q$  etwas kleiner als in Variante 1b.

### **Führungskraft, Bild 6.2.38, Gleisverschiebekraft, Bild 6.2.44**

Allgemein Alle Radsätze: Der Verlauf der Führungskräfte über  $a_q$  ist ähnlich dem der Variante 1b.

$a_q > 0,3 \text{ m/s}^2$  Radsatz 3 Y am linken Rad ist gegenüber Variante 1b bei hohem  $a_q$  etwas kleiner, was sich auch in  $\Sigma Y$  niederschlägt. Der Radsatz steht etwas weniger überradial. Die Wendemomente durch die Längsreibkräfte sind in Summe etwas kleiner und damit ist die Gleisverschiebekraft aus Gleichgewichtsgründen kleiner.

### **Verschleißkennwert, Bild 6.2.50**

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze zeigen ähnliches Verhalten wie in Variante 1b. Allerdings zeigt nur Rad 3 rechts einen deutlich höheren Wert, nicht aber das Rad 1 rechts.

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Wie in Variante 1b sind wegen der nahezu radialen Stellung und der optimalen Rollradiendifferenz die Verschleißkennwerte minimal.

$a_q > 1 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1 und 3: Rad 3 links und 1 links haben wieder die größten Verschleißkennwerte. Rad 3 links hat ungefähr den gleichen, Rad 1 links einen etwas größeren Wert als in Variante 1b.

### **6.2.2.3 Variante 3b**

#### **Stellung im Bogen**

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx -1$ ,  $\approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.2.5 angegeben.

Variante 3b	R = 300 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Bogenstellung
Radsatz		1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]							
5	-0,97	-5,7	-5,9	5,6	-9,6	-2,9	3,3	
60	-0,06	-5,8	-5,5	5,4	-9,4	-2,8	3,5	Bild 6.2.58
90	1,10	-5,9	-5,3	4,6	-9,1	-2,4	3,8	Bild 6.2.64
Verlauf		Bild 6.2.3			Bild 6.2.9			

Tabelle 6.2.5 Bogenstellung, Variante 3b, R = 300 m

Allgemein	Fahrzeugkasten:	Er bewegt sich linear mit der unausgeglichene Querbeschleunigung. Die Wege sind kleiner als in den Varianten 1b und 2b, da er steifer an die Radsätze gefesselt ist. Da die Quersfeder zwischen dem Fahrzeugkasten und Radsatz 2 um den Faktor hundert weicher als die Quersfeder zwischen dem Fahrzeugkasten und den Endradsätzen ist, wird der Fahrzeugkasten hauptsächlich durch die Endradsätze geführt.
$a_q < 0 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze	zeigen wegen der konventionellen Radsatzführung ein grundsätzlich anderes Verhalten in Abhängigkeit von der unausgeglichene Querbeschleunigung.
	Radsatz 1 und 2	fahren an der Außenschiene.
	Radsatz 3	fährt an der Innenschiene.
$a_q > 0 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze:	Die Querverschiebung ändert sich kaum.
	Radsatz 1	bleibt an der Außenschiene und bewegt sich kaum noch weiter nach außen.
	Radsatz 2	bewegt sich etwas von der Außenschiene nach innen weg.
	Radsatz 3	löst sich zunächst nur wenig von der Innenschiene, erst bei großem $a_q$ verläßt er die Innenschiene ganz und bewegt sich zur Gleismitte hin.
	Fahrzeugkasten:	Die Anlaufwinkel und der Drehwinkel des Fahrzeugkastens, spiegeln das Verhalten der Querverschiebung wieder. Dadurch, dass bei hohem $a_q$ sich der Radsatz 3 von der Innenschiene löst, schwenkt das ganze Fahrzeug zu einem kleineren Drehwinkel. Der Unterschied der Anlaufwinkel zwischen den einzelnen Radsätzen bleibt nahezu konstant und ist eine Folge der steifen Wendefesselung der Radsätze an den Fahrzeugkasten, $c_{\psi 1}$ und $c_{\psi 2}$ sind beide $10^8 \text{ N/m}$ , siehe Bild 5.1.18 oder Tabelle 5.1.5. Die Differenz der Anlaufwinkel ist fast ausschließlich durch den Winkel der Schiene am Ort des jeweiligen Radsatzes bestimmt.
Allgemein	Alle Radsätze:	In den Stellungsbildern erkennt man, dass das Fahrzeug im Spießgang steht und die Wendewinkel gegenüber dem Fahrzeugkasten gering sind.

### Rollradiendifferenz, Bild 6.2.15

Allgemein	Alle Radsätze	Die Rollradiendifferenz ist Ausdruck der Querverschiebung. Im Bereich der Hohlkehle und der Spurkranzflanke haben kleine Änderungen der Querverschiebung große Änderungen der Rollradiendifferenz zur Folge.
		Wenn sich

- Radsatz 2 auch mit zunehmenden  $a_q$  nur wenig von der Außenschiene bewegt, nimmt seine Rollradiendifferenz deutlich ab. Das gleiche gilt für die Zunahme der Rollradiendifferenz am
- Radsatz 3, der sich zunächst nur langsam von der Innenschiene löst.

### **Längsreibungskraft, Bild 6.2.21, Zugkraft, Bild 6.2.27**

- Allgemein Radsatz 1 und 2 fahren an der Außenschiene. An den bogenäußeren Rädern überwiegt der Rollradiusanteil des Längsschlupfes und damit ist der Schlupf und die Kraft negativ. Am inneren, rechten Rad überwiegt der Bogenanteil des Längsschlupfes und damit ist der Schlupf und die Kraft ebenfalls negativ, aber mit geringerem Betrag.
- Radsatz 3 fährt an der Innenschiene und löst sich erst bei hohen  $a_q$ . Bogenanteil und Rollradiusanteil des Längsschlupfes wirken an beiden Rädern in die gleiche Richtung und damit entstehen hohe Längsreibungskräfte.
- Radsatz 1 und 2: Die Zugkraft nimmt entsprechend der höheren Vertikalkraft mit  $a_q$  stetig zu.
- Radsatz 3: Die Zugkraft wird für hohe  $a_q$  negativ. Hier tritt der in Kapitel 6.2.1 beschriebene Effekt ein, dass das Rad zur Innenschiene hin verschoben ist und  $a_q$  nach außen wirkt. Damit ist an dem inneren Rad die Sättigung eher erreicht und die antreibende Kraft wird kleiner.

### **Vertikalkraft, Bild 6.2.33**

- Allgemein Radsatz 2: In den Varianten 1b und 2b hat sich für die Rollsteifigkeiten der Endradsätze  $c_{\varphi 1}$  und des Mitteldradsatzes  $c_{\varphi 2}$  als optimaler Wert in allen Fällen die Obergrenze  $1 \cdot 10^8 \text{ Nm/rad}$  ergeben. Damit ist das Rollmoment auf die drei Radsätze durch den Rollwinkel des Fahrzeugkastens gleich. Für die Variante 3b ergaben sich als optimale Werte  $c_{\varphi 1} = 1 \cdot 10^5$  und  $c_{\varphi 2} = 3,16 \cdot 10^6 \text{ Nm/rad}$ . Damit wirkt am Radsatz 2 ein ca. 32-faches Rollmoment bei gleichem Radsatzrollwinkel. Es muss durch die Vertikalkräfte kompensiert werden, und damit treten bei diesem Radsatz unter Fliehkraft die größten Vertikalkräfte auf.

### **Führungskraft, Bild 6.2.39, Gleisverschiebekraft, Bild 6.2.45**

- Allgemein Radsatz 1 läuft an der Außenschiene an und steht unterradial. Mit zunehmendem  $a_q$  bleibt die Querverschiebung unverändert, der Anlaufwinkel wird betragsmäßig kleiner, weil der Radsatz 3 von der Innenschiene wegläuft. Y am äußeren Rad nimmt stetig zu, obwohl der Anlaufwinkel abnimmt, der Einfluss der größer werdenden Normalkraft überwiegt hier. Am inneren Rad nimmt die Führungskraft wegen des geringeren Anlaufwinkels und der geringeren Vertikalkraft

- betragsmäßig ab. Wenn man von  $a_q < -0,5$  absieht, wirken an den Rädern des Radsatzes 1 die größten Führungskräfte.
- Radsatz 2 entfernt sich mit zunehmenden  $a_q$  etwas von der Außenschiene. Der Normalenvektor ist weniger geneigt und die Führungskraft nimmt am bogenäußeren Rad mit größer werdendem  $a_q$  ab, obwohl die Vertikalkraft zunimmt. Am bogeninneren Rad wird der Betrag der Führungskraft kleiner, da Anlaufwinkel und  $Q$  abnehmen.
- Radsatz 3 läuft an der Innenschiene an und steht überradial. Bei hohem  $a_q$  löst er sich von der Innenschiene. Am inneren, rechten Rad überwiegt bei kleinem  $a_q$  der Einfluss der geneigten Normalkraft gegenüber der Querreibkraft, die durch den Anlaufwinkel erzeugt wird,  $Y$  ist negativ. Wenn der Radsatz sich von der Innenschiene löst, überwiegt der Einfluss der Querreibkraft und  $Y$  wird positiv. Die Führungskraft des äußeren, linken Rades nimmt mit zunehmendem  $a_q$  stetig zu, da der Radsatz immer mehr überradial steht.
- Alle Radsätze: Die Radsätze 1 und 2 erzeugen ein positives, Radsatz 3 ein negatives Wendemoment. Wenn  $a_q$  negativ ist, ist die Summe der Wendemomente negativ, wenn  $a_q$  einen großen positiven Wert hat, ist es positiv. Zusammen mit der Querbeseleunigung ist dadurch der Betrag der Gleisverschiebekraft am Radsatz 3 jeweils am größten.

### Verschleißkennwert, Bild 6.2.51

- Allgemein Alle Radsätze: Durch die konventionelle Radsatzführung der Variante 3b treten im allgemeinen deutlich höhere Verschleißkennwerten als in den Varianten 1b und 2b auf.
- $a_q < -0,6 \text{ m/s}^2$  Radsatz 3: Rad 3 rechts zeigt entsprechend der großen Reibkräfte und Schlüpfen durch den Anlauf an der Innenschiene die größten Werte.
- $a_q > -0,6 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1: Jetzt überwiegt der Verschleißkennwert an Rad 1 links. Es fährt weiter in der Hohlkehle hoch, Längs-Schlupf und –Reibkraft nehmen zu.

## 6.2.3 Fahrt durch Bögen mit größeren Radien

Das Verhalten in Gleisbögen mit größeren Radien wird im 500m- und 800m-Bogen untersucht.

### 6.2.3.1 Variante 1b

#### Stellung im Bogen

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx -1$ ,  $\approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.2.6 angegeben.

Variante 1b	R = 500 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Bogenstellung
Radsatz		1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]							
5	-0,98	<b>4,8</b>	<b>1,8</b>	<b>4,3</b>	<b>2,2</b>	<b>-0,1</b>	<b>-3-3</b>	
80	0,01	<b>-3,6</b>	<b>-3,6</b>	<b>-3,5</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>-0,1</b>	Bild 6.2.59
115	1,06	<b>-4,7</b>	<b>-4,2</b>	<b>-5,0</b>	<b>0,0</b>	<b>-0,5</b>	<b>1,7</b>	Bild 6.2.65
Verlauf		Bild 6.2.4			Bild 6.2.10			

Variante 1b	R = 800 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz		1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]						
10	-0,97	<b>4,7</b>	<b>2,4</b>	<b>4,6</b>	<b>1,5</b>	<b>0,0</b>	<b>-2,9</b>
100	-0,02	<b>-2,4</b>	<b>-2,4</b>	<b>-2,3</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	<b>-0,1</b>
145	1,05	<b>-4,6</b>	<b>-3,9</b>	<b>-4,9</b>	<b>-0,2</b>	<b>-0,4</b>	<b>1,9</b>

Tabelle 6.2.6 Bogenstellung, Variante 1b, R = 500 m und 800 m

Allgemein	Alle Radsätze	zeigen, was die Querverschiebung und die Anlaufwinkel betrifft, das qualitativ gleiche Verhalten in allen Bogenradien.
$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1 und 3	fahren an der Innenschiene. Für größer werdende Radien gleichen sich die Querverschiebungen beide Radsätze immer mehr an.
	Radsatz 2	steht bei größeren Radien näher an der Innenschiene.
$a_q < 0 \text{ m/s}^2$		Der $a_q$ -Bereich, in dem die Radsätze an die Außenschiene wandern ist bei allen Bogenradien ausgeprägt aber der Übergang vollzieht sich für große Radien stetiger.
$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze:	Für hohe $a_q$ fahren sie an der Außenschiene.
	Radsatz 3	ist am weitesten verschoben und fährt am stärksten über-radial. Der Anlaufwinkel nimmt mit dem Bogenradius zu.

**Rollradiendifferenz, Bild 6.2.16**

Allgemein	Alle Radsätze	zeigen das qualitativ gleiche Verhalten auch in den größeren Bogenradien.
$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$		Die Rollradiendifferenz spiegelt die relative Querverschiebung wieder. Bei hohem $a_q$ ist die größte Rollradiendifferenz des Radsatzes 3 praktisch unabhängig vom Bogenradius. Die optimale Rollradiendifferenz wird mit zunehmendem Bogenradius kleiner.

**Längsreibungskraft, Bild 6.2.22, Zugkraft, Bild 6.2.28**

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze:	Die Reihenfolge der Werte bleibt auch in größeren Bogenradien die gleiche.
$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$		Die Zugkräfte werden mit zunehmendem Bogenradius entsprechend der geringeren Querverschiebung kleiner.
$a_q > 0 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze:	bei hohem $a_q$ wandern die Längsreibungskräfte der rechten Räder mit größer werdendem Bogenradius immer mehr ins positive. Der Bogenanteil im Längsschlupf verringert sich im Vergleich zu dem Rollradius-Anteil. Die Kräfte sind insgesamt gering.
	Radsatz 3:	Die Längsreibungskraft von Rad 3 links werden mit dem Bogenradius betragsmäßig noch größer. Der Rollradius ist weiter von dem optimalen entfernt.

**Vertikalkraft, Bild 6.2.34**

$a_q > 1 \text{ m/s}^2$	Radsatz 3:	Die hohe Zusatzbelastung von Rad 3 links und die Entlastung von Rad 3 rechts ist im 500m-Bogen sogar noch stärker. Wieder ist die Ursache neben dem Rollwinkel des Radsatzes in erster Linie die Fliehkraft und die Gleisverschiebekraft, die ein Rollmoment erzeugt. Im 800m-Bogen ist kaum mehr eine Veränderung erkennbar.
-------------------------	------------	---

**Führungskraft, Bild 6.2.40, Gleisverschiebekraft, Bild 6.2.46**

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$	Radsatz 3:	Die hohe negative Führungskraft von Rad 3 rechts bleibt mit zunehmendem Bogenradius unverändert.
$a_q > 0 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1:	Die Führungskraft am Rad 1 links nimmt ebenso wie die Gleisverschiebekraft mit zunehmendem Bogenradius ab.
	Radsatz 3	Die Gleisverschiebekraft und die Führungskraft am Rad 3 links nehmen vom 300m- zum 500m-Bogen noch zu und bleiben dann im 800m-Bogen nahezu unverändert.

**Verschleißkennwert, Bild 6.2.52**

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1 und 3:	Die Extremwerte von Rad 1 rechts und 3 rechts nehmen mit zunehmendem Bogenradius ab.
$a_q > 0 \text{ m/s}^2$	Radsatz 3:	Der Verschleißkennwert von Rad 3 links steigt mit dem Bogenradius noch an. Verantwortlich ist vor allem die Zunahme des Längsschlupfes und der Längsreibungskraft.

**6.2.3.2 Variante 2b****Stellung im Bogen**

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx -1$ ,  $\approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.2.7 angegeben.

Variante 2b	R = 500 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Bogenstellung
Radsatz		1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]							
5	-0,98	<b>3,8</b>	<b>2,3</b>	<b>4,8</b>	<b>1,4</b>	<b>-0,7</b>	<b>-2,6</b>	
80	0,01	<b>-3,9</b>	<b>-3,7</b>	<b>-3,7</b>	<b>-0,1</b>	<b>-0,1</b>	<b>0,0</b>	Bild 6.2.60
115	1,06	<b>-4,9</b>	<b>-4,3</b>	<b>-5,0</b>	<b>-0,5</b>	<b>-0,2</b>	<b>1,4</b>	Bild 6.2.66
Verlauf		Bild 6.2.5			Bild 6.2.11			

Variante 2b	R = 800 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz		1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]						
10	-0,97	<b>4,3</b>	<b>2,7</b>	<b>4,8</b>	<b>1,3</b>	<b>-0,5</b>	<b>-2,4</b>
100	-0,02	<b>-2,9</b>	<b>-2,7</b>	<b>-2,7</b>	<b>-0,1</b>	<b>0,0</b>	<b>-0,0</b>
145	1,05	<b>-4,8</b>	<b>-4,0</b>	<b>-5,0</b>	<b>-0,6</b>	<b>-0,0</b>	<b>1,6</b>

Tabelle 6.2.7 Bogenstellung, Variante 2b, R = 500 m und 800 m

- Allgemein    Alle Radsätze: Das grundsätzliche Verhalten ist in allen Bogenradien ähnlich. Für negative  $a_q$  weicht die Stellung in den größeren Bogen stärker von den Werten im engen Bogen ab.
- $a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze: Im 300m-Bogen sind Radsatz 1 in Richtung Außenschiene und Radsatz 3 in Richtung Innenschiene verschoben. Auch wenn die Räder nicht anlaufen, so deutet sich in diesem engen Bogen eine Spießgangstellung an. In den Bögen 500m und 800m dagegen jedoch sind alle Radsätze nach innen verschoben. Die Werte ähneln denen der Variante 1b.
- $a_q < 0 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze: Wenn  $a_q$  größer wird, bewegt sich Variante 2b im 500m-Bogen früher als Variante 1b auf die Außenschiene zu. Im 800m-Bogen verhalten sich beide weitgehend gleich.
- Radsatz 1    fährt etwas überradial,
- Radsatz 2    etwas unterradial.
- Radsatz 3    fährt mit dem größten betragsmäßigen Anlaufwinkel unterradial. Diese gegenseitige Zuordnung gilt für alle Bogenradien.
- $a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$     Radsatz 1    fährt mit geringem Winkel unterradial.
- Radsatz 2    hat im 300-Bogen noch den Anlaufwinkel des Radsatzes 1, in den größeren Bögen verschwindet sein Anlaufwinkel.

Radsatz 3 zeigt den betragsmäßig größten Anlaufwinkel, er steht überradial.  $\Delta\psi_R$  nimmt mit dem Bogenradius zu. Für hohe positive  $a_q$  ist der Anlaufwinkel kleiner als derjenige des Radsatzes 3 der Variante 1b.

### Rollradiendifferenz, Bild 6.2.17

Allgemein Alle Radsätze zeigen auch in den größeren Bögen entsprechend der relativen Querverschiebung ein ähnliches Verhalten. Für negative  $a_q$  weicht die Rollradiendifferenz in den größeren Bögen stärker von den Werten im engen Bogen ab.

$a_q > 1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: In allen Bogenradien ist die Reihenfolge: Radsatz 2 mit dem geringsten Wert, dann Radsatz 1 und mit dem größten Wert Radsatz 3. Alle Radsätze fahren über dem optimalen Wert.

### Längsreibungskraft, Bild 6.2.23, Zugkraft, Bild 6.2.29

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Reihenfolge der Werte bleibt auch in größeren Bogenradien die gleiche.

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Zugkräfte sind mit zunehmendem Bogenradius geringer entsprechend der geringeren Querverschiebung.

$a_q > 0 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Wie in Variante 1b wandern bei hohem  $a_q$  die Längsreibungskräfte der rechten Räder immer mehr ins positive. Der Bogenanteil im Längsschlupf wird im Vergleich zu dem Rollradius-Anteil kleiner. Die Kräfte sind insgesamt gering. Die Werte von Rad 3 links nehmen mit dem Bogenradius noch zu. Der Rollradius ist weiter von dem optimalen Wert entfernt.

### Vertikalkraft, Bild 6.2.35

$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$  Radsatz 3: Wie in der Variante 1b wird die hohe Zusatzbelastung von Rad 3 links und die Entlastung von Rad 3 rechts ist im 500m-Bogen noch stärker. Wieder sind die Fliehkraft und die Gleisverschiebekraft die Ursache. Im 800m-Bogen ist kaum mehr eine weitere Veränderung erkennbar.

### Führungskraft, Bild 6.2.41, Gleisverschiebekraft, Bild 6.2.47

$a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$  Radsatz 3: Der Betrag der Führungskraft von Rad 3 rechts ist im 500m-Bogen noch größer und dann im 800m-Bogen ungefähr gleich.

$a_q > 0 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1: Analog zur Variante 1b nimmt die Führungskraft am Rad 1 links ebenso wie die Gleisverschiebekraft mit zunehmendem Bogenradius ab.

Radsatz 3 Die Gleisverschiebekraft und die Führungskraft am Rad 3 links nehmen vom 300m- zum 500m-Bogen geringfügig zu und verändern sich kaum noch im 800m-Bogen.



**Verschleißkennwert, Bild 6.2.53**

- $a_q \approx -1 \text{ m/s}^2$  Radsatz 3: Der Extremwert von Rad 3 rechts nimmt im 500m-Bogen noch zu und im 800m-Bogen wieder ab,
- $a_q > 0 \text{ m/s}^2$  Radsatz 3: Wie in Variante steigt der Verschleißkennwert von Rad 3 links mit dem Bogenradius noch an. Wieder ist vor allem die Zunahme des Längsschlupfes und der Längsreibungskraft verantwortlich.

**6.2.3.3 Variante 3b****Stellung im Bogen**

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx -1$ ,  $\approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.2.8 angegeben.

Variante 3b	R = 500 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Bogenstellung
Radsatz		1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]							
5	-0,98	-5,6	-5,8	5,3	-6,7	-2,6	0,9	
80	0,01	-5,7	-5,4	4,7	-6,4	-2,4	1,1	Bild 6.2.61
115	1,06	-5,8	-5,1	2,3	-5,6	-1,6	1,9	Bild 6.2.67
Verlauf		Bild 6.2.6			Bild 6.2.12			

Variante 3b	R = 800 m	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz		1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]						
10	-0,97	-5,4	-5,7	4,9	-4,9	-2,3	-0,3
100	-0,02	-5,6	-5,3	2,7	-4,2	-1,6	0,4
145	1,05	-5,6	-4,7	-0,5	-3,1	-0,6	1,5

Tabelle 6.2.8 Bogenstellung, Variante 3b, R = 500 m und 800 m

**Allgemein**

Das grundsätzliche Verhalten im 300m-Bogen zeigt sich auch im 500m- und im 800m-Bogen. Die Anlaufwinkel sind durch die Stellung des Fahrzeuges und den Winkel des Gleises am Ort der Radsätze bestimmt.

- Radsatz 1 bleibt unabhängig von  $a_q$  und für alle Bogenradien an der Außenschiene und fährt unterradial.
- Radsatz 2 fährt unterradial und bewegt sich mit zunehmendem  $a_q$  etwas von der Außenschiene weg. Dieser Effekt ist im

größeren Bogenradius stärker, da wegen des geringeren Anlaufwinkels die Querreibkräfte kleiner sind.

	Radsatz 3	löst sich, wenn $a_q$ groß genug ist, von der Innenschiene und zwar bei desto geringerem $a_q$ je größer der Bogenradius ist. Er steht in dem 300m- und 500m-Bogen überradial. Im 800m-Bogen dagegen steht er für kleine $a_q$ unterradial und mit zunehmenden $a_q$ , wenn er von der Innenschiene wegwandert, steht er überradial.
$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$	Alle Radsätze:	Das Fahrzeug steht im 300m-Bogen im Spießgang. Im 500m-Bogen ist der Radsatz 3 bereits etwas von der Innenschiene abgerückt, und im 800m-Bogen steht er nahe der Gleismitte.
$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$	Radsatz 3	bewegt sich mit zunehmendem Bogenradius weiter in Richtung Außenschiene.

### Rollradiendifferenz, Bild 6.2.18

Allgemein		Der prinzipielle Verlauf im 300m-Bogen wiederholt sich im 500m- und 800m-Bogen.
	Radsatz 1	fährt immer im Vergleich zum optimalen Wert mit viel zu hoher Rollradiendifferenz.
	Radsatz 2 und 3	kommen bei hohen $a_q$ und in großen Bögen in die Nähe des Optimums.

### Längsreibkraft, Bild 6.2.24, Zugkraft, Bild 6.2.30

Allgemein	Radsatz 3:	Da sich der Radsatz mit zunehmenden Bogenradius mehr von der Innenschiene wegbewegt und der Anlaufwinkel kleiner wird, werden die Längsreibkräfte von Rad 3 links und 3 rechts bei hohem $a_q$ geringer.
$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1 und 2:	Die größten Beträge der Längsreibkraft erfährt Rad 2 links, gefolgt von Rad 1 links. Der Wert von Rad 2 links nimmt im 500m-Bogen zu und im 800m-Bogen ab. Im 800m-Bogen nimmt der Betrag der Längsreibkraft nicht mehr stetig mit $a_q$ zu sondern er fällt bei höherem $a_q$ wieder ab. Mit zunehmendem Bogenradius bewegt sich Radsatz 2 mehr von der Außenschiene weg.
$a_q > 1,2 \text{ m/s}^2$	Radsatz 1 und 2:	Im 800m-Bogen wirkt an Rad 1 links im Vergleich zu Rad 2 links der größere Betrag der Längsreibkraft.

### Vertikalkraft, Bild 6.2.36

Allgemein	Radsatz 2:	Die Extremwerte von Rad 2 links und 2 rechts sind unabhängig vom Bogenradius.
-----------	------------	---

### Führungskraft, Bild 6.2.42, Gleisverschiebekraft, Bild 6.2.48

Allgemein	Alle Radsätze:	Wie im 300m-Bogen erzeugen die Radsätze 1 und 2 ein positives, Radsatz 3 ein negatives Wendemoment. Mit zunehmendem Bogenradius, wenn Radsatz 3 von der
-----------	----------------	---

Innenschiene wegrückt, wird der Betrag seines Wendemomentes kleiner. Als Folge davon wird die Gleisverschiebekraft bei negativem  $a_q$  betragsmäßig kleiner und bei positivem größer.

$a_q > 0,5 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1: Die höchste Führungskraft wirkt an Rad 1 links. Sie ist im 300m-Bogen am größten und nimmt mit zunehmendem Bogenradius als Folge der besseren Stellung wieder ab.

#### **Verschleißkennwert, Bild 6.2.54**

$a_q > -0,6 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1: Die Extremwerte von Rad 1 links werden entsprechend dem geringeren Anlaufwinkel mit zunehmendem Bogenradius kleiner.

### **6.2.4 Zusammenfassung**

#### **Vergleich der Varianten**

Die Varianten 1b, Ideale Radialsteuerung, und 2b, Kombinierte Radsatzführung, auf der einen Seite und die Variante 3b, Konventionelle Radsatzführung, auf der anderen Seite verhalten sich im Bogen völlig unterschiedlich.

Die Variante 3b fährt im engen Bogen im Spießgang. Entsprechend groß sind die Anlaufwinkel am ersten Radsatz. Erst ab einer bestimmten Größe des Bogenradius und der unausgeglichene Querbeschleunigung  $a_q$  verlässt das Fahrzeug die Spießgangstellung.

In der Nähe der Ausgleichsgeschwindigkeit, das heißt bei kleinem  $a_q$ , sind die Radsätze der Varianten 1b und 2b nach dem Bogenmittelpunkt ausgerichtet. Die Anlaufwinkel sind minimal und damit auch die Querschlüpfе. Die Führungskräfte sind kleiner und die Verschleißkennwerte sind im Vergleich zu Variante 3b verschwindend gering.

Für hohe unausgeglichene Querbeschleunigungen  $a_q$  ergibt sich ein anderes Bild. Im Gegensatz zu der Variante 3b mit konventioneller Radsatzführung fährt auch der Radsatz 3 der Varianten 1b und 2b – wenn man von hohen negativen Querbeschleunigungen absieht – an der Außenschiene. Schon bei kleinem positivem  $a_q$  ist die Querverschiebung des Radsatzes größer als es der optimalen Rollradiendifferenz entspricht. Mit zunehmendem  $a_q$  wird insbesondere an den Radsätzen 3 und 1 der Abstand zu der optimalen Rollradiendifferenz immer größer. Jeder Radsatz erfährt ein gleichgerichtetes Wendemoment, das ihn von der Außenschiene wegrehen will. Die Summe dieser drei Momente muss durch die Gleisverschiebekräfte ausgeglichen werden. Am dritten Radsatz addieren sich die Wirkungen der Fliehkraft und der Wendemomente und damit entsteht hier die höchste Gleisverschiebekraft.

Die Werte der kombinierten Radsatzführung 2b sind etwas kleiner als diejenigen der idealen Radialsteuerung 1b. Allerdings treten in beiden Varianten bei hohen unausgeglichene Querbeschleunigungen größere Gleisverschiebekräfte auf als in der Variante 3b mit konventioneller Radsatzführung. Bezüglich der Gleisverschiebekraft verhält sich also das konventionell Fahrzeug bei hohem  $a_q$  besser. Wenn man die Einzelführungskraft betrachtet, dann fällt der Vergleich zugunsten der gesteuerten Radsätze aus: Die größte Führungskraft  $Y$  der Varianten 1b und 2b mit gesteuerten Radsätzen – sie tritt am bogenäußeren Rad des dritten Radsatzes auf – ist bis zu  $a_q \approx 1,5 \text{ m/s}^2$  kleiner als die größte  $Y$ -Kraft des konventionellen Fahrzeuges, Variante 3b, die am bogenäußeren Rad des ersten Radsatzes wirkt.

Wenn man die Varianten mit gesteuerten Radsätzen, 1b und 2b, vergleicht, sind die Maximalwerte der Kräfte der Variante 2b bei hohen unausgegliehenen Querbeschleunigungen in der Regel etwas kleiner. Wegen der Wendefesselung der Endradsätze an den Fahrzeugkasten ist die überradiale Stellung des Radsatzes 3 geringer. Dadurch ist die Führungskraft des linken Rades kleiner und als Folge davon auch die Gleisverschiebe-, die Vertikal- und die Längsreibungskraft. Daraus kann man den Schluss ziehen, dass die Steifigkeiten der Variante 2b, die eigentlich die radiale Einstellung behindern, eine positive Wirkung für hohes  $a_q$  zeigen.

Die Führungskräfte aller Räder müssen in Summe der Fliehkraft, die auf das Fahrzeug wirkt, das Gleichgewicht halten. Im Idealfall sollten die Führungskräfte aller Radsätze gleich sein und nur den jeweiligen Fliehkraftanteil abstützen. Dieses Ziel erreicht keine der Varianten.

### **Abhängigkeit vom Bogenradius**

Als repräsentativ für einen engen Gleisbogen wurde der Bogenradius 300m ausgewählt. Das Verhalten in größeren Gleisbögen wird in den Radien 500 und 800m untersucht. Wenn man die Ergebnisse für die verschiedenen Bogenradien vergleicht, stellt man fest, dass oft die größten Kräfte bei hoher unausgeglichener Querbeschleunigung nicht im engen sondern im größeren Gleisbogen auftreten. Das gilt für folgende Fälle:

#### **Längsreibungskraft**

Die Längsreibungskraft an Rad 3 links der Varianten 1b und 2b nimmt im 500m-Bogen zu und bleibt dann im 800m-Bogen in etwa gleich. Die größte Betrag der Längsreibungskraft an Rad 2 links der Variante 3b nimmt im 500m-Bogen zu und im 800m-Bogen wieder ab. Mit zunehmendem Bogenradius liegen die Rollradien, bei den die Längsreibungskräfte verschwinden, bei kleineren Werten der Querverschiebung im Gleis. Wenn das Rad an der

Außenschiene anläuft, nimmt der Abstand zum optimalen Rollradius im großen Bogen zu und damit wird die Kraft größer. Wenn der Bogenradius weiter wächst, kann der Einfluss einer besseren Stellung überwiegen und die Kraft auch wieder verkleinern.

#### Führungskraft und Gleisverschiebekraft

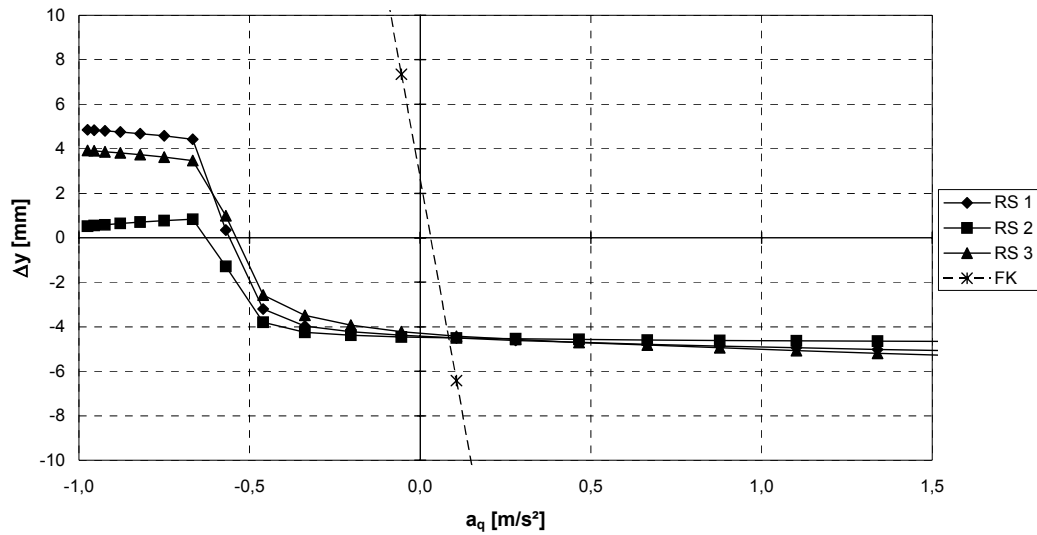
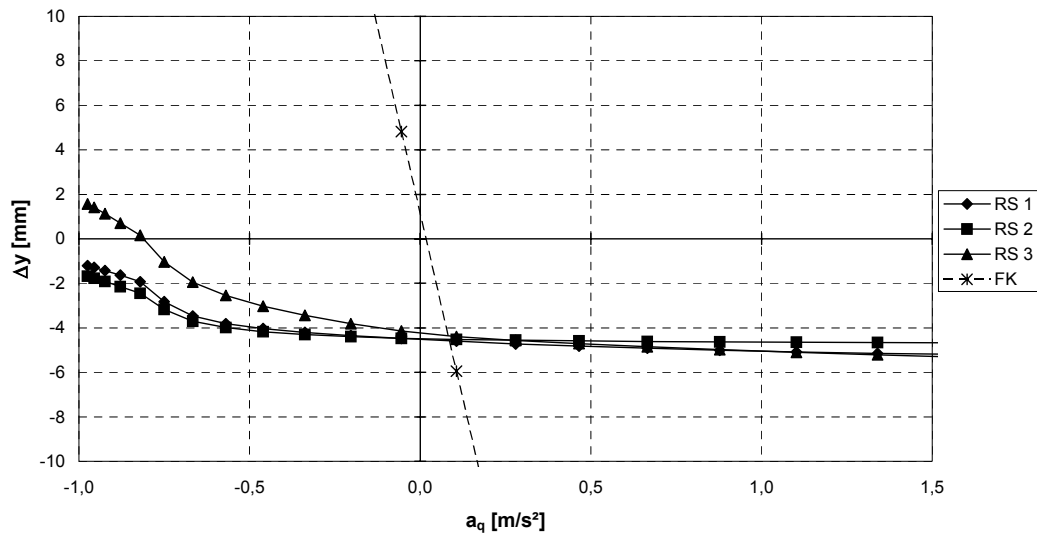
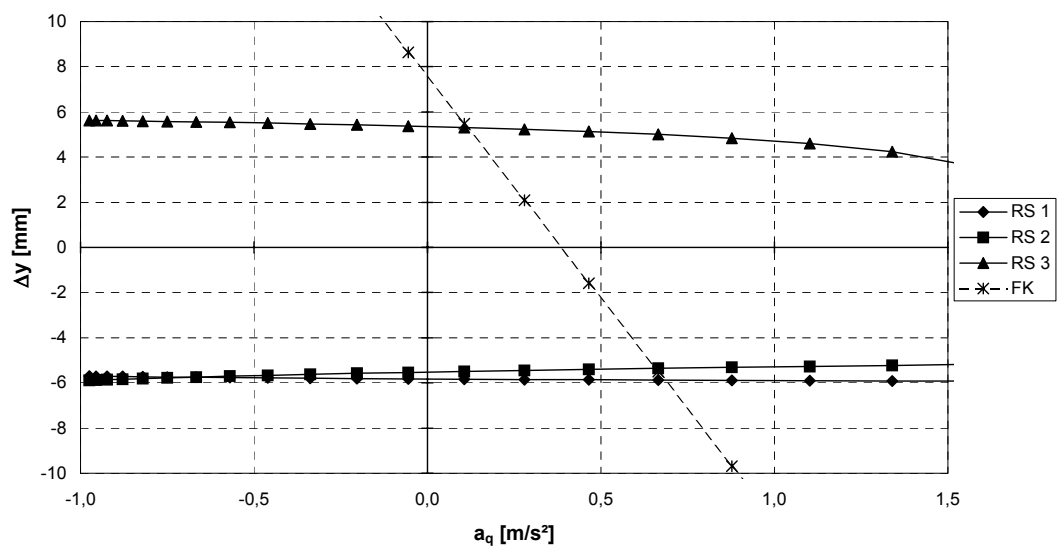
In den größeren Bögen fahren die außen anlaufenden Radsätze mit einem größeren Abstand von der optimalen Rollradiendifferenz und damit wirkt auf sie ein größeres Wendemoment. In den Varianten 1b und 2b addieren sich diese drei Momente. Wenn sie größer werden, nimmt auch die größte Gleisverschiebekraft des Radsatzes 3 weiter zu. Sie ist im 500m-Bogen größer als im 300m-Bogen und verändert sich kaum noch im 800m-Bogen. Im wesentlichen wird die Kraft durch das linke, anlaufende Rad aufgebracht. Deshalb ist die Führungskraft dieses Rades auch im 500m-Bogen größer. Die Gleisverschiebekraft am Radsatz 3 der Variante 3b ist auch im 500m-Bogen höher und steigt weiter im 800m-Bogen an. Das gilt nicht für die größte Einzelführungskraft an Rad 1 links, sie ist im 300m-Bogen maximal, hier wirkt sich in den größeren Bögen die bessere Stellung aus.

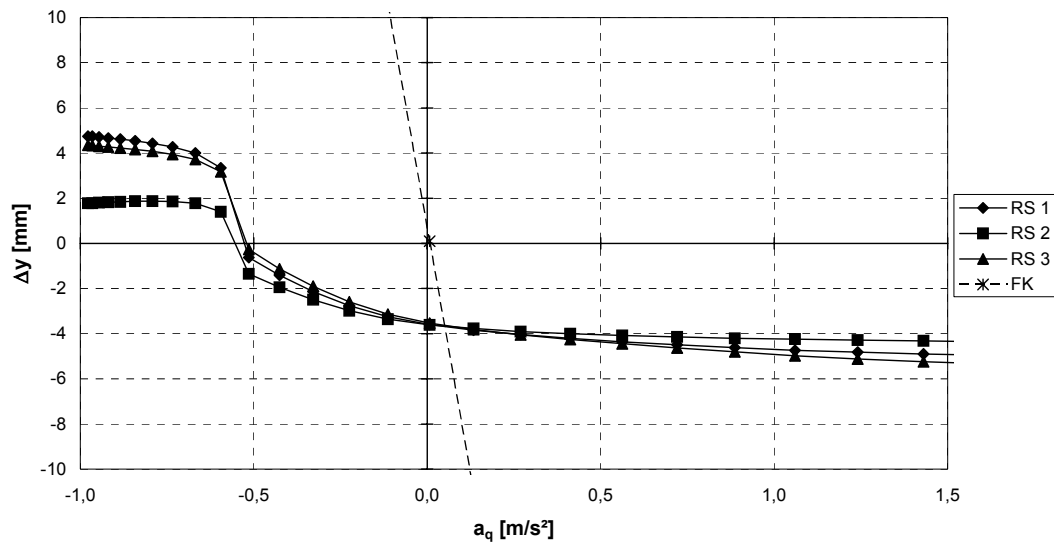
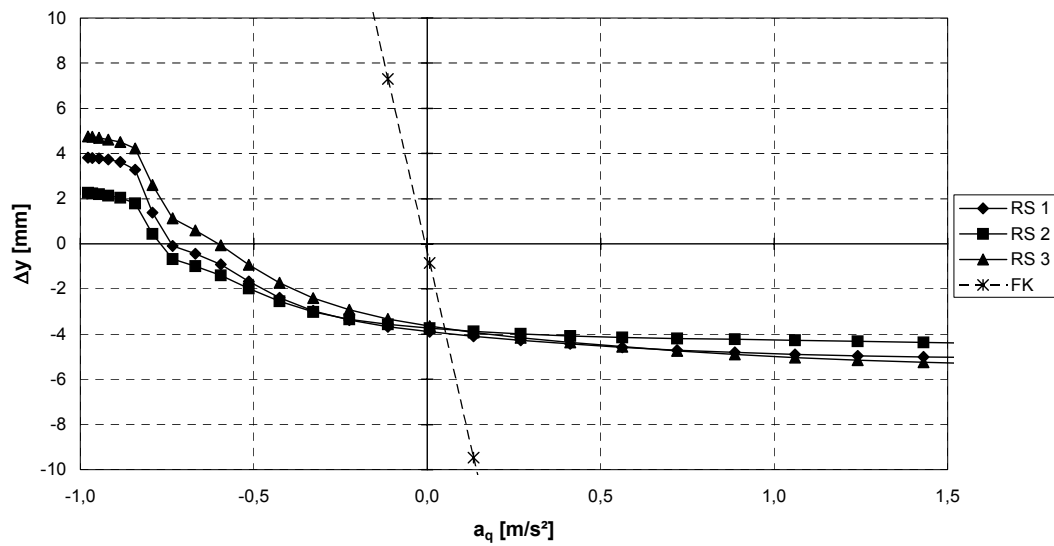
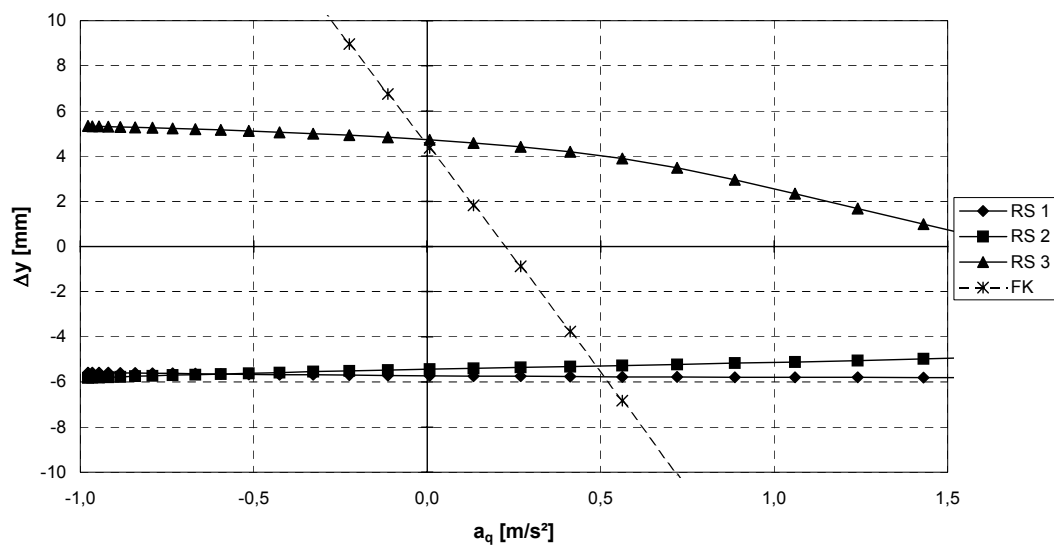
#### Vertikalkraft

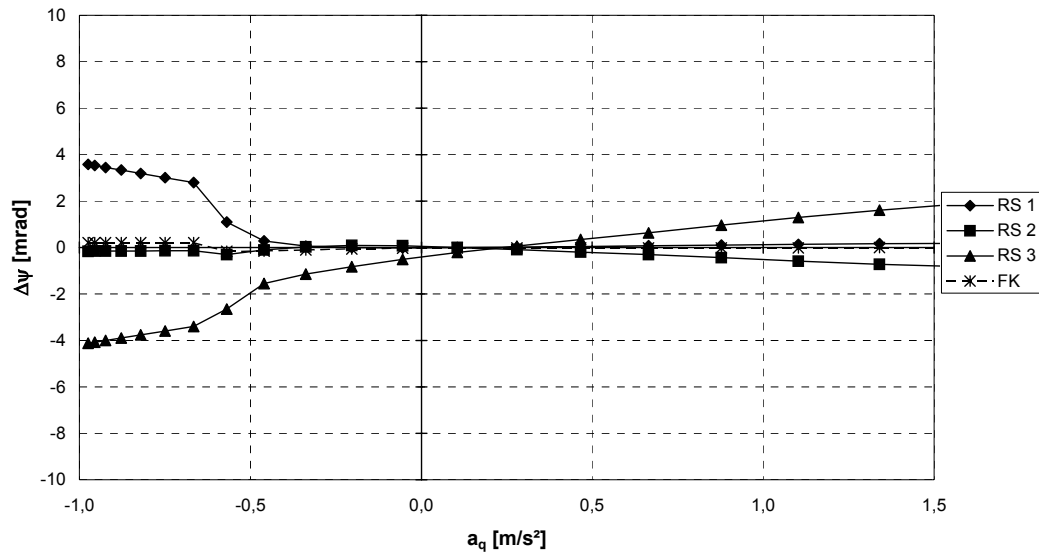
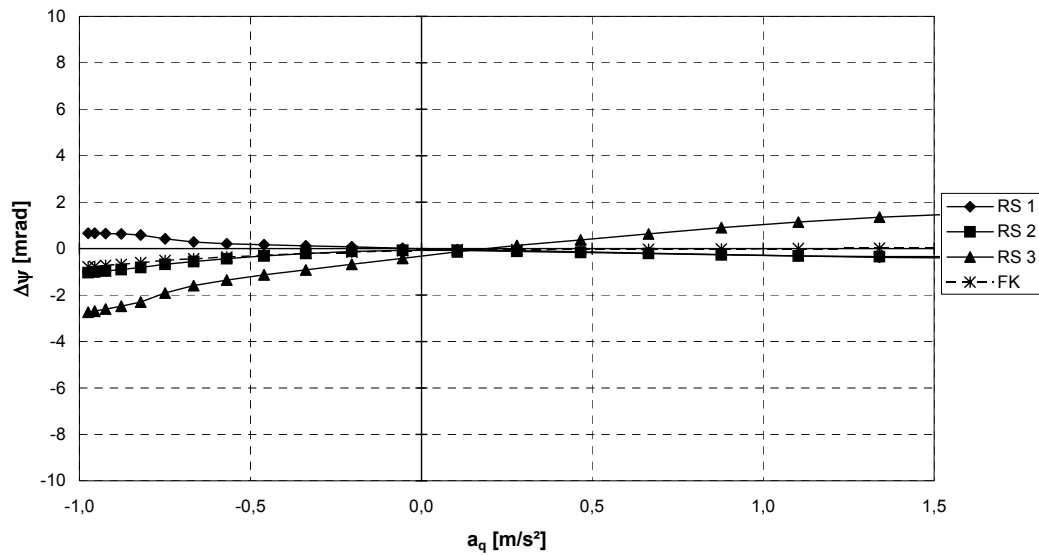
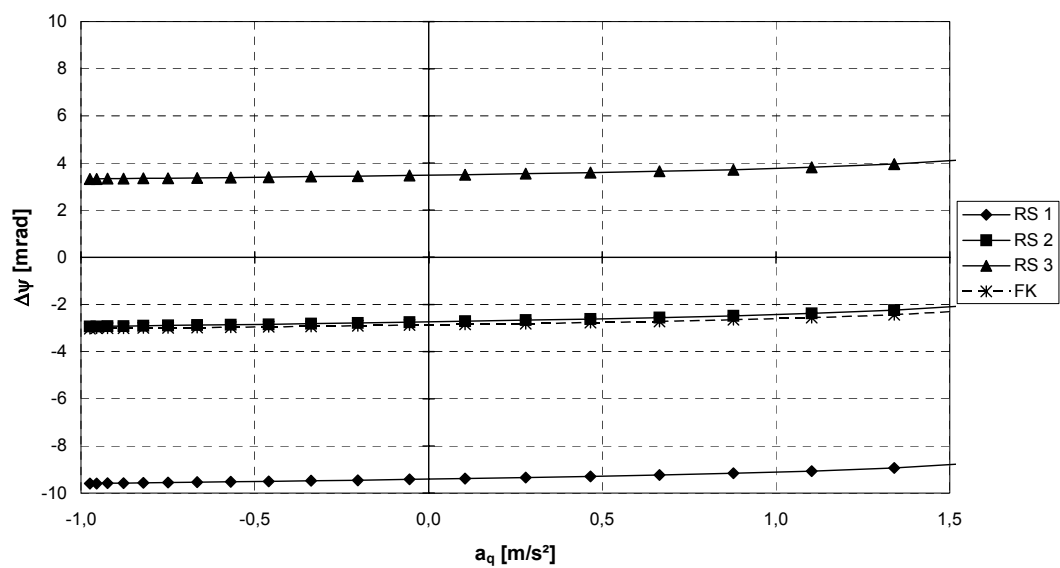
Als Reaktion auf die größeren Gleisverschiebekräfte nehmen die Vertikalkräfte am Radsatz 3 der Varianten 1b und 2b im 500m-Bogen ebenfalls zu. Die größten Vertikalkräfte der Variante 3b treten am Radsatz 2 auf. Da sich seine Gleisverschiebekraft mit dem Bogenradius nicht ändert, bleiben auch die Vertikalkräfte gleich.

#### Verschleißkennwert

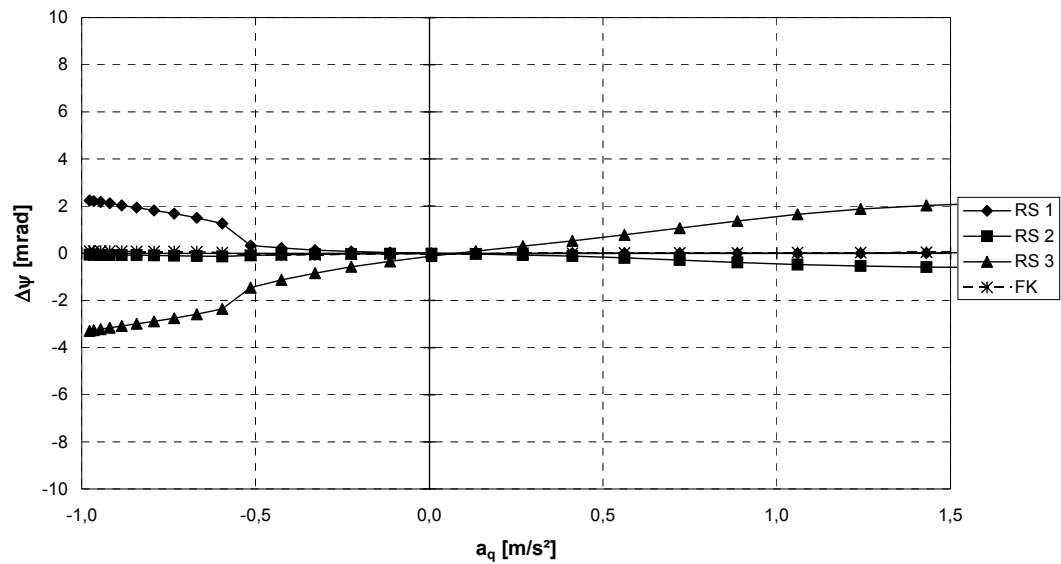
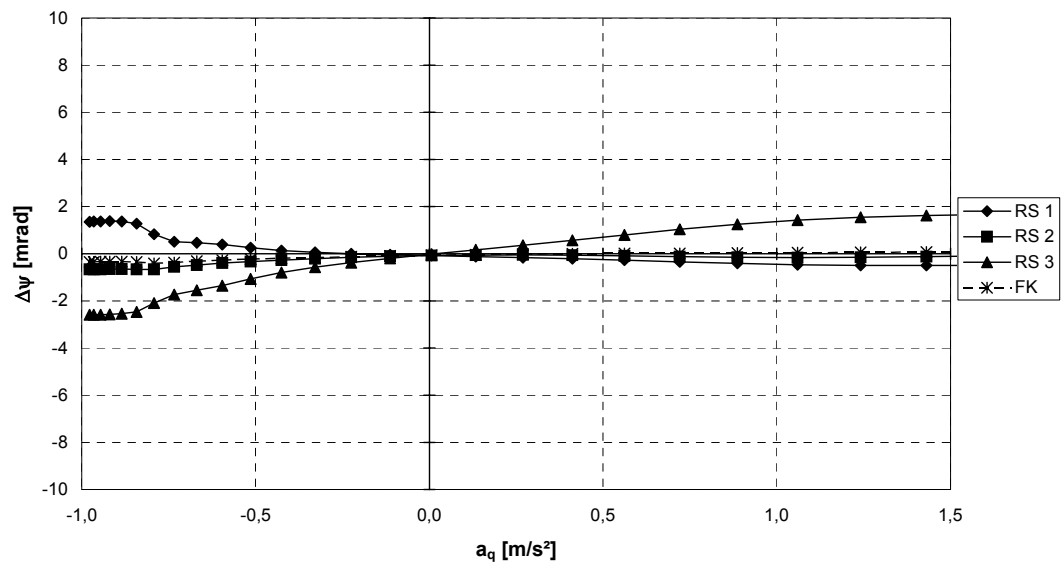
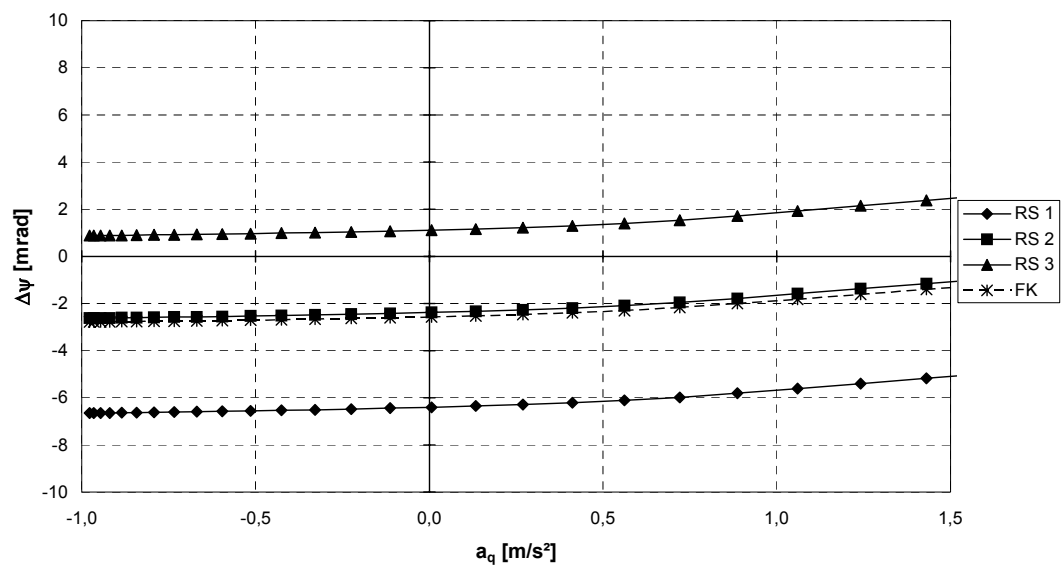
Entsprechend den höheren Reibkräften und Schlüpfen an Rad 3 links der Varianten 1b und 2b in den größeren Bögen nimmt auch der Verschleißkennwert zu. Er ist nicht nur im 500m-Bogen höher, sondern steigt im 800m-Bogen weiter an. Der Verschleißkennwert des Rades 1 links der Variante 3b nimmt mit dem Bogenradius ab, ist aber im 800m-Bogen bei  $a_q \approx 1,5 \text{ m/s}^2$  immer noch größer als diejenigen der Varianten 1b und 2b.

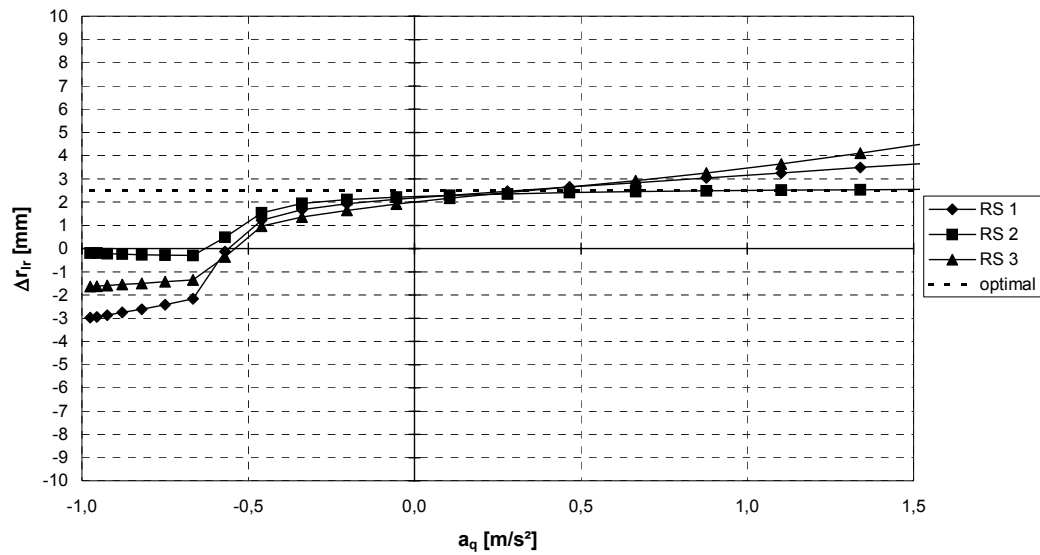
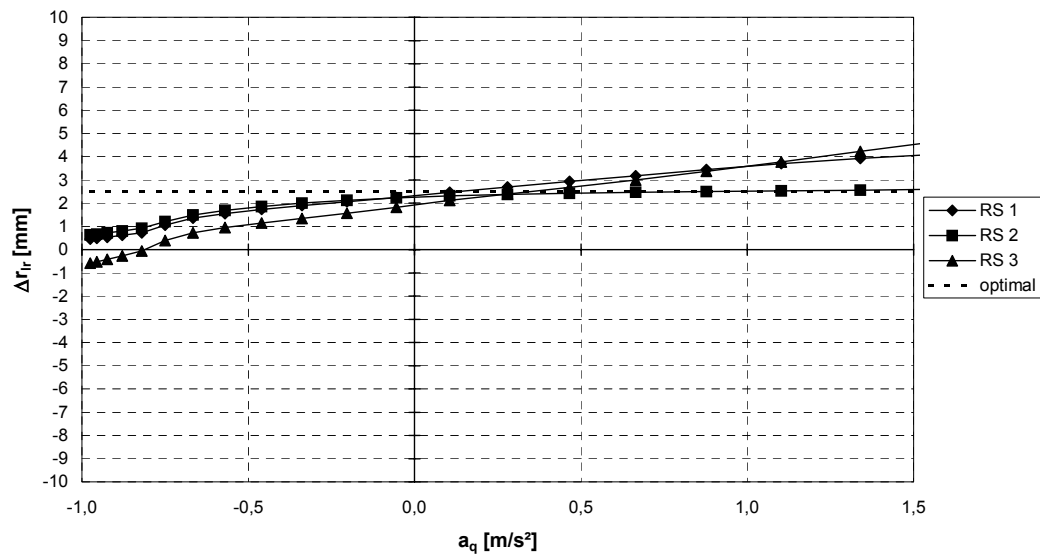
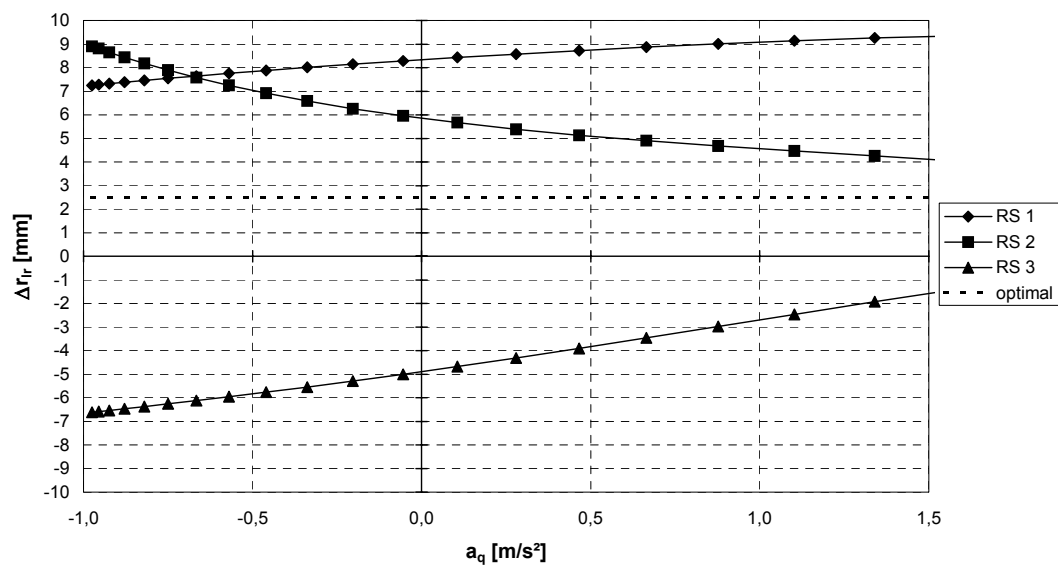
Bild 6.2.1: Relativ-Querverschiebung  $\Delta y$ , Variante 1b, R = 300Bild 6.2.2: Relativ-Querverschiebung  $\Delta y$ , Variante 2b, R = 300Bild 6.2.3: Relativ-Querverschiebung  $\Delta y$ , Variante 3b, R = 300

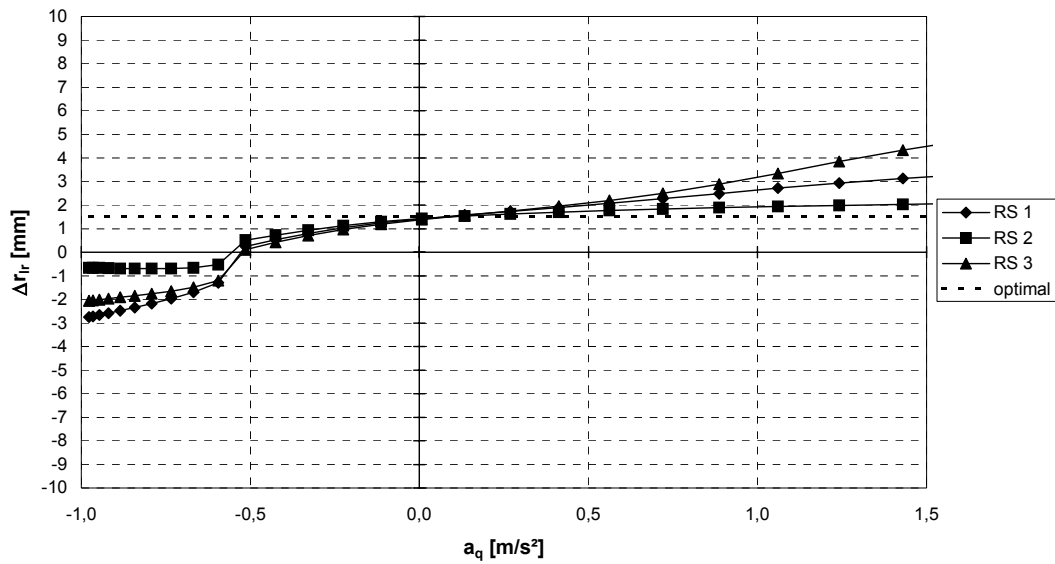
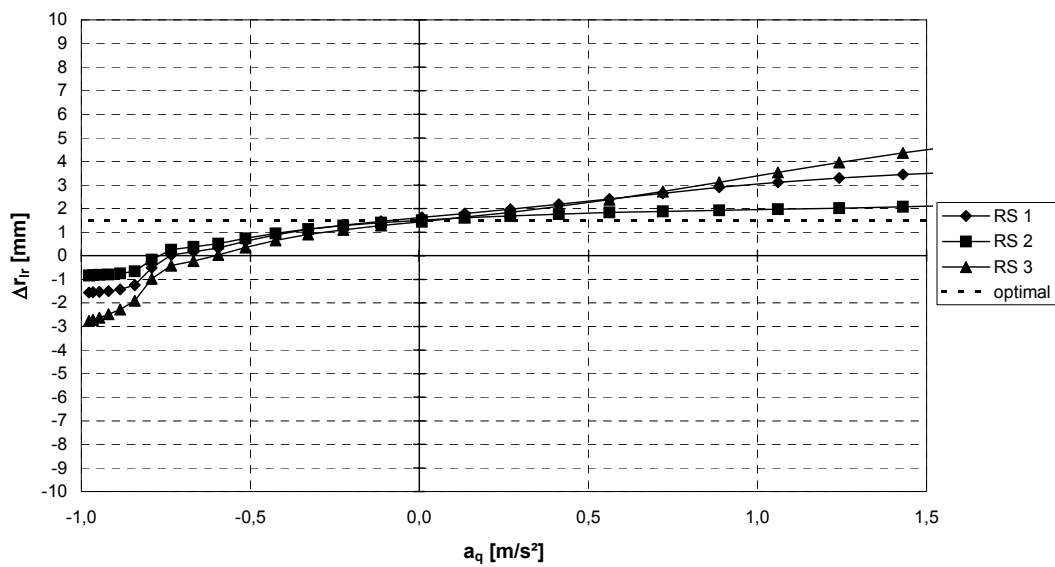
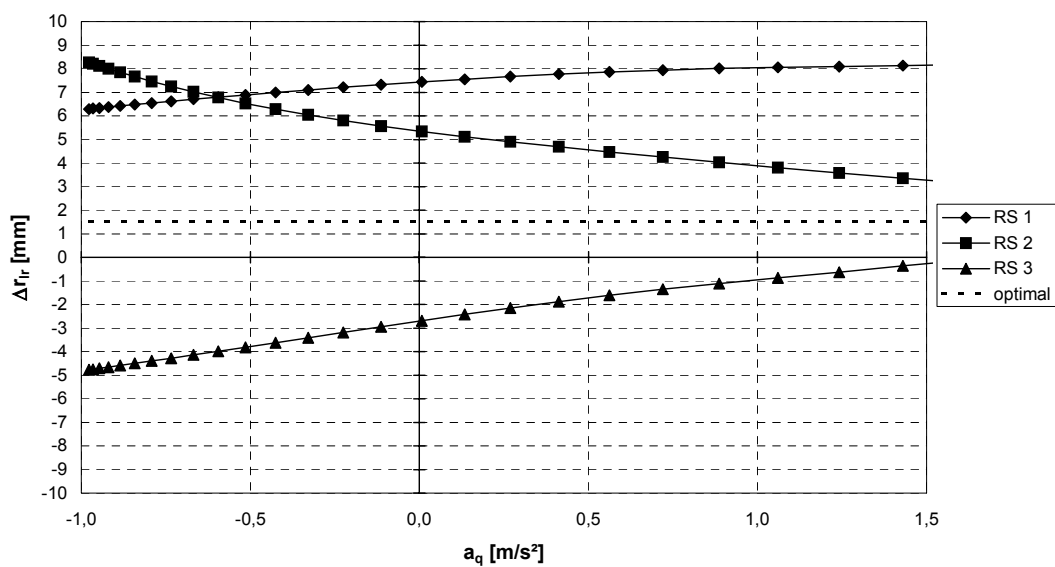
Bild 6.2.4: Relativ-Querverschiebung  $\Delta y$ , Variante 1b, R = 500Bild 6.2.5: Relativ-Querverschiebung  $\Delta y$ , Variante 2b, R = 500Bild 6.2.6: Relativ-Querverschiebung  $\Delta y$ , Variante 3b, R = 500

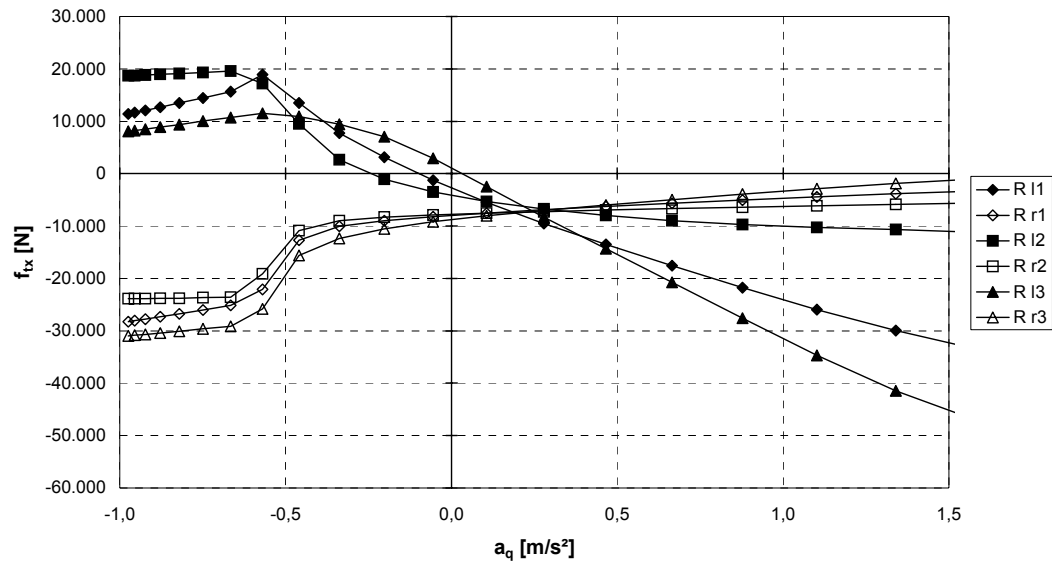
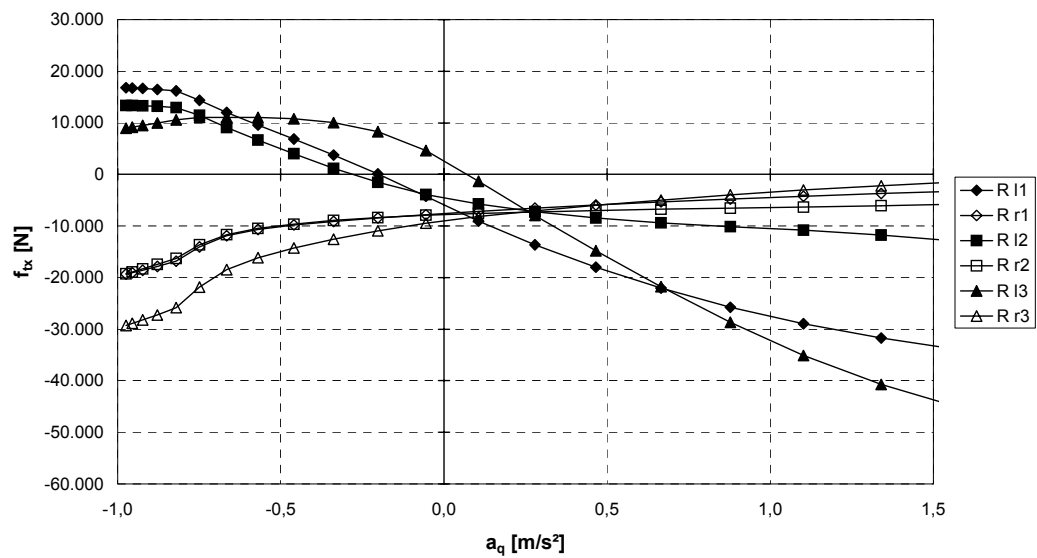
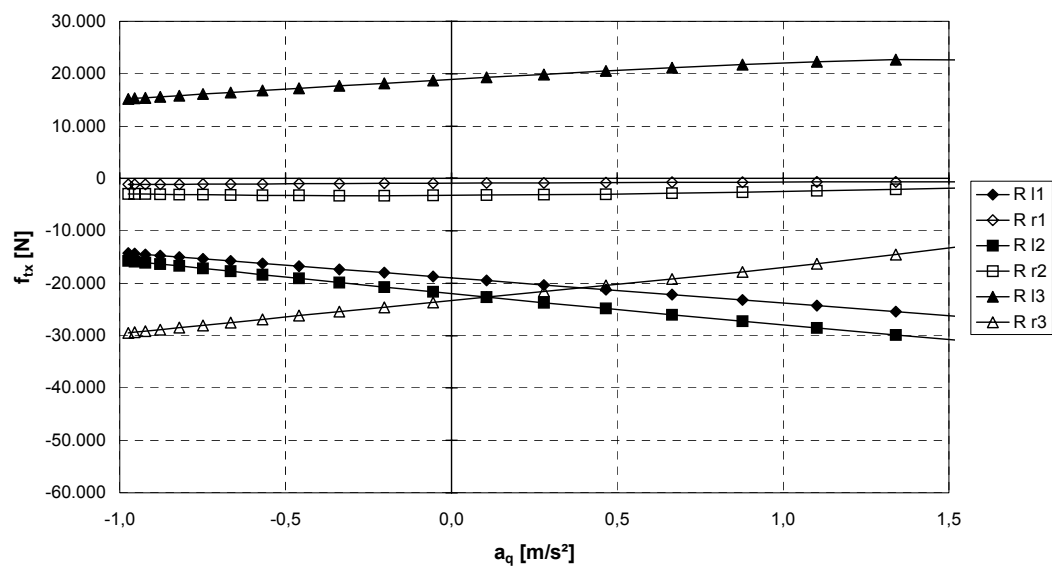
Bild 6.2.7: Relativ-Wendewinkel  $\Delta\psi$ , Variante 1b,  $R = 300$ Bild 6.2.8: Relativ-Wendewinkel  $\Delta\psi$ , Variante 2b,  $R = 300$ Bild 6.2.9: Relativ-Wendewinkel  $\Delta\psi$ , Variante 3b,  $R = 300$

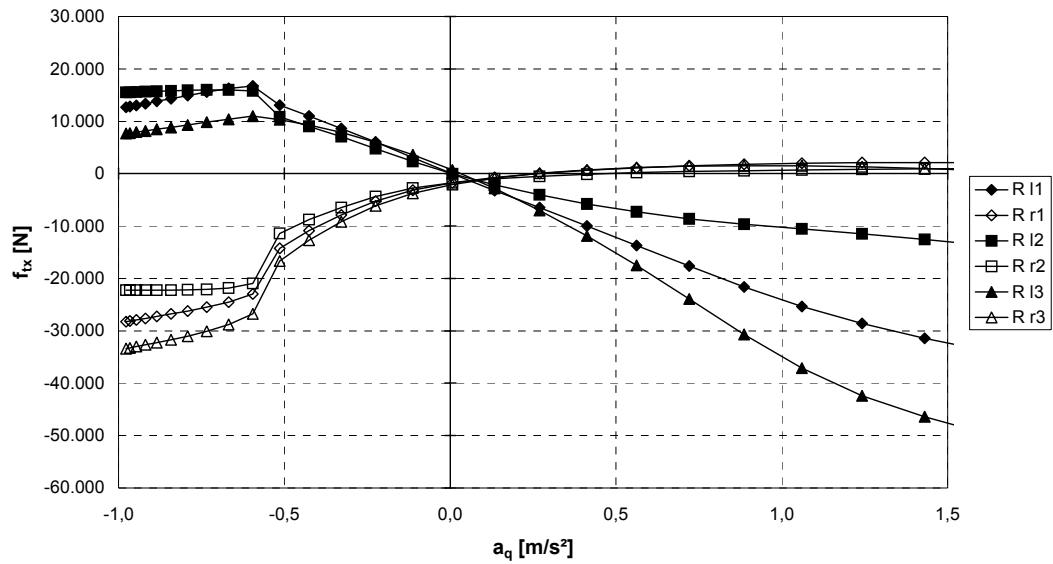
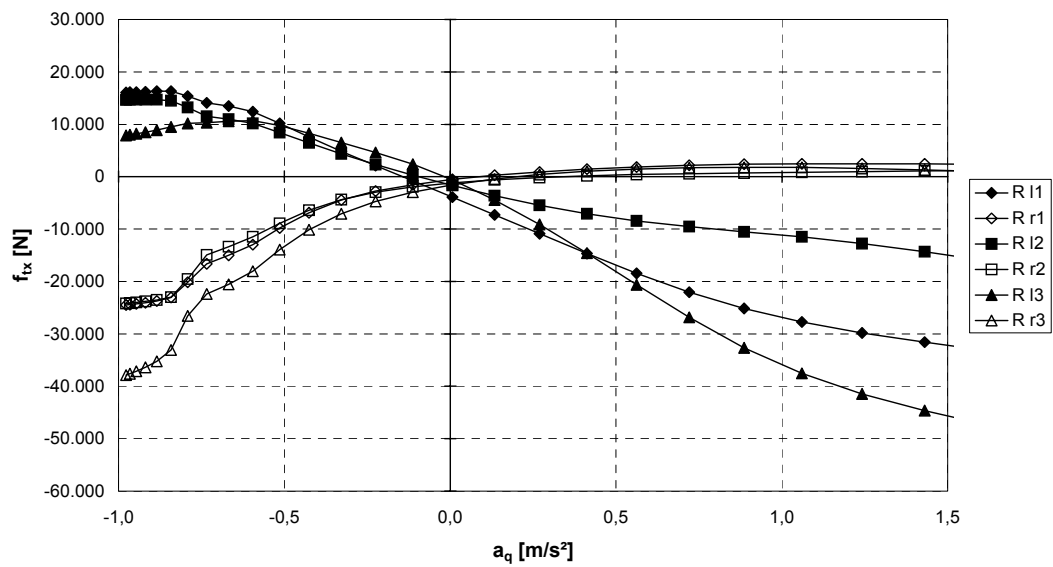
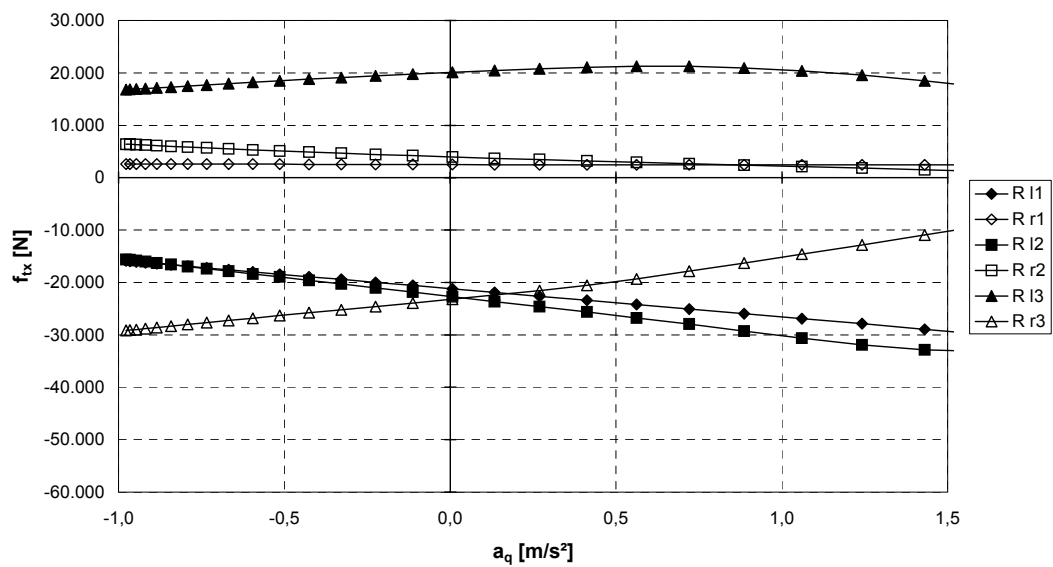


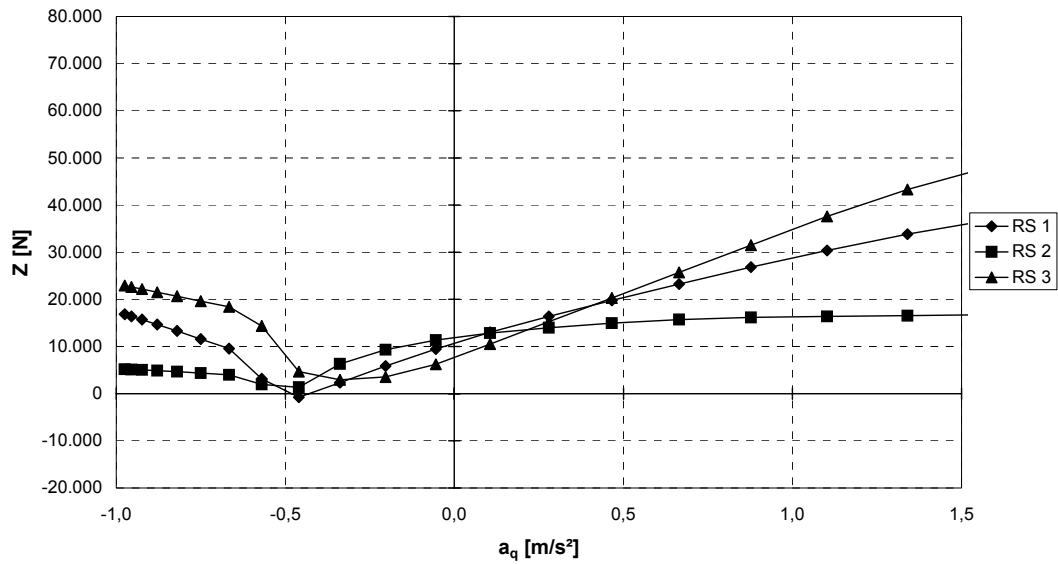
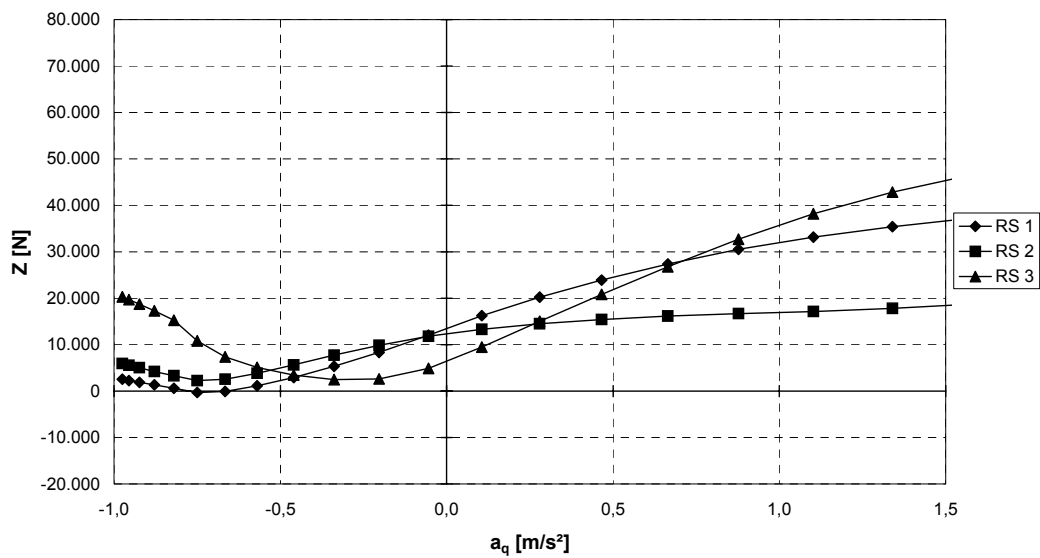
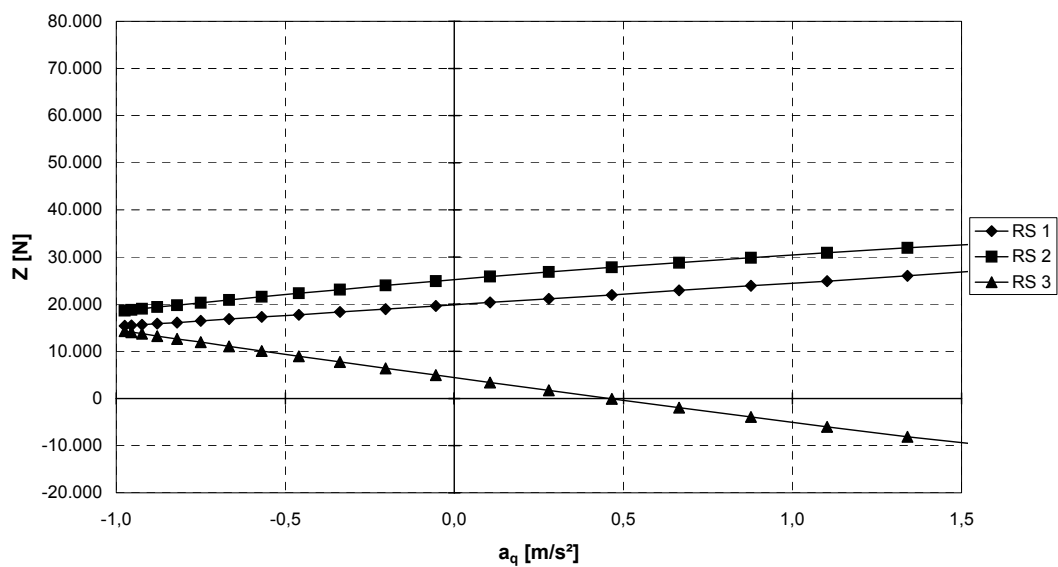
Bild 6.2.10: Relativ-Wendewinkel  $\Delta\psi$ , Variante 1b, R = 500Bild 6.2.11: Relativ-Wendewinkel  $\Delta\psi$ , Variante 2b, R = 500Bild 6.2.12: Relativ-Wendewinkel  $\Delta\psi$ , Variante 3b, R = 500

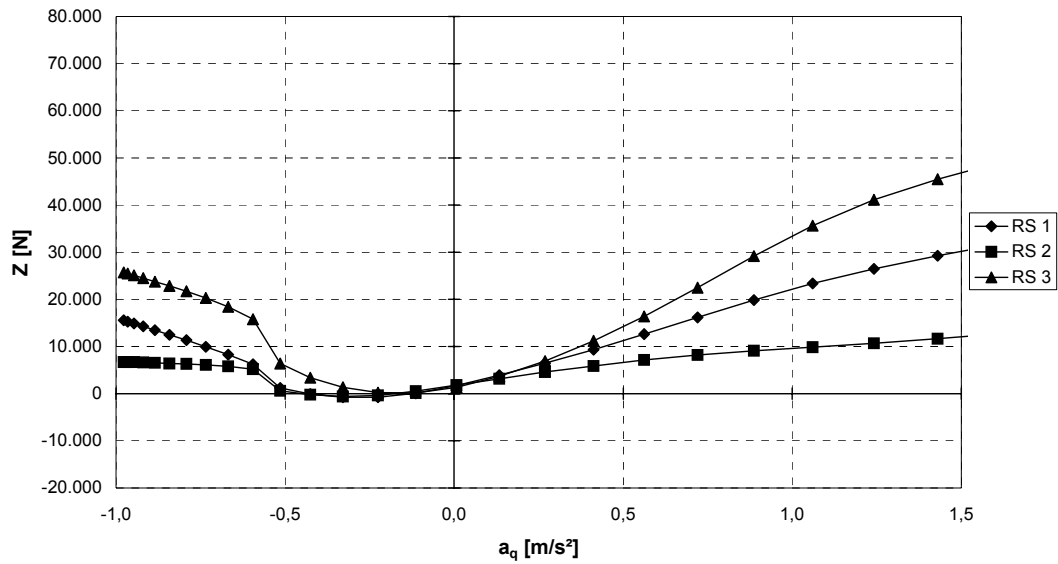
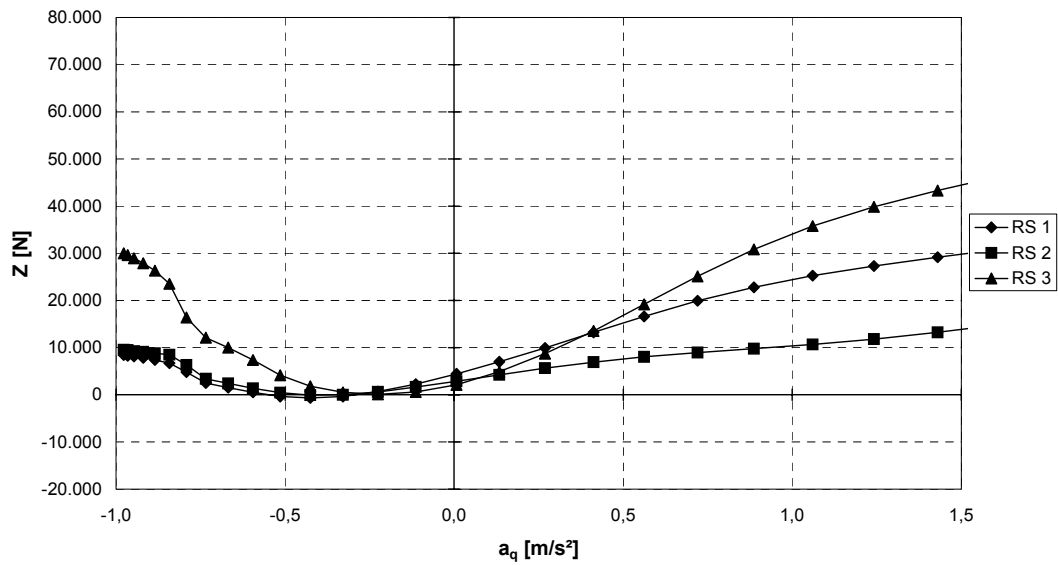
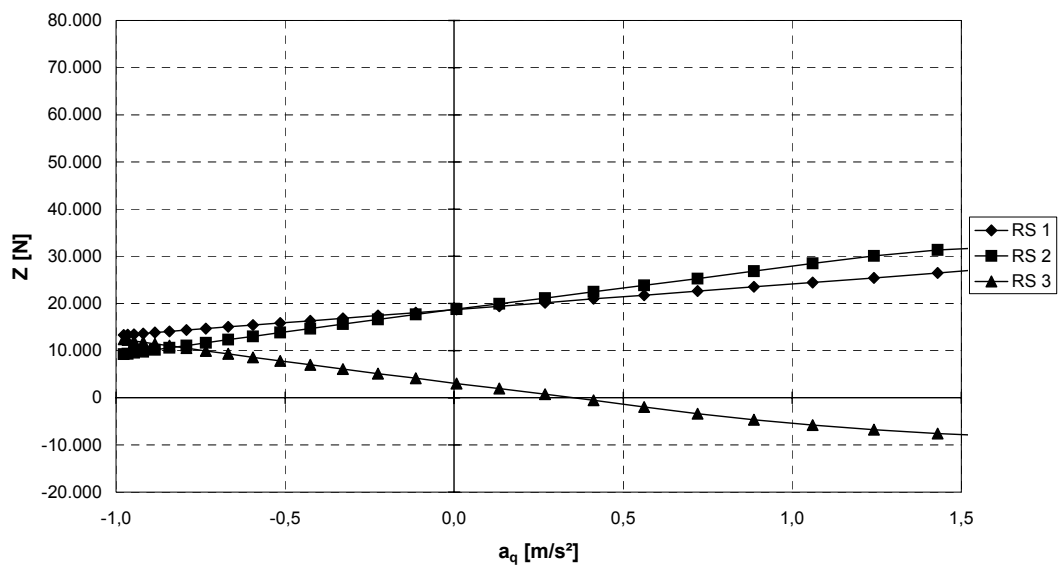
Bild 6.2.13: Rollradiendifferenz  $\Delta r_{lr}$ , Variante 1b,  $R = 300$ Bild 6.2.14: Rollradiendifferenz  $\Delta r_{lr}$ , Variante 2b,  $R = 300$ Bild 6.2.15: Rollradiendifferenz  $\Delta r_{lr}$ , Variante 3b,  $R = 300$

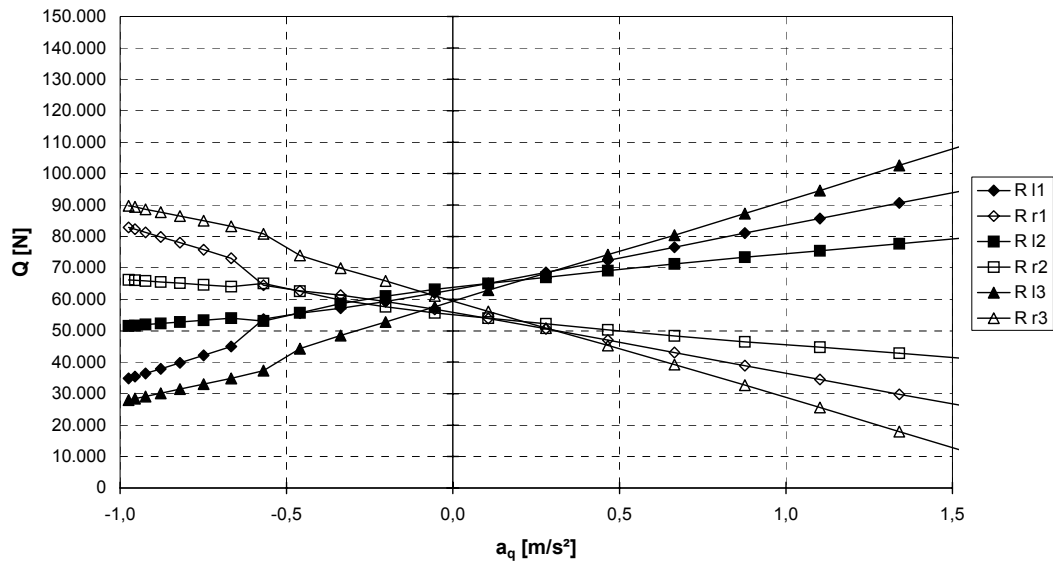
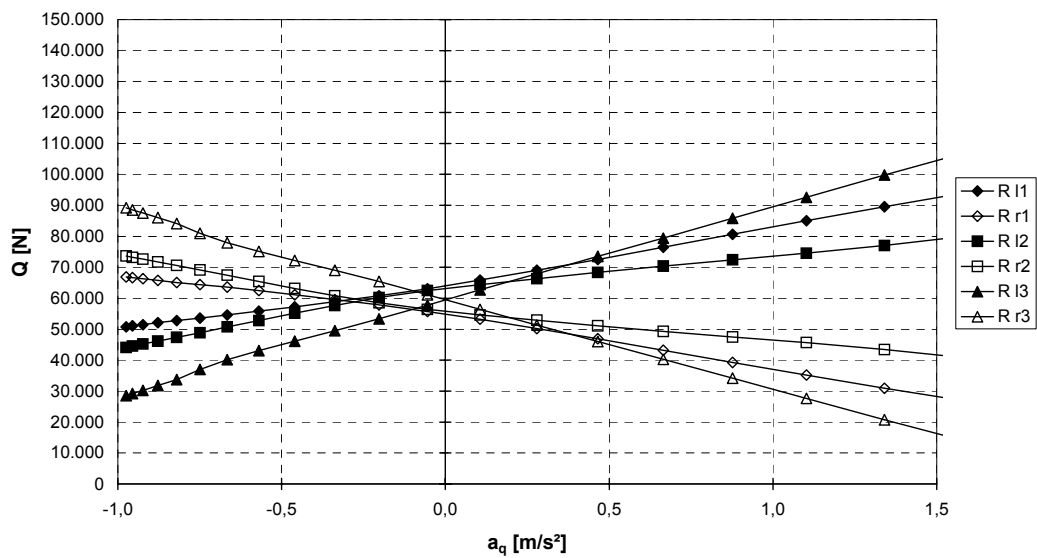
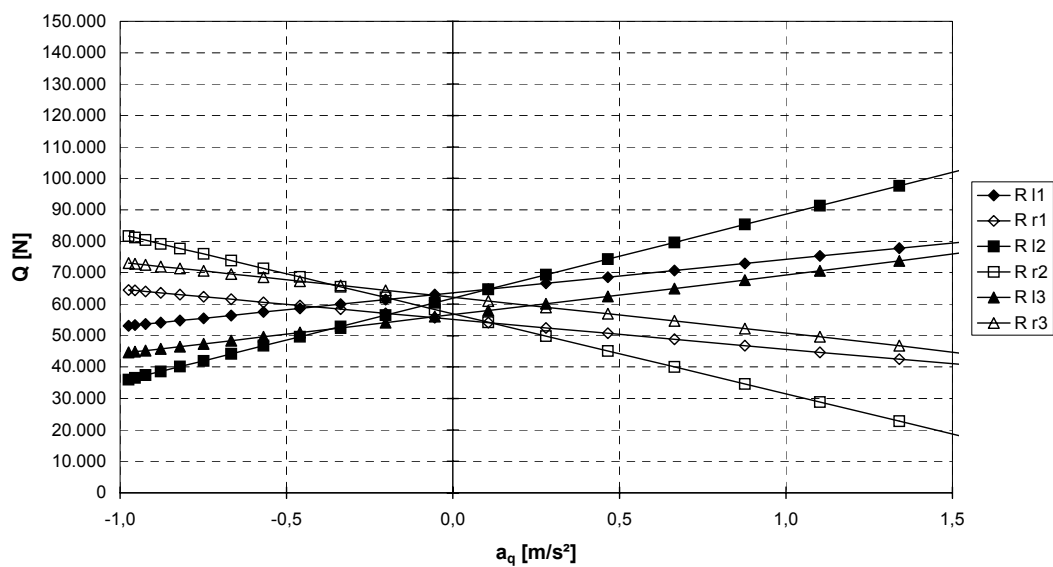
Bild 6.2.16: Rollradiendifferenz  $\Delta r_r$ , Variante 1b,  $R = 500$ Bild 6.2.17: Rollradiendifferenz  $\Delta r_r$ , Variante 2b,  $R = 500$ Bild 6.2.18: Rollradiendifferenz  $\Delta r_r$ , Variante 3b,  $R = 500$

Bild 6.2.19: Längsreibkraft  $f_{tx}$ , Variante 1b,  $R = 300$ Bild 6.2.20: Längsreibkraft  $f_{tx}$ , Variante 2b,  $R = 300$ Bild 6.2.21: Längsreibkraft  $f_{tx}$ , Variante 3b,  $R = 300$

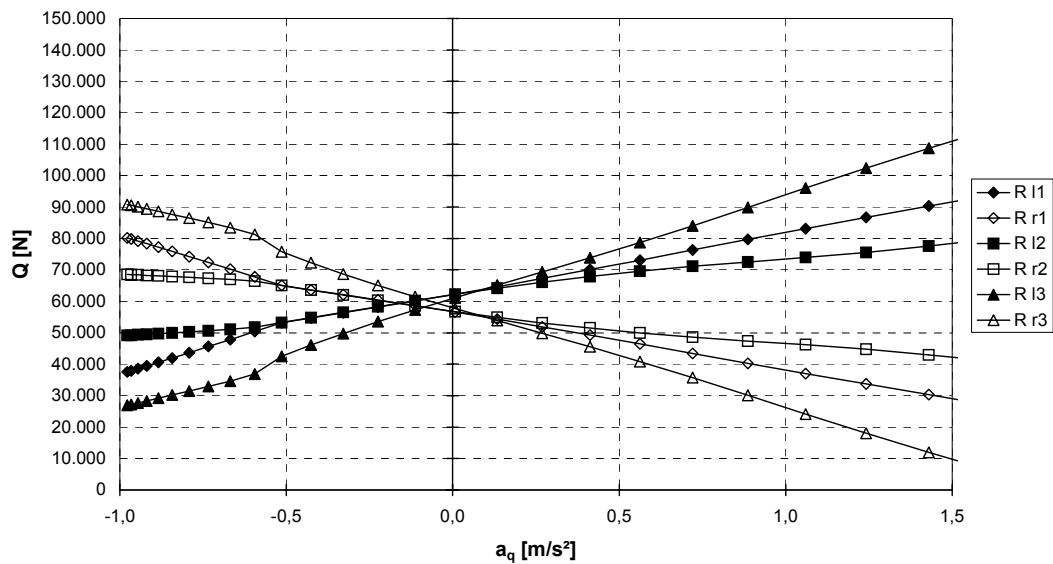
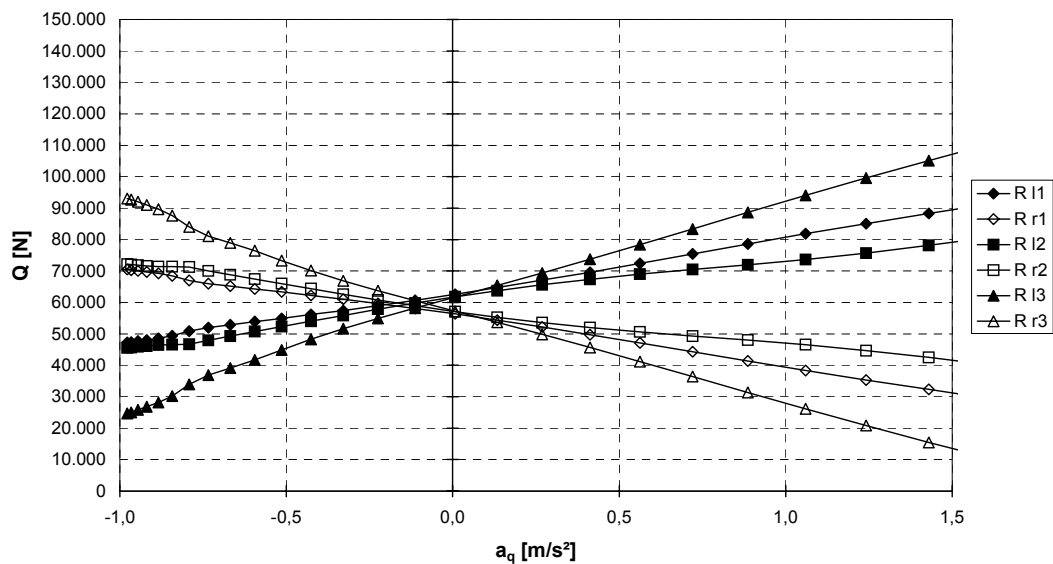
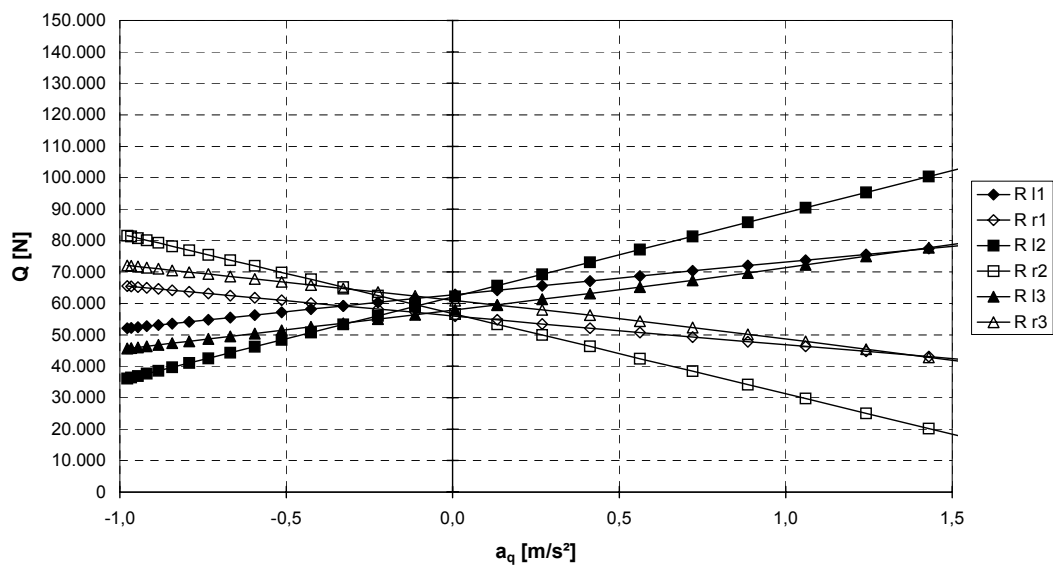
Bild 6.2.22: Längsreibkraft  $f_{tx}$ , Variante 1b, R = 500Bild 6.2.23: Längsreibkraft  $f_{tx}$ , Variante 2b, R = 500Bild 6.2.24: Längsreibkraft  $f_{tx}$ , Variante 3b, R = 500

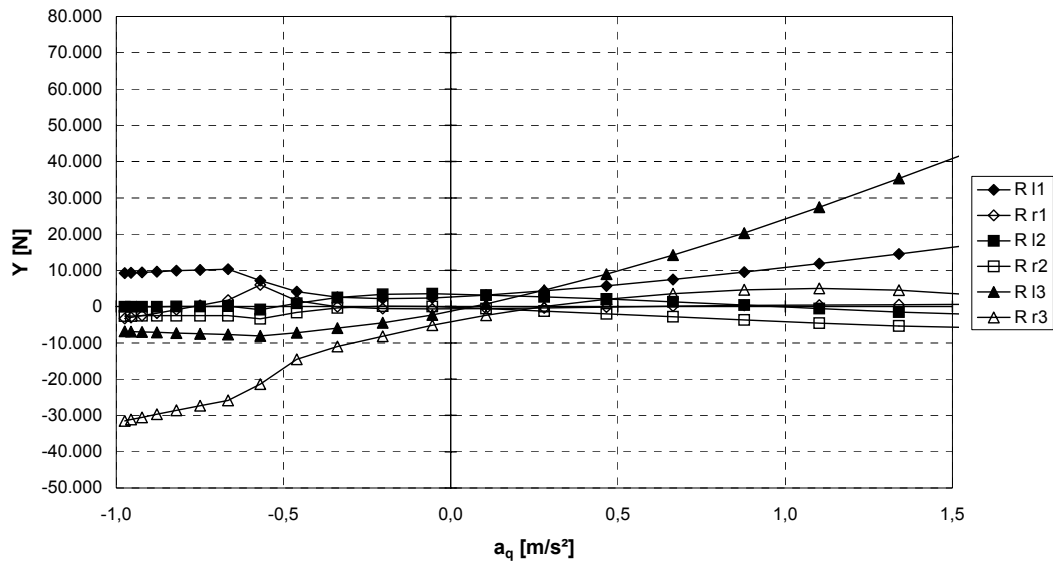
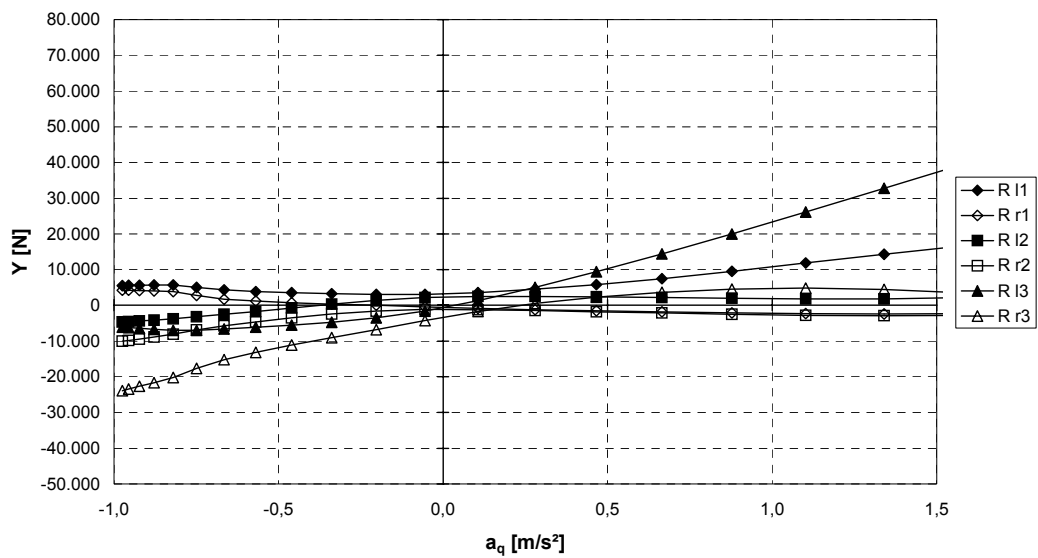
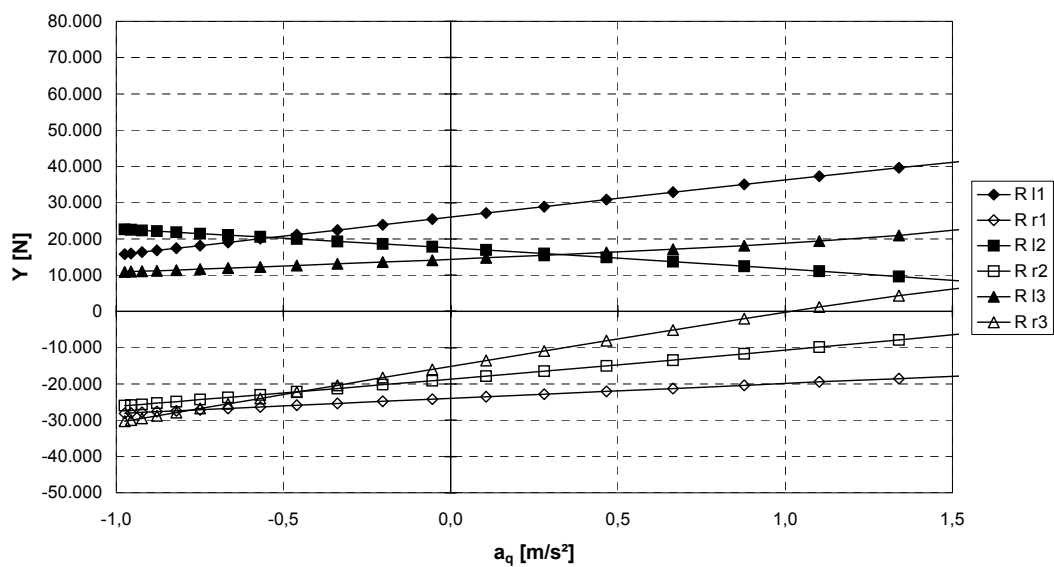
Bild 6.2.25: Zugkraft  $Z$ , Variante 1b,  $R = 300$ Bild 6.2.26: Zugkraft  $Z$ , Variante 2b,  $R = 300$ Bild 6.2.27: Zugkraft  $Z$ , Variante 3b,  $R = 300$

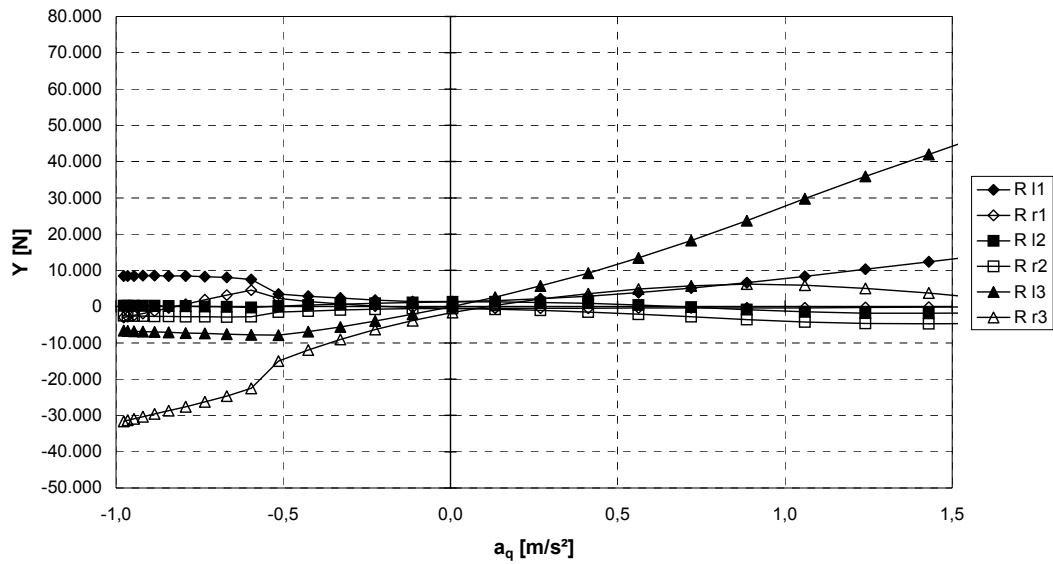
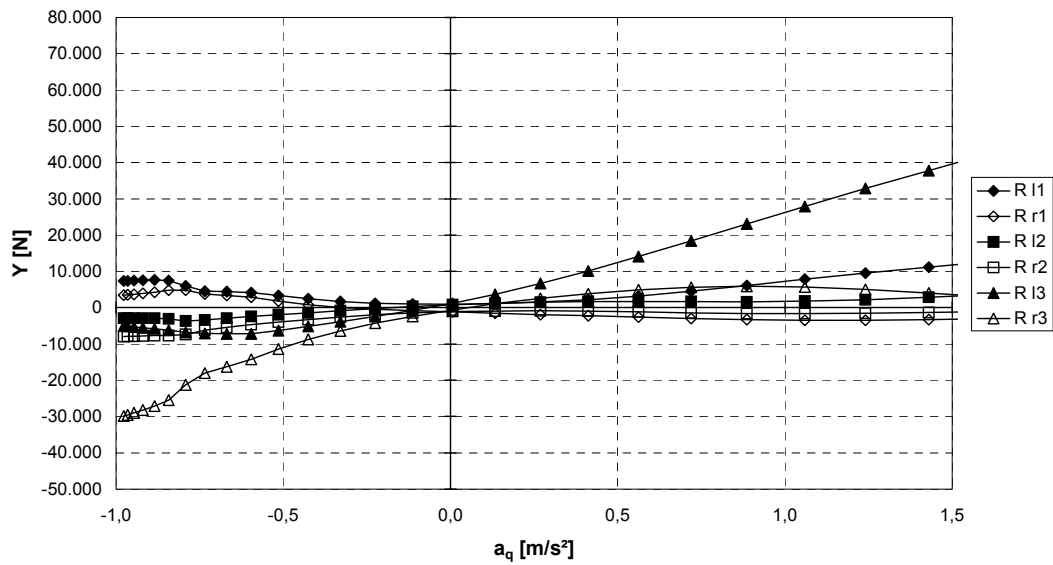
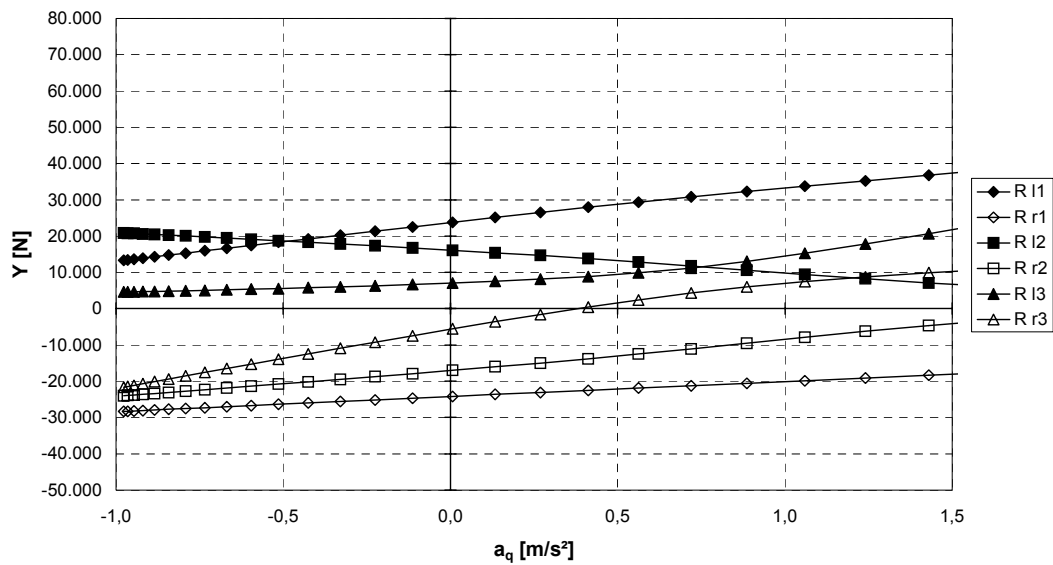
Bild 6.2.28: Zugkraft  $Z$ , Variante 1b,  $R = 500$ Bild 6.2.29: Zugkraft  $Z$ , Variante 2b,  $R = 500$ Bild 6.2.30: Zugkraft  $Z$ , Variante 3b,  $R = 500$

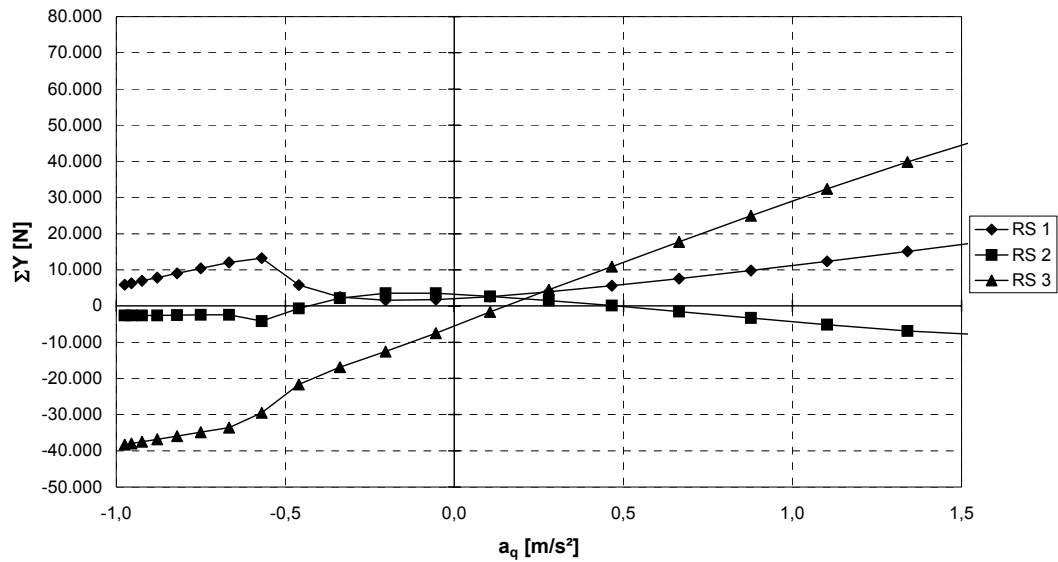
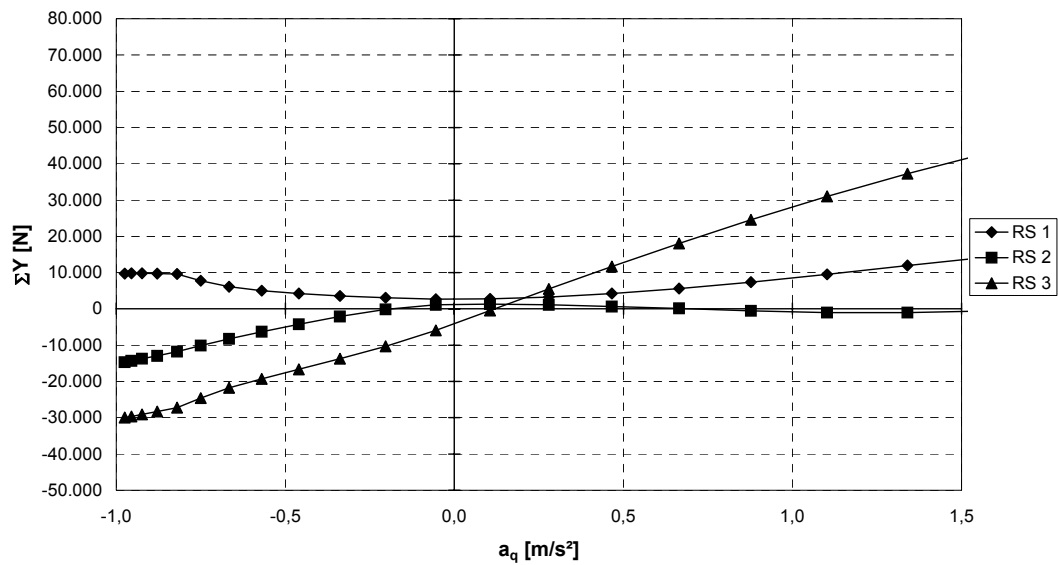
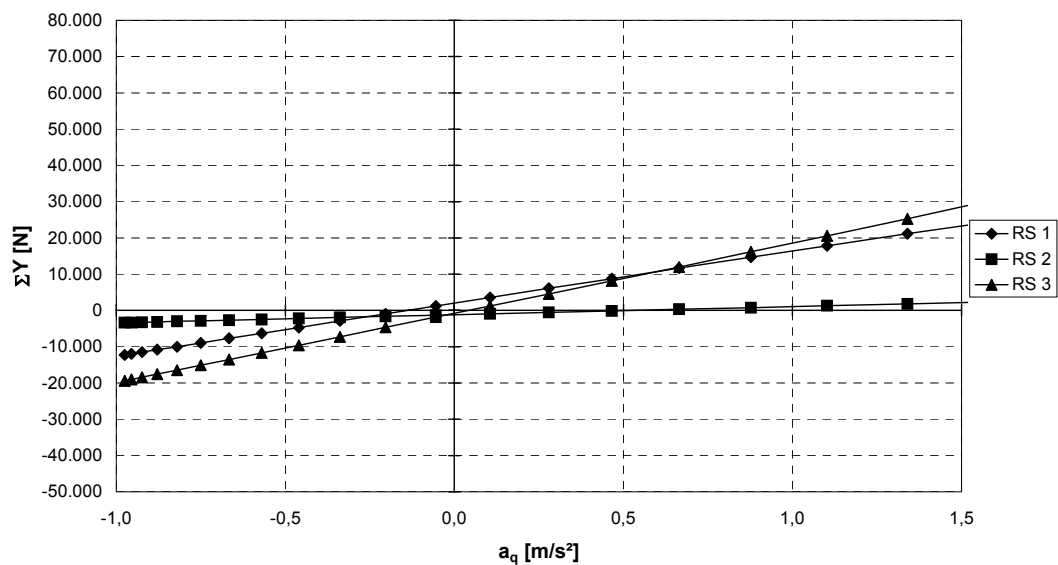
Bild 6.2.31: Vertikalkraft  $Q$ , Variante 1b,  $R = 300$ Bild 6.2.32: Vertikalkraft  $Q$ , Variante 2b,  $R = 300$ Bild 6.2.33: Vertikalkraft  $Q$ , Variante 3b,  $R = 300$

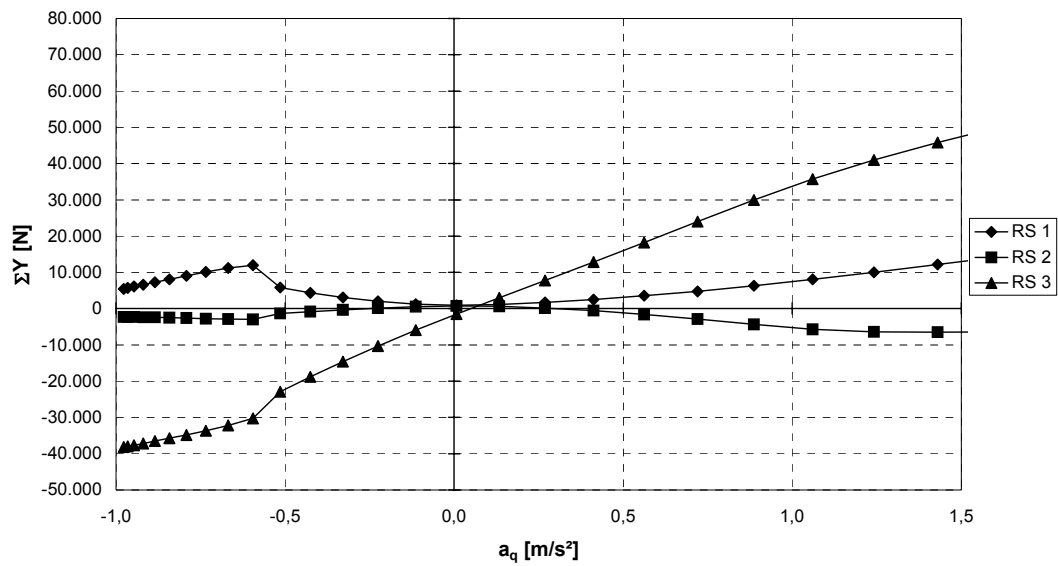
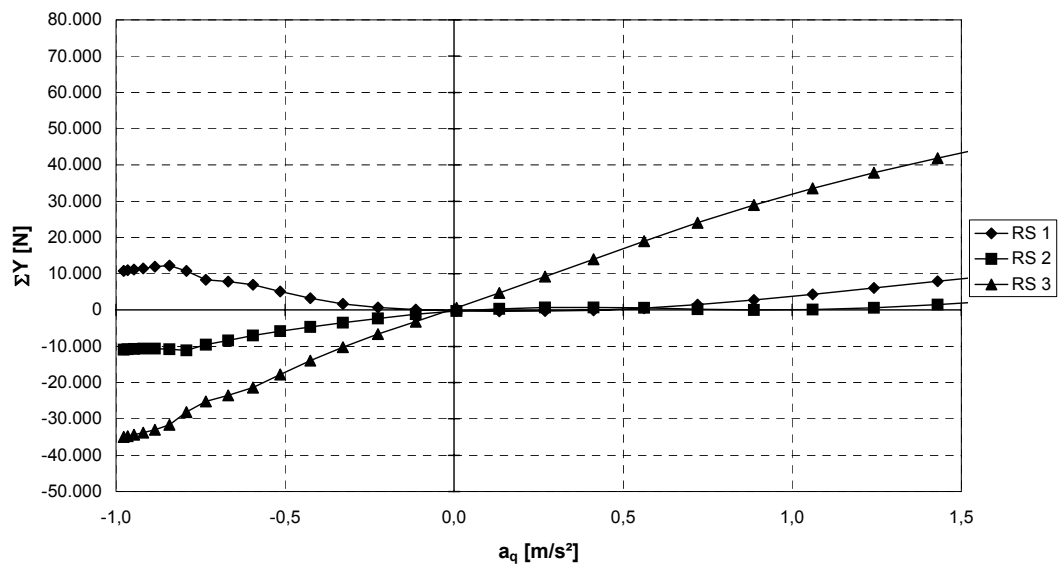
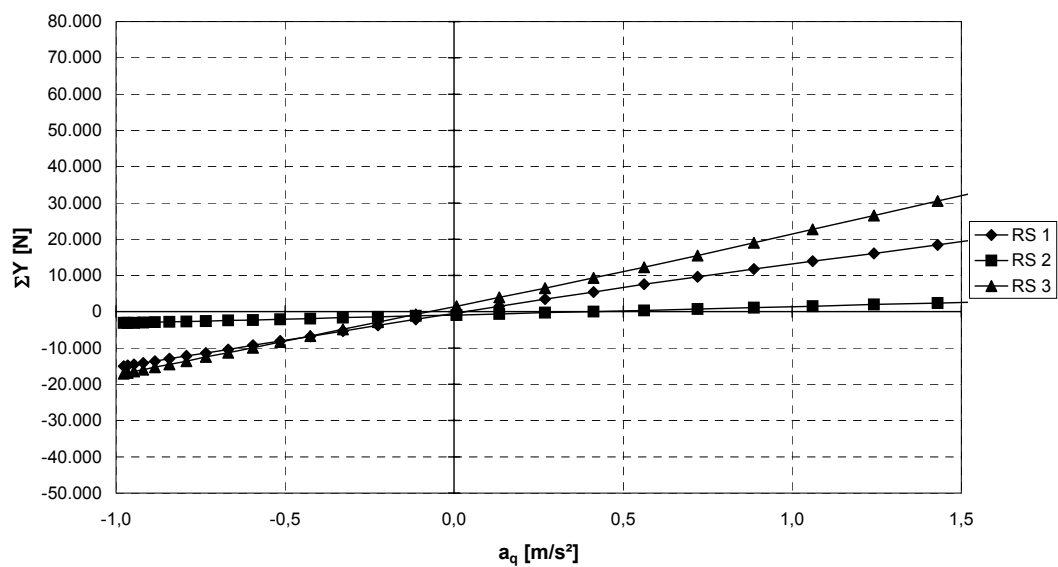


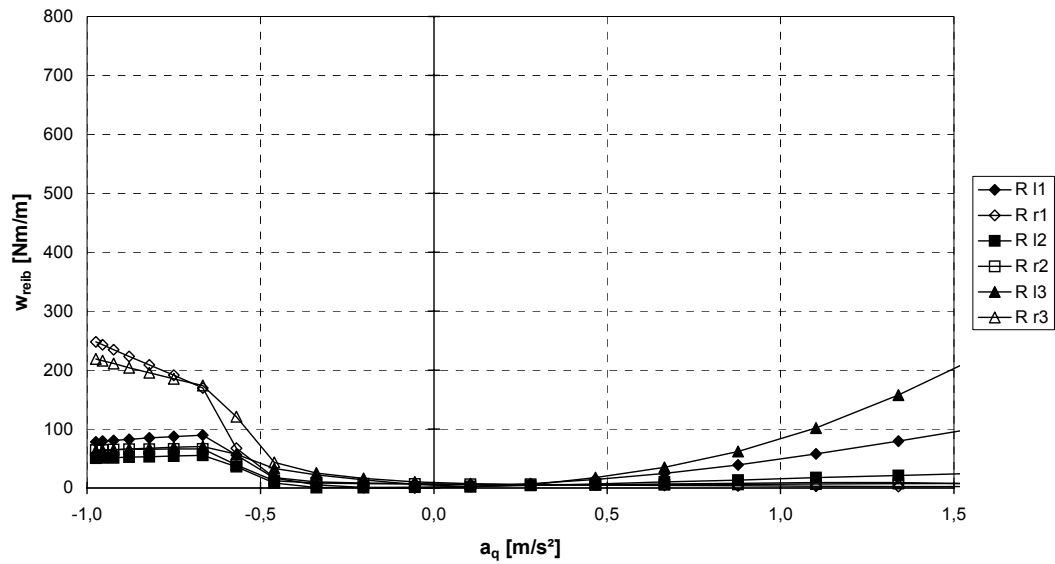
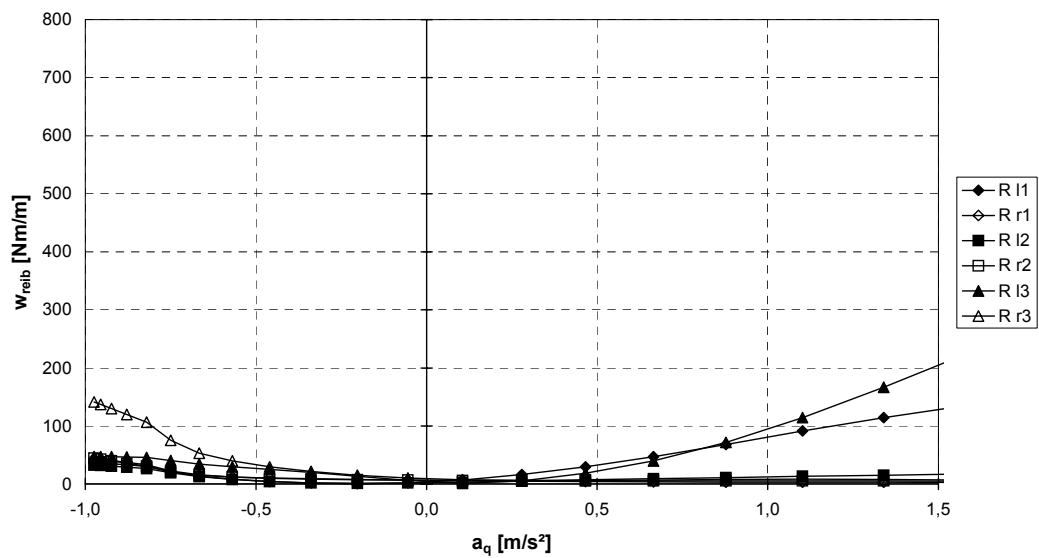
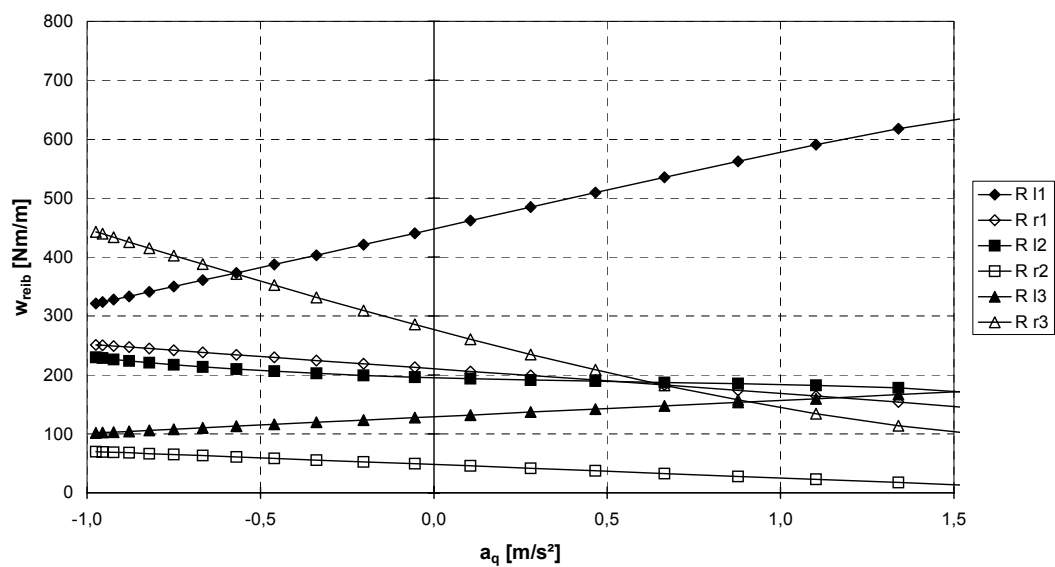
Bild 6.2.34: Vertikalkraft  $Q$ , Variante 1b,  $R = 500$ Bild 6.2.35: Vertikalkraft  $Q$ , Variante 2b,  $R = 500$ Bild 6.2.36: Vertikalkraft  $Q$ , Variante 3b,  $R = 500$

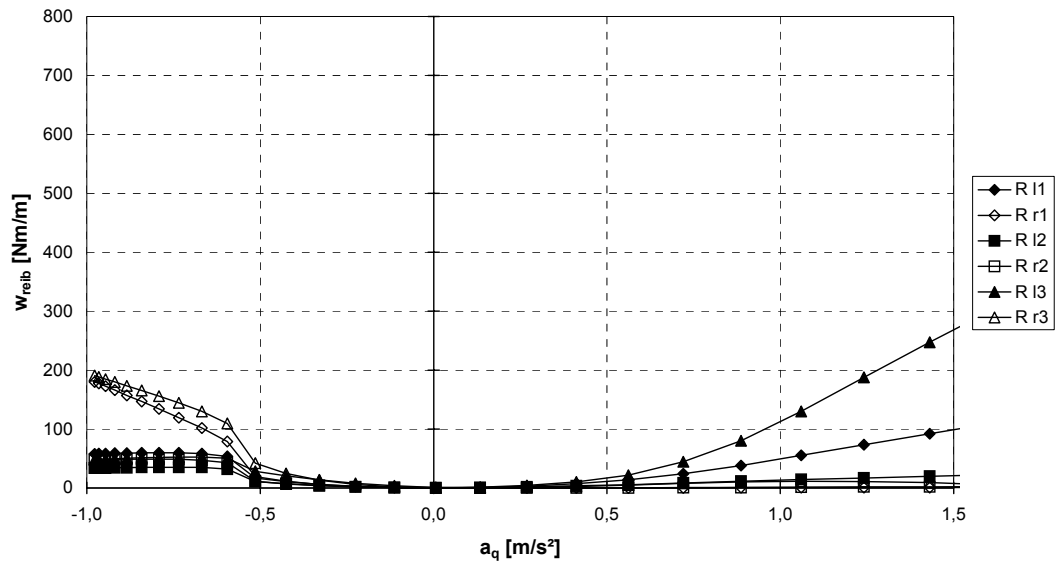
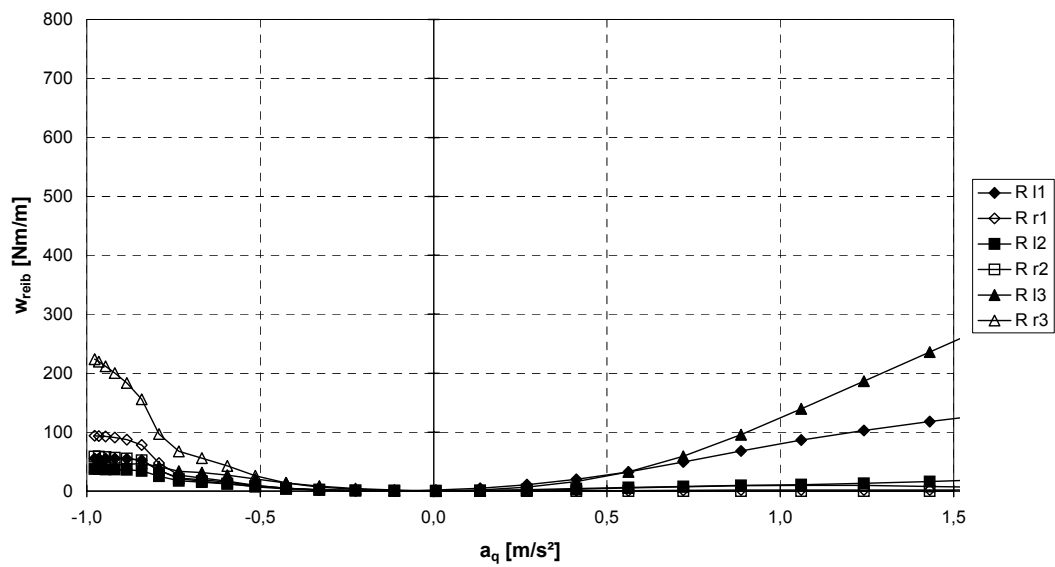
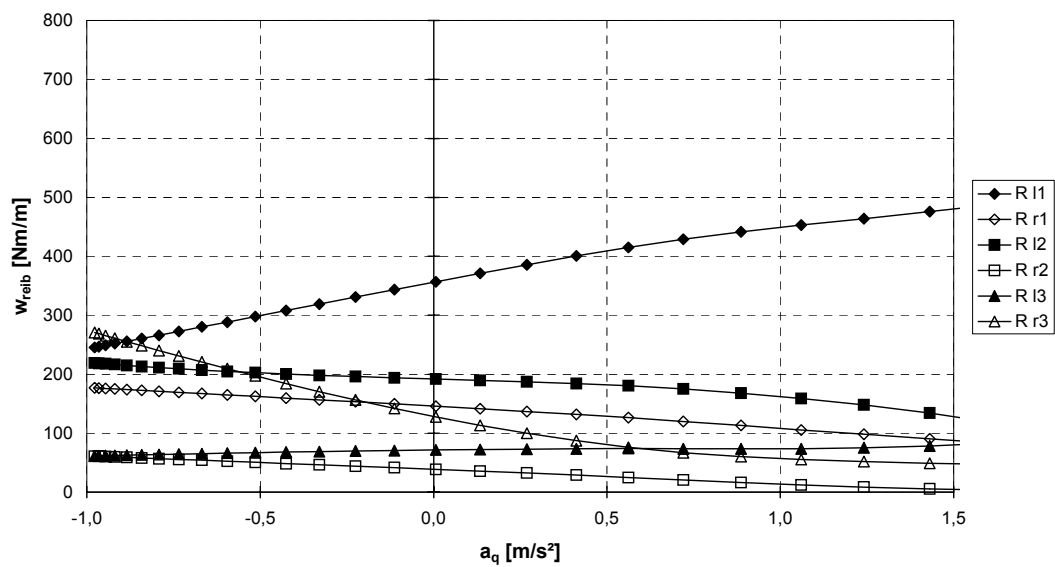
Bild 6.2.37: Führungskraft  $Y$ , Variante 1b,  $R = 300$ Bild 6.2.38: Führungskraft  $Y$ , Variante 2b,  $R = 300$ Bild 6.2.39: Führungskraft  $Y$ , Variante 3b,  $R = 300$

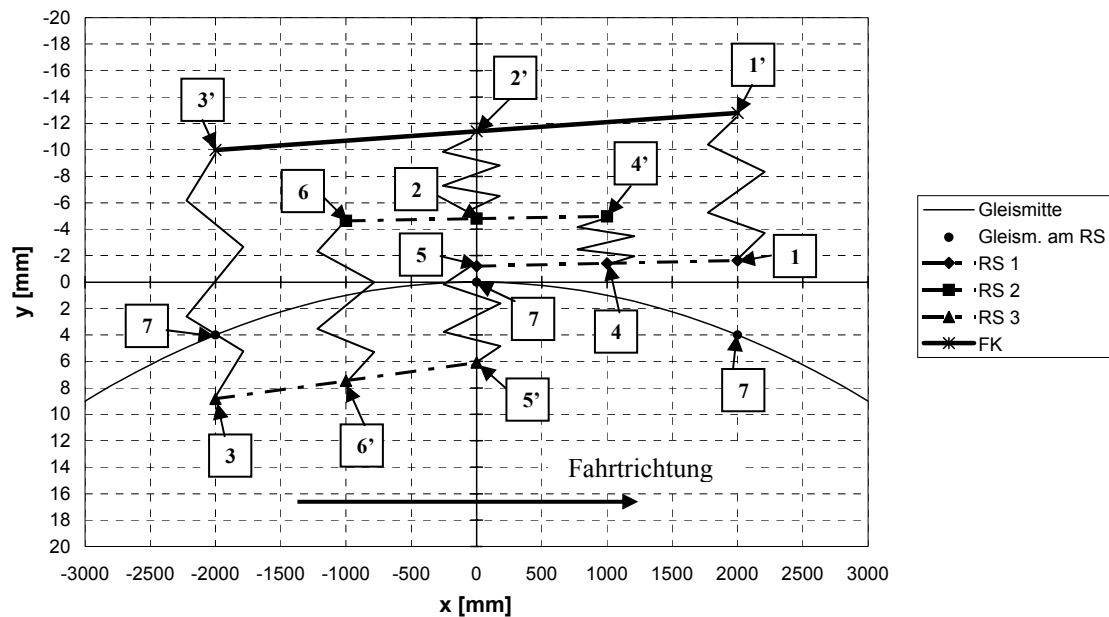
Bild 6.2.40: Führungskraft  $Y$ , Variante 1b,  $R = 500$ Bild 6.2.41: Führungskraft  $Y$ , Variante 2b,  $R = 500$ Bild 6.2.42: Führungskraft  $Y$ , Variante 3b,  $R = 500$

Bild 6.2.43: Gleisverschiebekraft  $\Sigma Y$ , Variante 1b, R = 300Bild 6.2.44: Gleisverschiebekraft  $\Sigma Y$ , Variante 2b, R = 300Bild 6.2.45: Gleisverschiebekraft  $\Sigma Y$ , Variante 3b, R = 300

Bild 6.2.46: Gleisverschiebekraft  $\Sigma Y$ , Variante 1b, R = 500Bild 6.2.47: Gleisverschiebekraft  $\Sigma Y$ , Variante 2b, R = 500Bild 6.2.48: Gleisverschiebekraft  $\Sigma Y$ , Variante 3b, R = 500

Bild 6.2.49: Verschleißkennwert  $w_{\text{reib}}$ , Variante 1b, R = 300Bild 6.2.50: Verschleißkennwert  $w_{\text{reib}}$ , Variante 2b, R = 300Bild 6.2.51: Verschleißkennwert  $w_{\text{reib}}$ , Variante 3b, R = 300

Bild 6.2.52: Verschleißkennwert  $w_{\text{reib}}$ , Variante 1b,  $R = 500$ Bild 6.2.53: Verschleißkennwert  $w_{\text{reib}}$ , Variante 2b,  $R = 500$ Bild 6.2.54: Verschleißkennwert  $w_{\text{reib}}$ , Variante 3b,  $R = 500$



- 1      Mitte Radsatz 1
- 1, 1'   Angriffspunkte der Koppellemente zwischen Radsatz 1 und dem Fahrzeugkasten, siehe Bild 4.1.5
- 2      Mitte Radsatz 2
- 2, 2'   Angriffspunkte der Koppellemente zwischen Radsatz 2 und dem Fahrzeugkasten, siehe Bild 4.1.5
- 3      Mitte Radsatz 3
- 3, 3'   Angriffspunkte der Koppellemente zwischen Radsatz 3 und dem Fahrzeugkasten, siehe Bild 4.1.5
- 4, 4'   Angriffspunkte der Koppellemente zwischen Radsatz 1 und Radsatz 2, siehe Bild 4.1.2
- 5, 5'   Angriffspunkte der Koppellemente zwischen Radsatz 1 und Radsatz 3, siehe Bild 4.1.3
- 6, 6'   Angriffspunkte der Koppellemente zwischen Radsatz 2 und Radsatz 3, siehe Bild 4.1.2
- 7      Gleismitte am Ort des jeweiligen Radsatzes

Bild 6.2.55: Stellung im Bogen, Beispiel



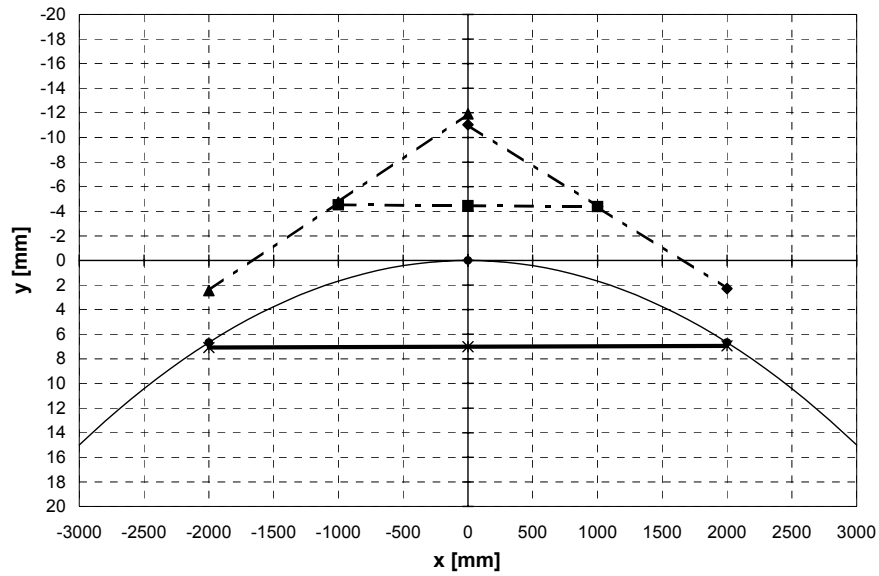


Bild 6.2.56: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 300 \text{ m}$ ,  $v = 60 \text{ km/h}$ ,  $a_q = -0,06 \text{ m/s}^2$

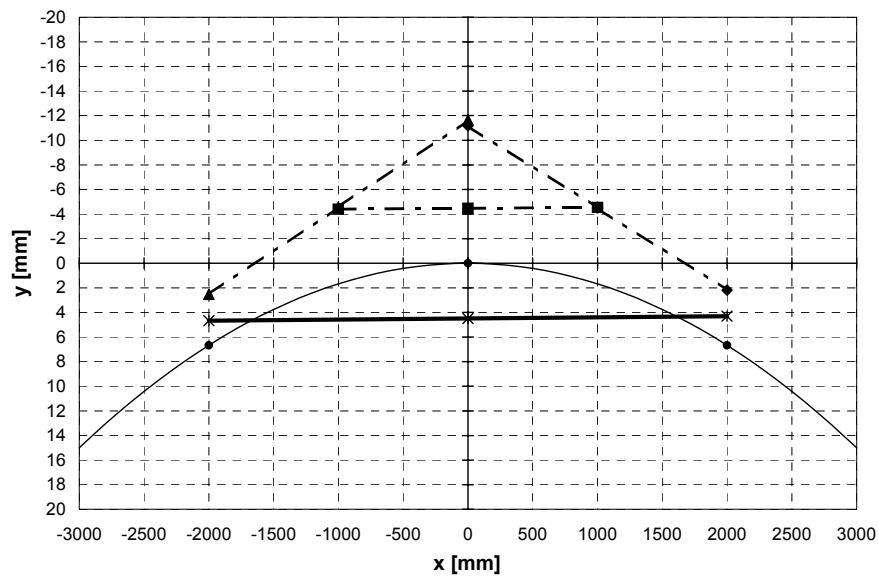


Bild 6.2.57: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 300 \text{ m}$ ,  $v = 60 \text{ km/h}$ ,  $a_q = -0,06 \text{ m/s}^2$

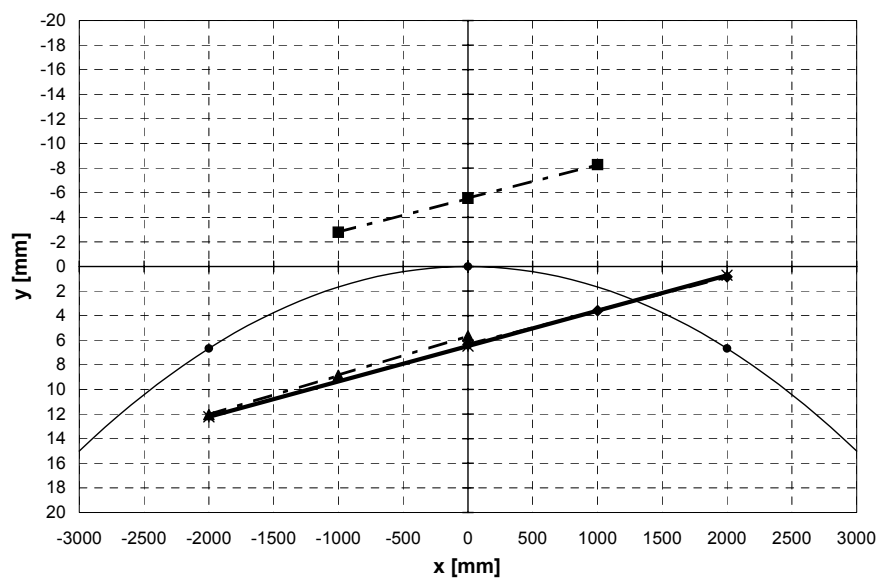


Bild 6.2.58: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 300 \text{ m}$ ,  $v = 60 \text{ km/h}$ ,  $a_q = -0,06 \text{ m/s}^2$

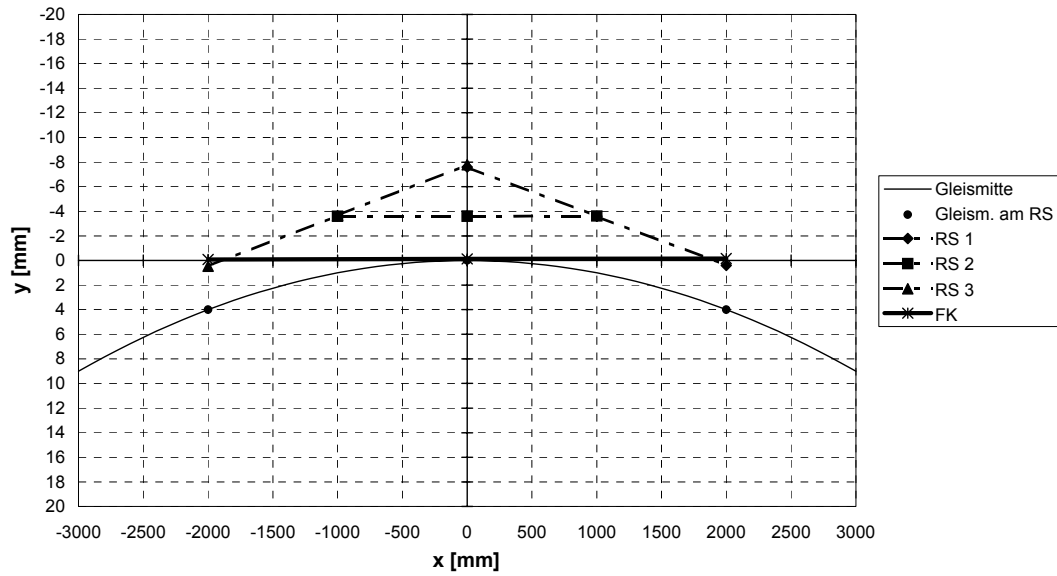


Bild 6.2.59: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 500 \text{ m}$ ,  $v = 80 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 0,01 \text{ m/s}^2$

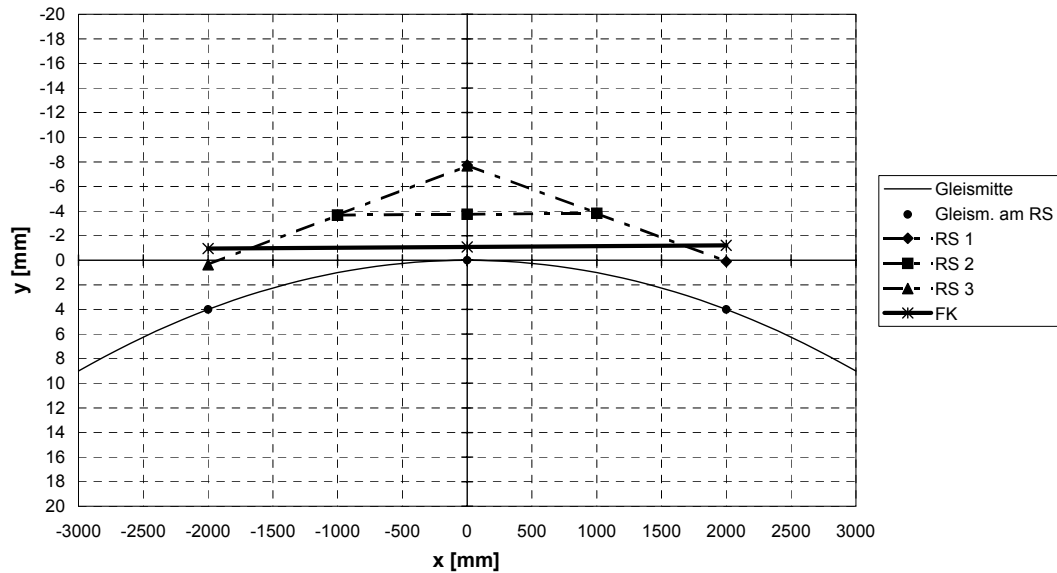


Bild 6.2.60: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 500 \text{ m}$ ,  $v = 80 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 0,01 \text{ m/s}^2$

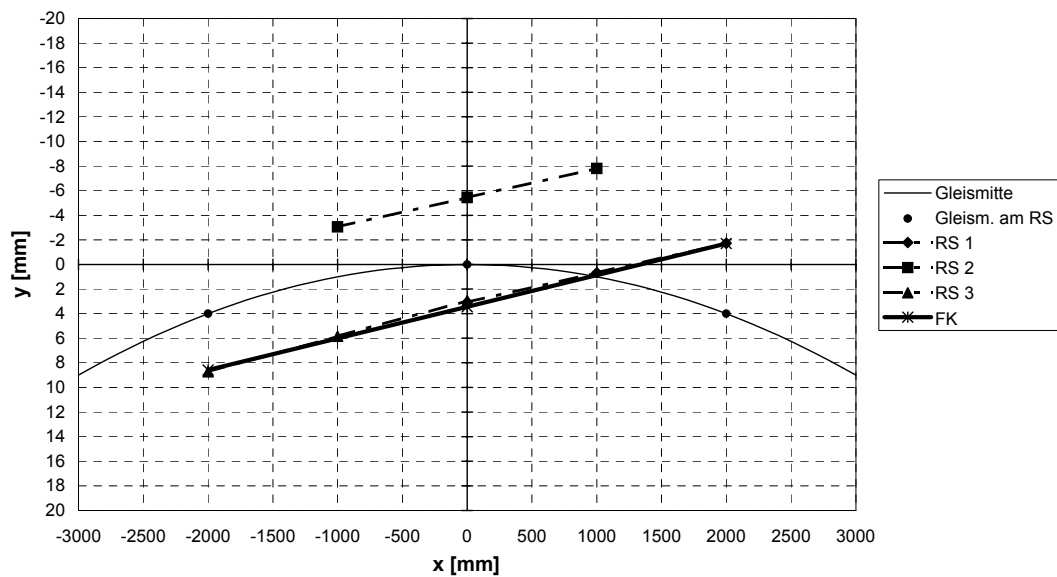


Bild 6.2.61: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 500 \text{ m}$ ,  $v = 80 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 0,01 \text{ m/s}^2$

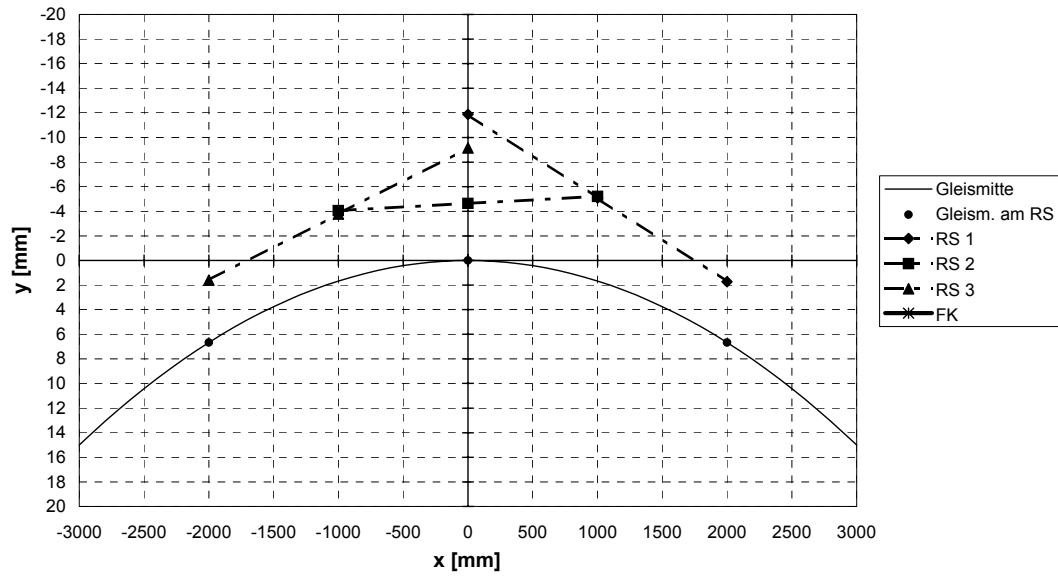


Bild 6.2.62: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 300$  m,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>

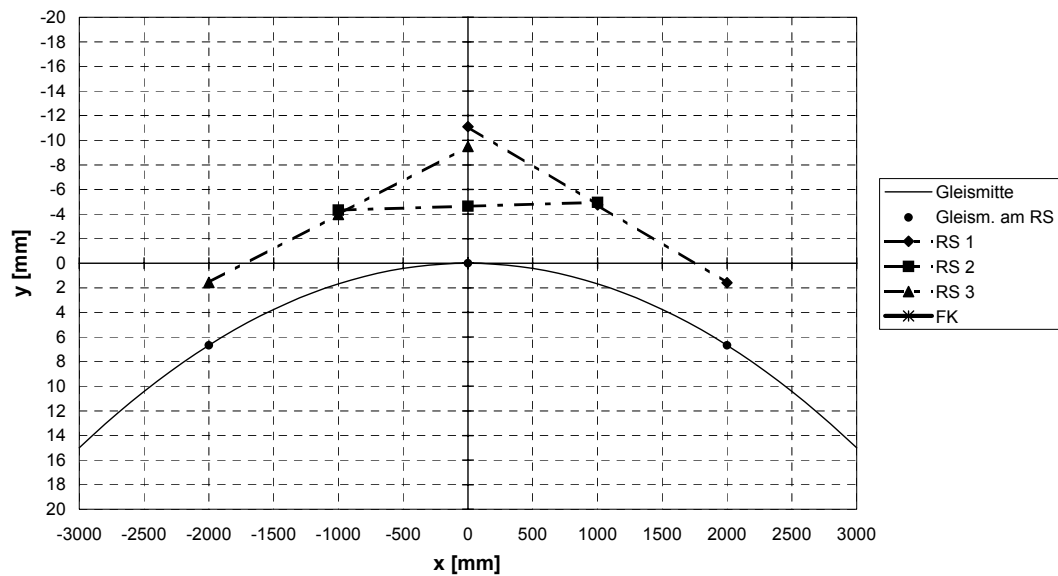


Bild 6.2.63: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 300$  m,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>

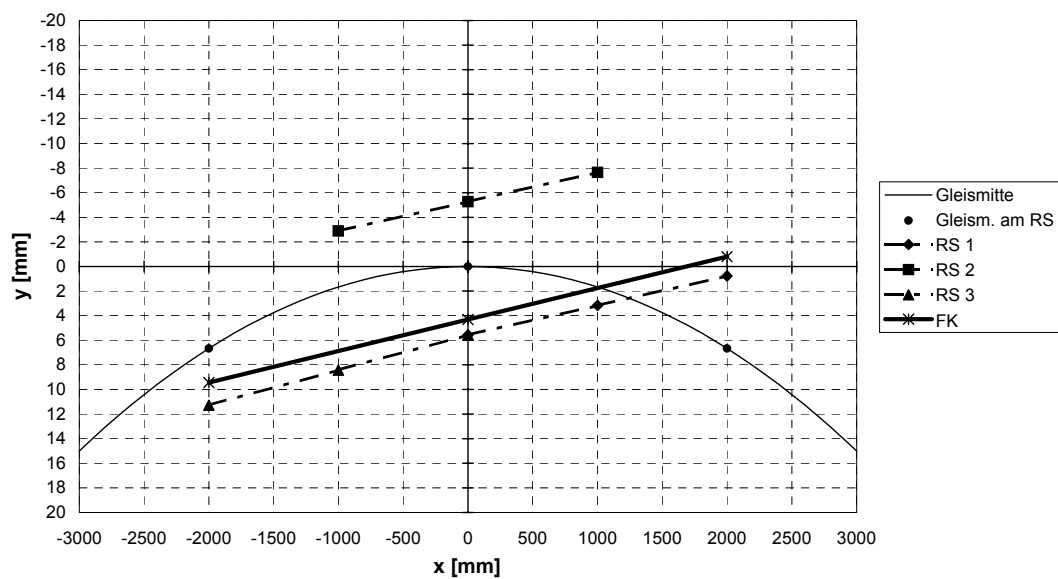


Bild 6.2.64: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 300$  m,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>

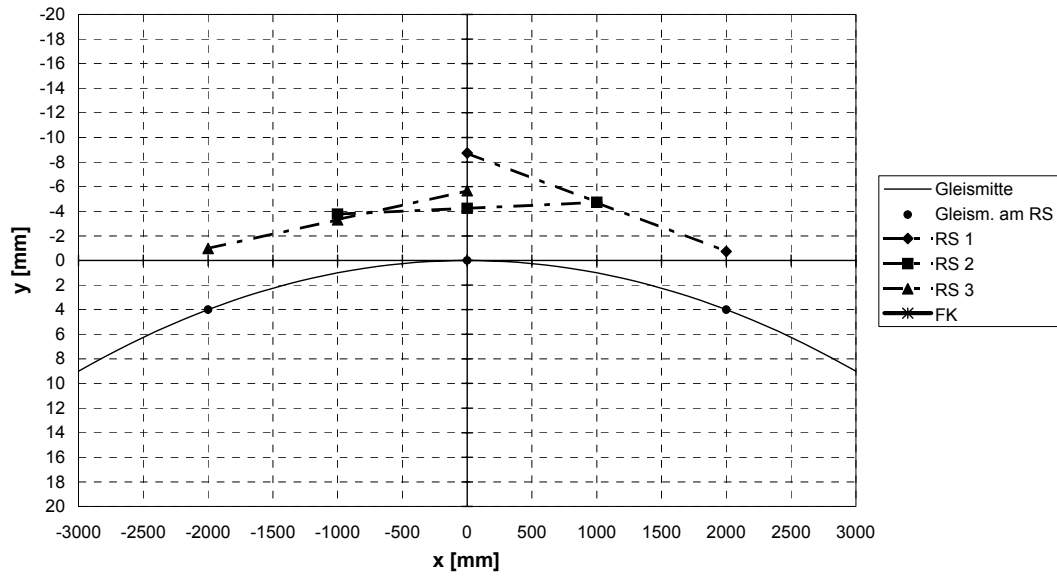


Bild 6.2.65: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 500 \text{ m}$ ,  $v = 115 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 1,06 \text{ m/s}^2$

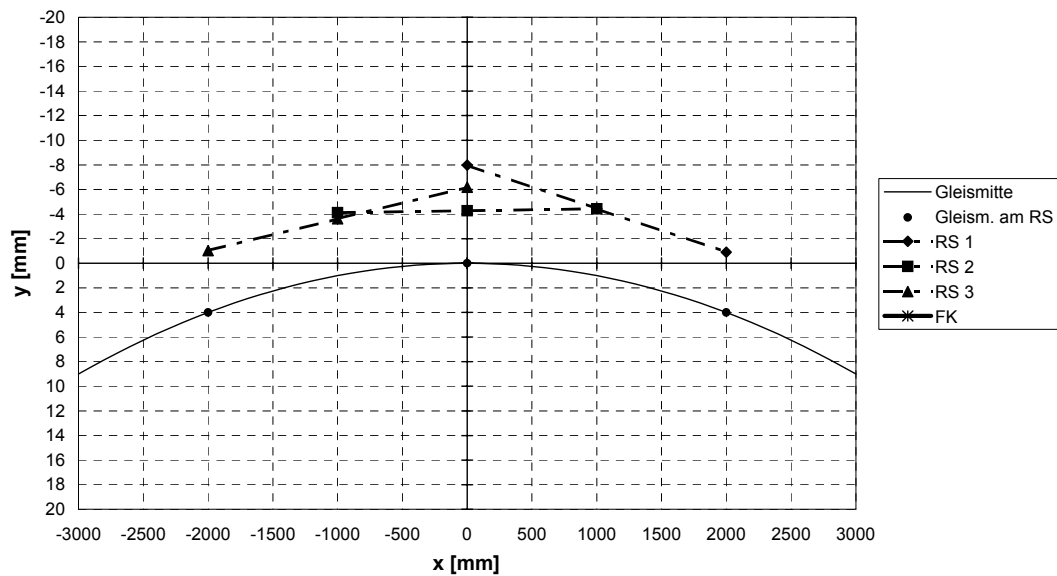


Bild 6.2.66: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 500 \text{ m}$ ,  $v = 115 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 1,06 \text{ m/s}^2$

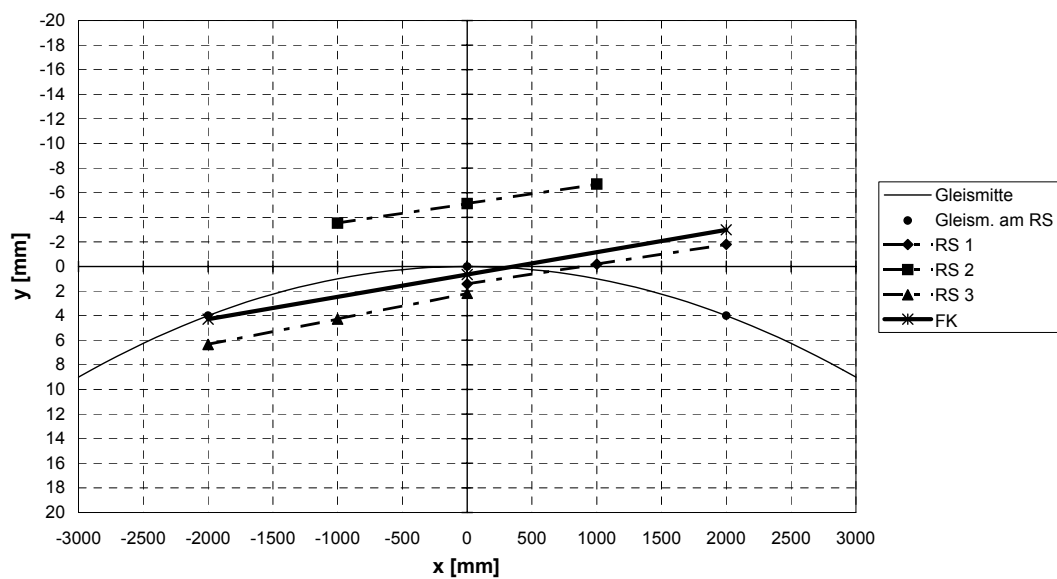


Bild 6.2.67: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 500 \text{ m}$ ,  $v = 115 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 1,06 \text{ m/s}^2$

### 6.3 Antrieb

Kapitel 5.3 beschreibt den Einfluss eines Antriebes, der eine nominelle Gleitgeschwindigkeit  $\Delta v$  erzeugt, auf die Stabilität. Das Stabilitäts-Modell enthält linearisierte Reibkraft-Schlupf-Beziehungen. Daher waren im Rahmen jenes Modells nur kleine Schlupfgeschwindigkeiten, die unterhalb der Sättigungsgrenze lagen, gültig.

In diesem Kapitel wird nun die Auswirkung dieser Gleitgeschwindigkeit auf die Bogenfahrt untersucht. In dem Bogenfahrt-Modell ist die Kraftschlusssättigung einbezogen. Deshalb kann hier auch mit größeren Schlupfgeschwindigkeiten gerechnet werden.

Es werden folgende vier Fälle verglichen:

$$\text{Fall F1:} \quad \Delta v/v = 0 ,$$

$$\text{Fall F2:} \quad \Delta v/v = -0,005 ,$$

$$\text{Fall F3:} \quad \Delta v/v = 0,005 ,$$

$$\text{Fall F4:} \quad \Delta v/v = 0,05 .$$

Der Fall F1 ist der Grundzustand aus Kapitel 6.2.

In Kapitel 5.3 wurde der Bereich  $-0,005 < \Delta v/v < 0,005$  untersucht. Diese Bereichsgrenzen werden auch hier betrachtet und zusätzlich ein um den Faktor zehn erhöhter antreibender Schlupf. Im Fall F2 werden Bremskräfte und in den Fällen F3 und F4 Zugkräfte erzeugt.

Die Ergebnisse werden anhand der Stellungsbilder, der Längsreibkräfte  $f_{tx}$  und der Führungskräfte  $Y$  für die unausgeglichene Querbeschleunigungen  $a_q \approx 0$  und  $1 \text{ m/s}^2$ , sowie für die Bogenradien 300 und 500m dargestellt. Wesentliche Ergebnisse im 800m-Bogen werden nur im Text angegeben.

#### Fahrt durch den engen Bogen

Das Verhalten im engen Gleisbogen wird im 300m-Bogen untersucht.

#### Variante 1b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.3.1 angegeben.

Variante 1b	R = 300 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
60	-0,06	F1	-4,4	-4,5	-4,2	0,0	0,1	-0,5	Bild 6.3.1
		F2	-4,8	-3,4	-2,4	-0,9	-0,6	-0,3	
		F3	0,3	0,0	0,1	0,2	0,1	-0,2	
		F4	0,9	0,5	0,5	0,2	0,1	-0,1	
90	1,10	F1	-4,9	-4,6	-5,1	0,1	-0,6	1,3	Bild 6.3.7
		F2	-5,3	-5,0	-5,3	0,2	-0,6	0,6	
		F3	-5,1	-2,5	-4,5	-2,1	-0,5	2,8	
		F4	-4,6	2,7	-5,0	-6,8	-0,6	8,4	

Tabelle 6.3.1 Bogenstellung, Variante 1b, R = 300 m

 $a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$ 

Radsatz 1 Fall F2:  
ist gegenüber Fall F1 ein wenig weiter zur Außenschiene hin verschoben und  
Radsatz 2 und 3 weiter nach innen.

Alle Radsätze Fall F3 und F4:  
sind gegenüber Fall F1 und F2 deutlich nach innen verschoben; im Fall F4 etwas mehr als im Fall F3. Die Stellung unterscheidet sich aber nur geringfügig.

Die Anlaufwinkel sind in allen Fällen klein.

Im Fall F2 erzeugt der nominelle Schlupf positive, nach hinten gerichtete, und damit bremsende Längsreibkräfte, im Fall F3 und F4 negative nach vorne gerichtete, also antreibende Längskräfte. Da im Fall F3 die Kraftschluss-sättigung schon erreicht ist, verändern sich die Längs-reibkräfte im Fall F4 kaum noch. Die Führungskräfte sind wegen der kleinen Anlaufwinkel in allen Fällen klein.

 $a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$ 

Radsatz 1 und 3: Die Querverschiebung ist in allen Fällen ähnlich. Im Fall F4 sind die Anlaufwinkel groß.

Radsatz 2: Im Vergleich zu Fall F1 ist die Querverschiebung zur Außenschiene im Fall F2 etwas größer, im Fall F3 deutlich kleiner und im Fall F4 ist der Radsatz sogar in Richtung Innenschiene verschoben. Die sonst gute radiale Stellung wurde im Fall F4 verlassen.

Alle Räder erzeugen im Fall F1 positive, bremsende und in Fall F3 und F4 negative, antreibende Längsreibkräfte

Radsatz 1 und 3: Die Fliehkraft wird durch Rad 1 links und 3 links abgestützt. Da die Sättigung im Fall F3 an allen Rädern

dieser Radsätze und im Fall F2 an Rad 3 rechts und 1 rechts schon erreicht ist, verändern sich trotz der hohen Anlaufwinkel im Fall F4 die Führungskräfte kaum noch.

### Variante 2b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.3.2 angegeben.

Variante 2b	R = 300 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
60	-0,06	F1	-4,5	-4,5	-4,1	0,0	-0,1	-0,4	Bild 6.3.2
		F2	-5,1	-3,6	-2,7	-0,9	-0,7	-0,2	
		F3	-4,4	-3,1	-2,4	-0,8	-0,6	-0,1	
		F4	-1,1	1,2	0,6	-1,9	-0,5	1,1	
90	1,10	F1	-5,1	-4,6	-5,1	-0,3	-0,3	1,1	Bild 6.3.8
		F2	-5,4	-5,1	-5,3	-0,1	-0,5	0,7	
		F3	-5,1	-2,8	-4,6	-2,2	-0,2	2,4	
		F4	-4,4	-0,8	-5,0	-3,7	0,1	4,6	

Tabelle 6.3.2 Bogenstellung, Variante 2b, R = 300 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$

Radsatz 1  
Radsatz 2 und 3

Fall F2: Wie in Variante 1b ist im Vergleich zu Fall F1 etwas weiter nach außen und weiter nach innen verschoben.

Alle Radsätze

Fall F3:

sind gegenüber Fall F1 und F2 etwas weiter nach innen verschoben

Alle Radsätze

Fall F4:

fahren mit deutlichem Abstand zu den anderen Fällen am weitesten innen.

Die Anlaufwinkel sind in Fall F1, F2 und F3 kleiner 1 mrad, im Fall F4 größer als in Variante 1b, aber immer noch kleiner als in einem konventionellen Fahrzeug.

Die Längsreibkräfte verhalten sich wie in Variante 1b: Im Fall F2 erzeugt der nominelle Schlupf positive, im Fall F3 und F4 negative Längskräfte. Wegen der Kraftschlussättigung verändern sich die Längsreibkräfte im Fall F4 kaum noch. Die Führungskräfte sind wieder klein.

- $a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1 und 3: Die Querverschiebung ist in allen Fällen ähnlich. Im Fall F4 sind die Anlaufwinkel erhöht, aber nicht so groß wie in Variante 1b.
- Radsatz 2: Im Vergleich zu Fall F1 ist die Querverschiebung im Fall F2 etwas größer, im Fall F3 deutlich kleiner und im Fall F4 fährt er nahe der Gleismitte. Die Fehlstellung ist geringer als in Variante 1b.
- Alle Radsätze: Im Fall F1 treten an den Rädern 1 links und 3 links negative, an den übrigen Rädern positive Längsreibkräfte auf. Ansonsten erzeugen wieder alle Räder im Fall F3 und F4 negative, antreibende Längsreibkräfte
- Radsatz 1 und 3: Die Fliehkraft wird auch in dieser Variante durch Rad 1 links und 3 links abgestützt. Da die Sättigung weitgehend erreicht ist, verändern sich trotz der hohen Anlaufwinkel im Fall F4 die Führungskräfte kaum noch.

### Variante 3b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.3.3 angegeben.

Variante 3b	R = 300 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
60	-0,06	F1	-5,8	-5,5	5,4	-9,4	-2,8	3,5	Bild 6.3.3
		F2	-5,8	-5,5	5,3	-9,1	-2,3	3,8	
		F3	-5,7	-5,2	5,5	-9,6	-3,0	3,6	
		F4	-4,1	-0,8	3,6	-8,6	-1,9	4,7	
90	1,10	F1	-5,9	-5,3	4,6	-9,1	-2,4	3,8	Bild 6.3.9
		F2	-5,9	-5,4	4,5	-8,9	-2,3	4,0	
		F3	-5,8	-4,8	4,8	-9,0	-2,3	4,1	
		F4	-4,8	0,0	-5,1	-6,1	0,6	7,2	

Tabelle 6.3.3 Bogenstellung, Variante 3b, R = 300 m

- $a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$
- Das Fahrzeug Fall F1, F2 und F3:  
fährt im Spießgang. Die Stellungen sind praktisch gleich.  
Die Anlaufwinkel sind groß.
- Das Fahrzeug Fall F4:  
dreht von der Spießgangstellung weg



Radsatz 1 rückt von der Außenschiene und  
 Radsatz 3 von der Innenschiene ab. Der Anlaufwinkel von  
 Radsatz 1 und 2 nimmt ab und von  
 Radsatz 3 zu.

Gegenüber Fall F1 gibt es folgende Veränderungen der Längsreibkräfte:

Fall F2: Der bremsende Schlupf verringert den Betrag einer großen negativen, kehrt das Vorzeichen einer kleinen negativen um und vergrößert eine positive Längsreibkraft.

Fall F3 und F4: Der antreibende Schlupf kehrt das Vorzeichen einer positiven um und vergrößert den Betrag einer negativen Längsreibkraft, soweit es durch Erreichen der Sättigung noch möglich ist. Es treten nur negative Längsreibkräfte auf.

Die Führungskräfte werden an den nicht-anlaufenden Rädern durch den Querschlupf und an den anlaufenden Rädern durch Querschlupf und die Neigung des Normalkraftvektors bestimmt. Die Größe der Kraft hängt darüber hinaus noch von dem Sättigungszustand ab.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$

Das Fahrzeug Fall F1, F2 und F3:  
 fährt im Spießgang. Die Stellung ist untereinander gleich und auch im Vergleich zu  $a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$  nicht wesentlich verändert. Die Anlaufwinkel sind groß.

Das Fahrzeug Fall F4:  
 verlässt den Spießgang und fährt in Sehnenstellung.  
 Radsatz 1 bleibt an der Außenschiene mit etwas geringerer Querverschiebung.  
 Radsatz 3 fährt an der Außenschiene.

Die Längsreibkräfte zeigen ein ähnliches Bild wie für  $a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$ . In erster Linie stützen die Führungskräfte der Räder 1 links und 3 links die Fliehkraft ab.

### Fahrt durch Bögen mit größeren Radien

Das Verhalten in Gleisbögen mit größeren Radien wird im 500m- und 800m-Bogen untersucht.

### Variante 1b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.3.4 angegeben.

Variante 1b	R = 500 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
80	0,01	F1	-3,6	-3,6	-3,5	0,0	0,0	-0,1	Bild 6.3.4
		F2	-4,7	-3,6	-2,8	-0,7	-0,5	-0,3	
		F3	-0,6	-0,5	-0,5	0,0	0,0	0,0	
		F4	-0,1	0,3	-0,2	-0,4	0,0	0,6	
115	1,06	F1	-4,7	-4,2	-5,0	0,0	-0,5	1,7	Bild 6.3.10
		F2	-5,2	-4,9	-5,3	0,2	-0,7	0,9	
		F3	-5,1	-2,2	-4,3	-2,3	-0,5	2,9	
		F4	-4,6	2,5	-4,9	-6,6	-0,6	8,2	

Variante 1b	R = 800 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-2,4	-2,4	-2,3	0,0	0,0	-0,1
		F2	-4,6	-3,5	-2,8	-0,6	-0,5	-0,2
		F3	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0
		F4	0,3	0,3	0,1	-0,1	0,0	0,2
145	1,05	F1	-4,6	-3,9	-4,9	-0,2	-0,4	1,9
		F2	-5,2	-4,8	-5,2	0,2	-0,7	1,1
		F3	-5,1	-2,1	-4,3	-2,4	-0,5	3,0
		F4	-4,6	2,5	-4,9	-6,6	-0,6	8,2

Tabelle 6.3.4 Bogenstellung, Variante 1b, R = 500 m und 800 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze    Fall F2: Mit zunehmendem Bogenradius fahren alle Radsätze im Vergleich zu Fall F1 weiter außen. Im 800m-Bogen sind sie mehr zur Außenschiene hin verschoben.

Fall F3 und F4: Auch in den größeren Bögen fahren alle Radsätze gegenüber Fall F1 und F2 weiter innen.

In allen Fällen bleiben die Anlaufwinkel klein.

Die Längsreibkräfte zeigen das gleiche Bild wie im 300m-Bogen. Alle Räder erzeugen wieder im Fall F1 positive, bremsende und in Fall F3 und F4 negative, antreibende Längsreibkräfte

Auch in den großen Bögen sind die Führungskräfte klein.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel sind kaum verändert in den großen Bögen wiederzufinden. Auch im Fall F4 bleiben die Anlaufwinkel unverändert, die Absolutwendewinkel der Endradsätze nehmen sogar zu.

Radsatz 1 und 3: Im Fall F1 treten jetzt an den Rädern 1 links und 3 links negative Längsreibkräfte auf. In den großen Bogenradien fahren die Räder weiter von der optimalen Rollradiendifferenz entfernt und damit erreicht der bremsende Schlupf keine Umkehr des Vorzeichens mehr. In Fall F3 und F4 sind die Längsreibkräfte in den großen Bögen unverändert.

Radsatz 1 und 3: Auch in den großen Bögen ist die Sättigung im Fall F3 und F2 weitgehend schon erreicht und damit verändern sich trotz der hohen Anlaufwinkel im Fall F4 die Führungskräfte kaum noch.

### Variante 2b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.3.5 angegeben.

Variante 2b	R = 500 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
80	0,01	F1	-3,9	-3,7	-3,6	-0,1	-0,1	0,0	Bild 6.3.5
		F2	-4,9	-3,7	-3,0	-0,7	-0,5	-0,2	
		F3	-4,1	-3,0	-2,5	-0,7	-0,4	-0,1	
		F4	-1,0	0,6	-0,2	-1,5	-0,3	1,1	
115	1,06	F1	-4,9	-4,3	-5,0	-0,5	-0,2	1,4	Bild 6.3.11
		F2	-5,3	-4,9	-5,3	-0,1	-0,5	0,9	
		F3	-5,0	-3,0	-4,7	-1,9	-0,1	2,2	
		F4	-4,2	-1,6	-5,0	-2,8	0,1	3,7	

Variante 2b	R = 800 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-2,9	-2,7	-2,7	-0,1	0,0	0,0
		F2	-4,7	-3,6	-2,9	-0,7	-0,5	-0,2
		F3	-3,0	-2,4	-1,9	-0,4	-0,3	-0,2
		F4	-0,4	0,6	0,1	-0,8	-0,2	0,6
145	1,05	F1	-4,8	-4,0	-5,0	-0,6	0,0	1,6
		F2	-5,2	-4,8	-5,3	-0,1	-0,5	1,1
		F3	-5,0	-3,2	-4,7	-1,6	0,0	2,0
		F4	-4,1	-2,0	-5,0	-2,3	0,2	3,2

Tabelle 6.3.5 Bogenstellung, Variante 2b, R = 500 m und 800 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$       Alle Radsätze:      Fall F2: Auch hier ist die Tendenz wie in Variante 1b erkennbar, dass mit zunehmendem Bogenradius die Radsätze im Vergleich zu Fall F1 nach außen wandern. Im 800m-Bogen sind wieder alle Radsätze weiter nach außen verschoben.

Fall F3:

Radsatz 1 ist ein wenig weiter nach außen verschoben als im Fall F1.  
Radsatz 2 und 3 fahren weiter innen als im Fall F2

Alle Radsätze: Fall F4: Wie im 300m-Bogen fahren alle Radsätze mit deutlichem Abstand zu den übrigen Fällen am weitesten innen.

Alle Radsätze: Die Längsreibkräfte verhalten sich entsprechend der Variante 1b auch in den großen Bögen wie im 300m-Bogen. Das gleiche gilt auch für die Führungskräfte.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$       Radsatz 1 und 3: Die Querverschiebung ist in allen Fällen wieder ähnlich.  
Im Fall F4 nehmen die Anlaufwinkel ab.

Radsatz 2 fährt im Fall F4 in den großen Bogenradien nicht so nahe der Gleismitte wie im 300m-Bogen. Die Abweichung von der radialen Stellung ist wesentlich geringer als in Variante 1b.

Alle Radsätze: Auch in den großen Bögen treten im Fall F1 an den Rädern 1 links und 3 links negative, an den übrigen Rädern positive Längsreibkräfte auf. Ansonsten erzeugen auch wieder alle Räder im Fall F3 und F4 negative, antreibende Längsreibkräfte

In den großen Bögen gibt es keine wesentliche Veränderung der Führungskräfte.

**Variante 3b**

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.3.6 angegeben.

Variante 3b	R = 500 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
80	0,01	F1	-5,7	-5,4	4,7	-6,4	-2,4	1,1	Bild 6.3.6
		F2	-5,6	-5,5	5,0	-6,2	-2,1	1,4	
		F3	-5,6	-5,1	4,8	-6,5	-2,6	1,3	
		F4	-3,4	-0,6	1,5	-5,2	-1,2	2,8	
115	1,06	F1	-5,8	-5,1	2,3	-5,6	-1,6	1,9	Bild 6.3.12
		F2	-5,8	-5,1	-1,4	-4,6	-0,8	3,1	
		F3	-5,6	-3,8	-0,9	-4,7	-0,6	3,3	
		F4	-4,7	-0,1	-5,1	-3,4	0,7	4,6	

Variante 3b	R = 800 m	$\Delta v$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-5,6	-5,3	2,7	-4,2	-1,6	0,4
		F2	-5,3	-5,2	1,1	-3,4	-0,9	1,4
		F3	-5,4	-5,0	2,9	-4,5	-2,0	0,5
		F4	-2,2	-0,4	1,2	-3,3	-0,8	1,7
145	1,05	F1	-5,6	-4,7	-0,5	-3,1	-0,6	1,5
		F2	-5,7	-4,4	-3,5	-2,7	-0,6	2,0
		F3	-5,3	0,8	-4,1	-2,3	0,2	2,7
		F4	-4,5	-0,2	-5,1	-1,9	0,7	3,1

Tabelle 6.3.6 Bogenstellung, Variante 3b, R = 500 m und 800 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$

Radsatz 2  
das Fahrzeug

Radsatz 2

Im 500m-Bogen ergibt sich das gleiche Verhalten wie im 300m-Bogen. Im Fall F4 fährt weiter innen und dreht von der Spießgangstellung weg. Im 800m-Bogen verlässt es auch im Fall F2 den Spießgang. Allerdings bleibt an der Außenschiene.

	Alle Radsätze:	Die Längsreibkräfte verhalten sich wie im 300m-Bogen, im Fall F2 treten negative und positive und in Fall F3 und F4 nur negative Werte auf.
	Radsatz 3:	Im 800m-Bogen dreht sich das Vorzeichen der Längsreibkraft im Fall F2 am Rad 3 rechts um, da der Radsatz näher an der Innenschiene steht. Dadurch wird der antreibende Schlupf durch die Rollradiendifferenz kleiner und der nominelle bremsende Schlupf ist in der Lage das Vorzeichen der Längsreibkraft in Richtung positiv umzukehren.  Die Führungskräfte werden mit zunehmendem Bogenradius kleiner; insbesondere nehmen sie an Rad 3 links und 3 rechts stark ab, da die Anlaufwinkel sehr klein werden.
$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$	Das Fahrzeug	verlässt nicht nur im Fall F4 sondern auch im Fall F2 und F3 den Spießgang. Im Fall F4 fährt
	Radsatz 3	am weitesten außen.
	Alle Radsätze:	In den großen Bögen sind die Längsreibkräfte im Fall F2 bis auf Rad 1 links alle positiv. In Fall F3 und F4 sind sie in allen Bögen negativ.  Die Führungskräfte werden in den meisten Fällen in den großen Bögen kleiner. Trotz der unterschiedlichen Stellungen bleibt das Bild, wie die Führungskräfte auf die Räder verteilt sind, erhalten.

### Zusammenfassung

Entsprechend der nominellen Gleitgeschwindigkeit treten größere Längsreibkräfte auf. Je nach Richtung wirken sie bremsend, wie im Fall F2, oder antreibend, wie in den Fällen F3 und F4. Wenn die Reibkräfte die Kraftschlussättigung weitgehend erreicht haben (Fall F3), bringt eine weitere Erhöhung der Gleitgeschwindigkeit (Fall F4) kaum mehr eine Zunahme der Kräfte. Allerdings kann sich im Fall F4 gegenüber dem Fall F3 die Stellung des Fahrzeuges noch verändern. Das wiederum hat eine Rückwirkung auf die Kräfte, die aber durchweg gering ist.

Die Variante 1b, Ideale Radialsteuerung, zeigt im Fall F4 bei hohem Längsschlupf und hoher Querbeschleunigung eine Stellung, die stark von der radialen abweicht. Radsatz 2 fährt weit innen, die Anlaufwinkel der Radsätze 1 und 3 sind groß. Die Variante 2b, Kombinierte Radsatzführung, zeigt auch diese Tendenz im Fall F4, sie ist allerdings weniger ausgeprägt. Ihr Verhalten ist günstiger als das der Variante 1b.

Durch die hohen Längsschlüpfte verlässt Variante 3b, Konventionelle Radsatzführung, schon in engeren Bögen die Spießgangstellung, Radsatz 3 wandert von der Innenschiene weg. Im Spießgang läuft der Radsatz 3 mit positivem Winkel an, das heißt, er fährt

üerradial. Damit wirken die Querreibkräfte in Richtung Innenschiene und entgegen der Fliehkraft. Wenn ein Antriebsschlupf wirkt, bleibt wegen der Kraftschlusssättigung weniger Reibkraft für die Querrichtung übrig. Dadurch überwiegt schon bei kleineren Querbeschleunigungen die Fliehkraft, wodurch sich der Radsatz 3 von der Innenschiene entfernt.

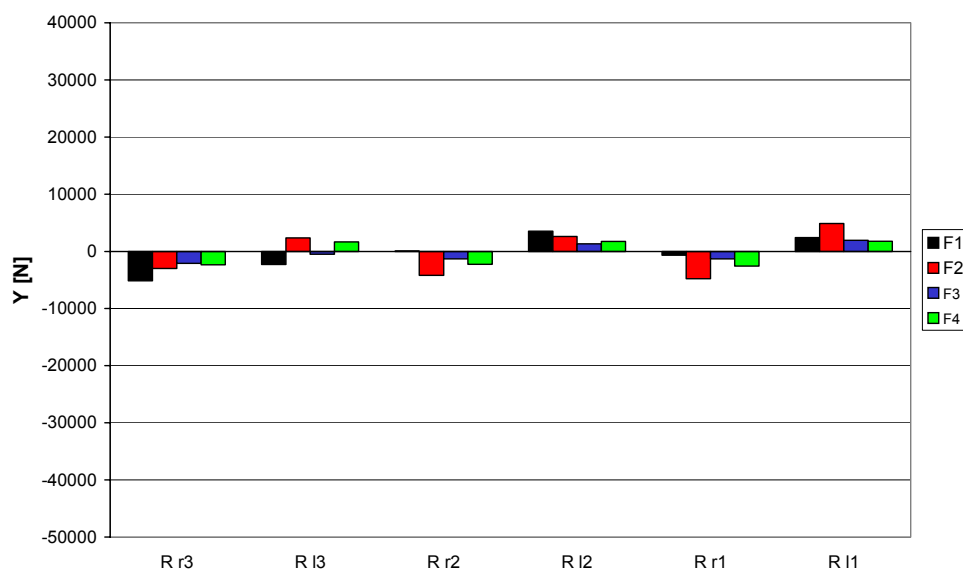
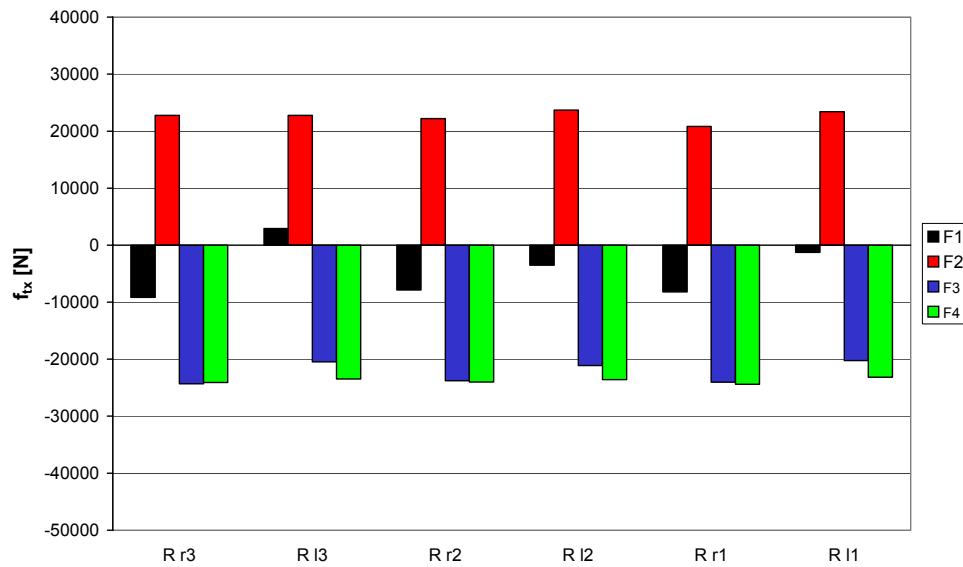
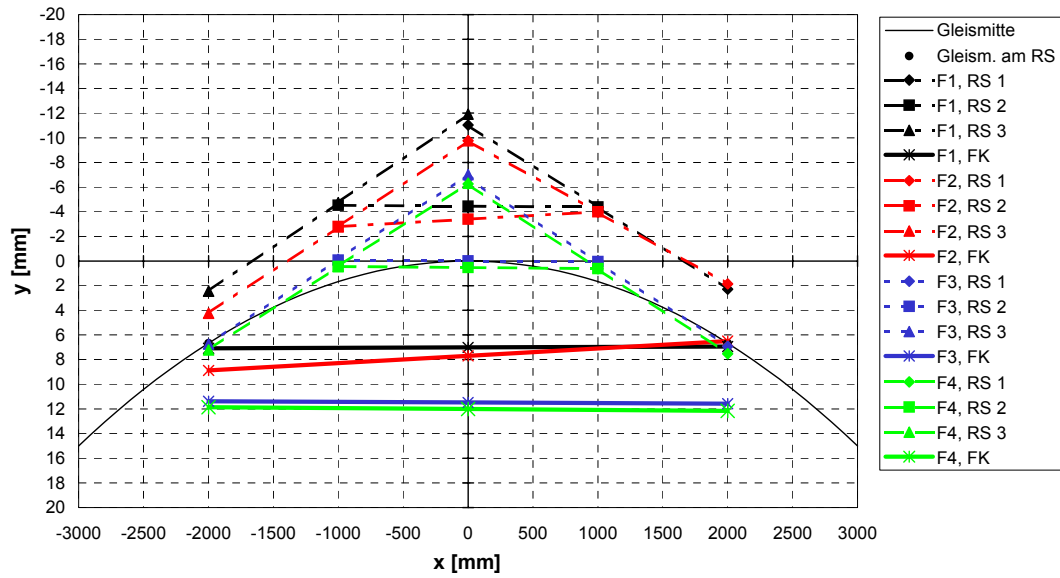


Bild 6.3.1: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 300$ ,  $v = 60 \text{ km/h}$ ,  $a_q = -0,06 \text{ m/s}^2$   
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$



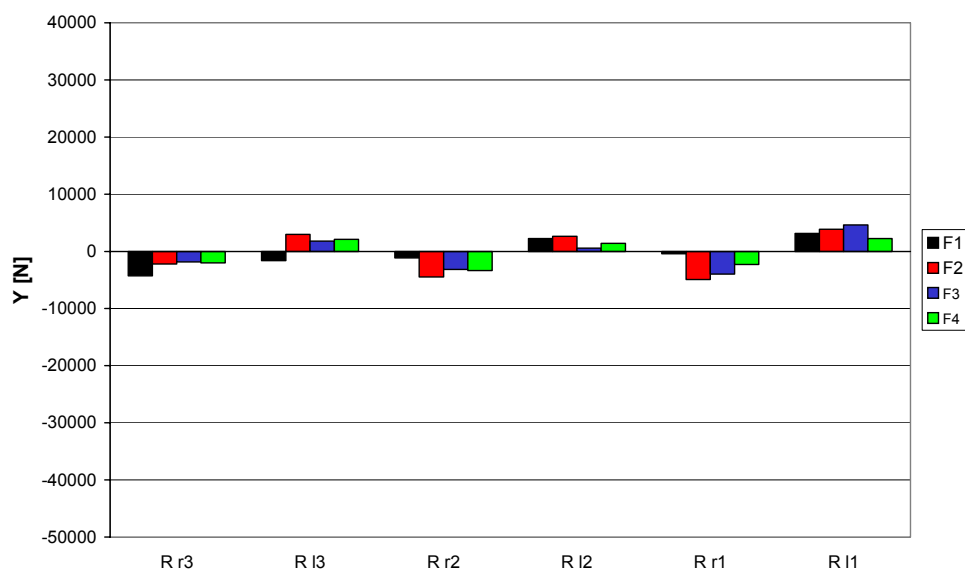
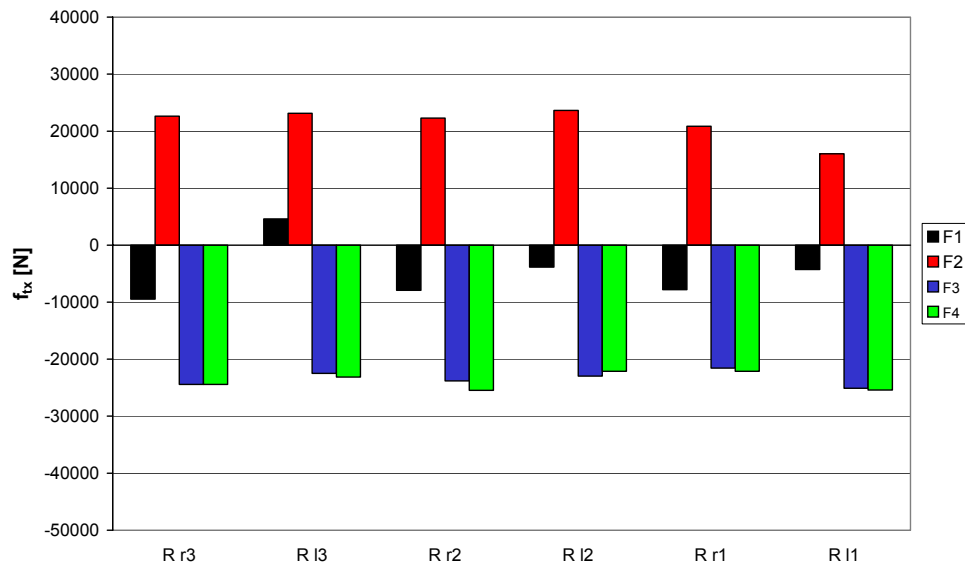
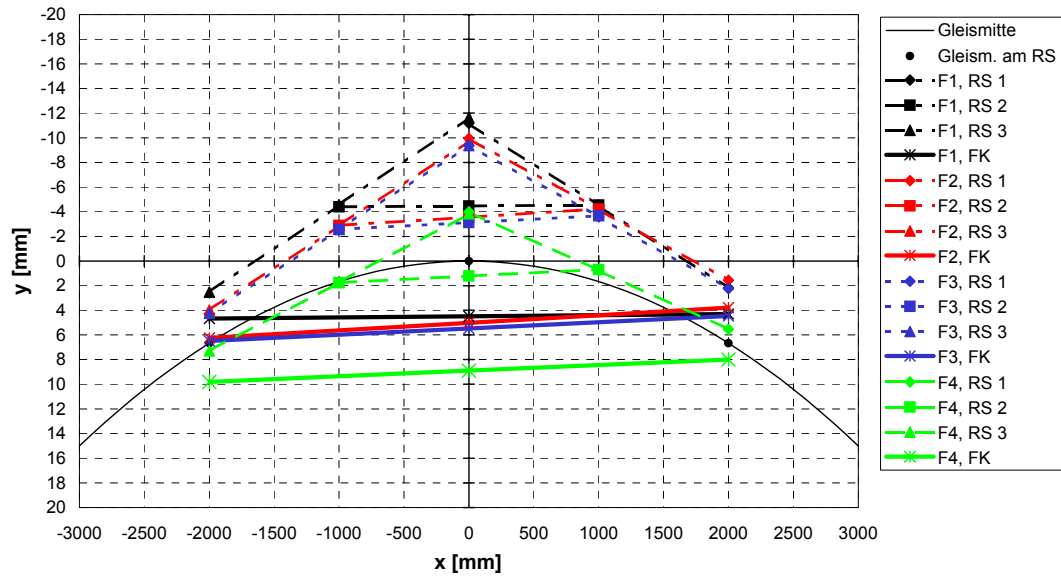


Bild 6.3.2: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 300$ ,  $v = 60$  km/h,  $a_q = -0,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

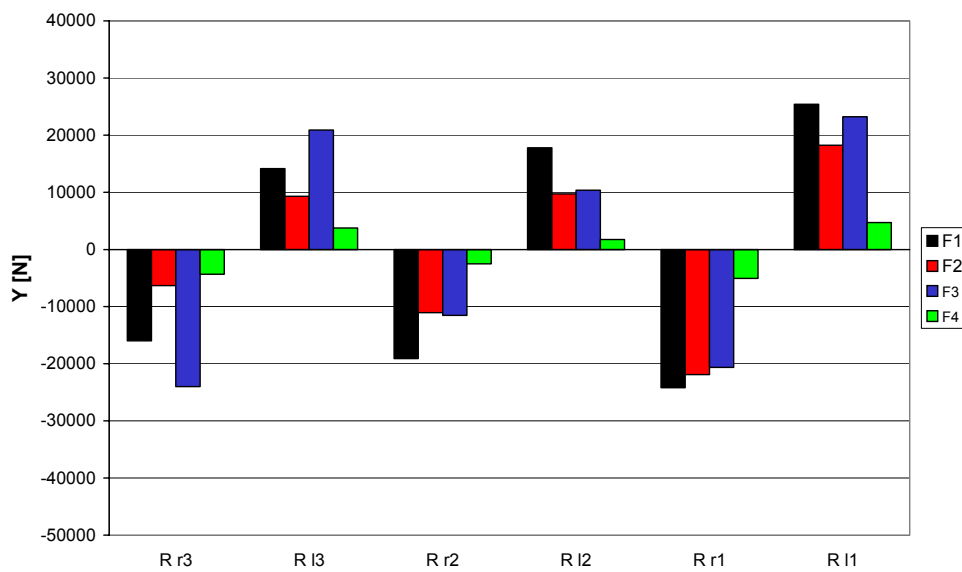
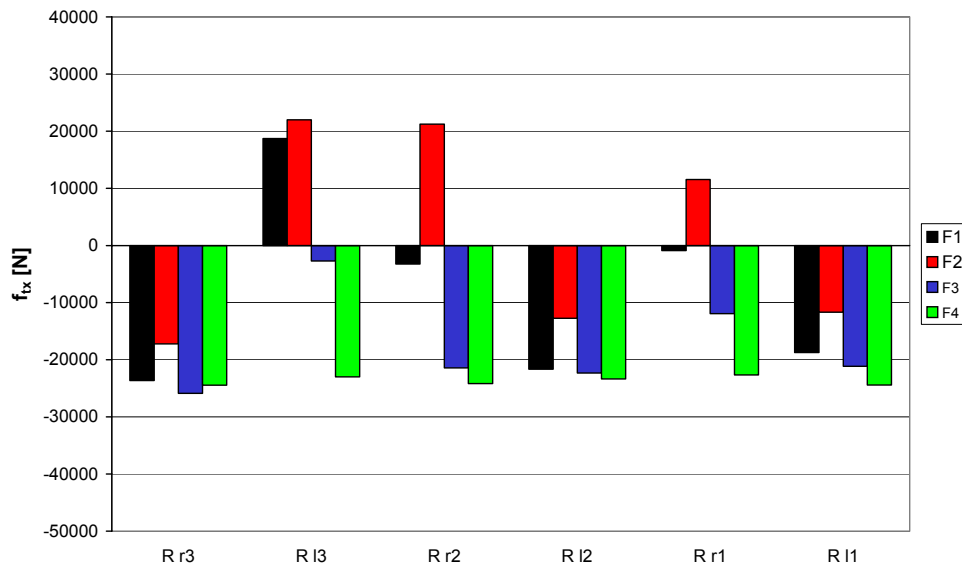
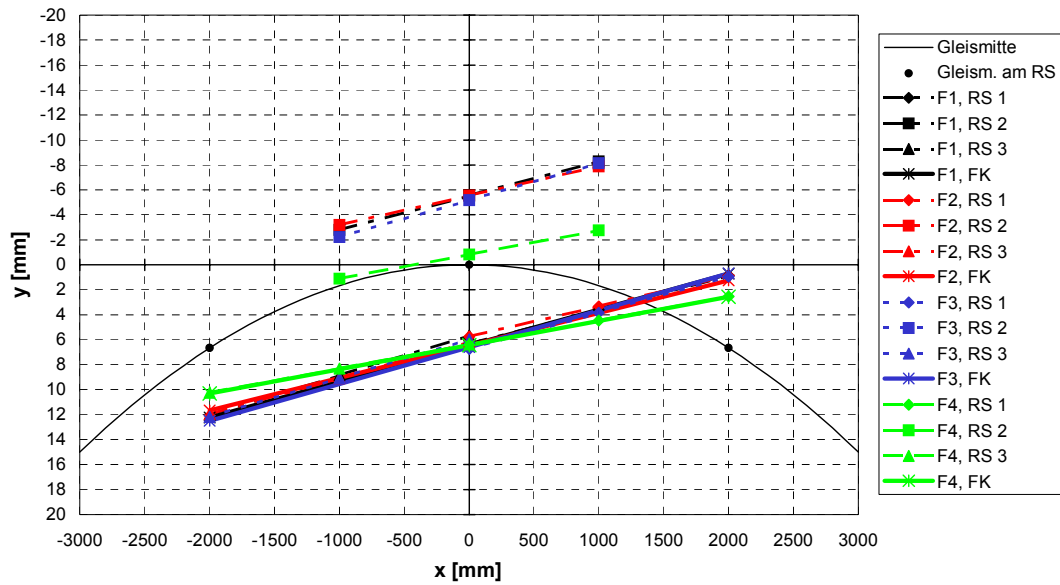


Bild 6.3.3: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 300$ ,  $v = 60$  km/h,  $a_q = -0,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

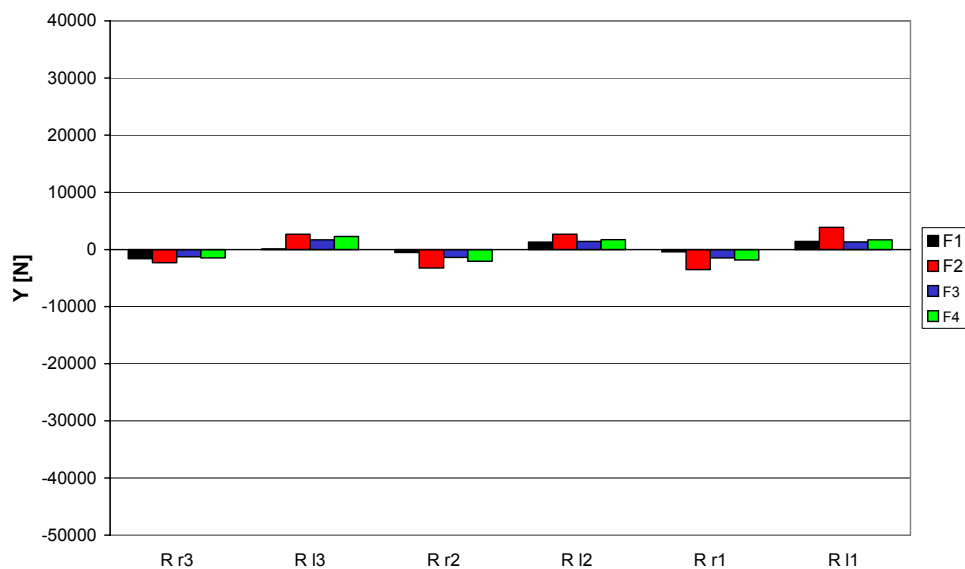
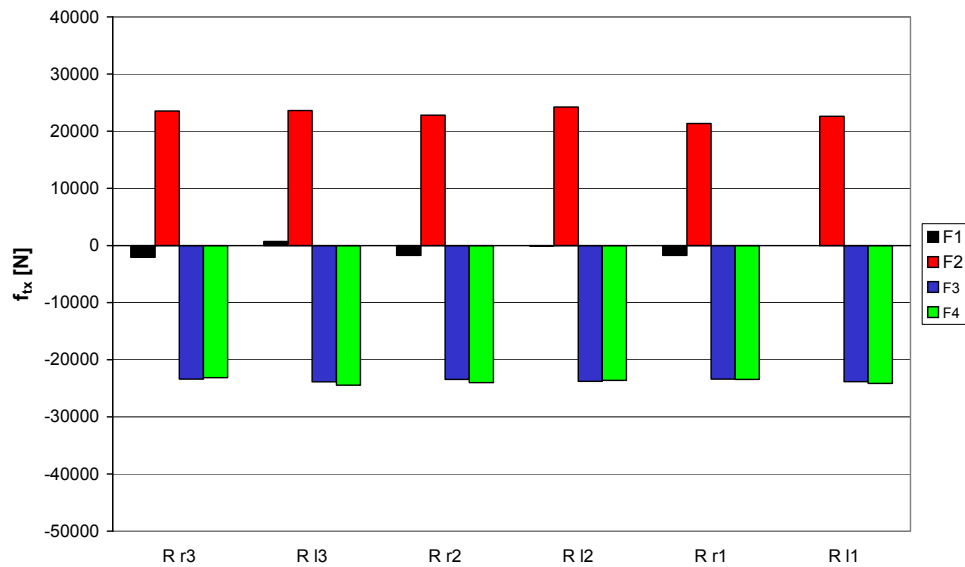
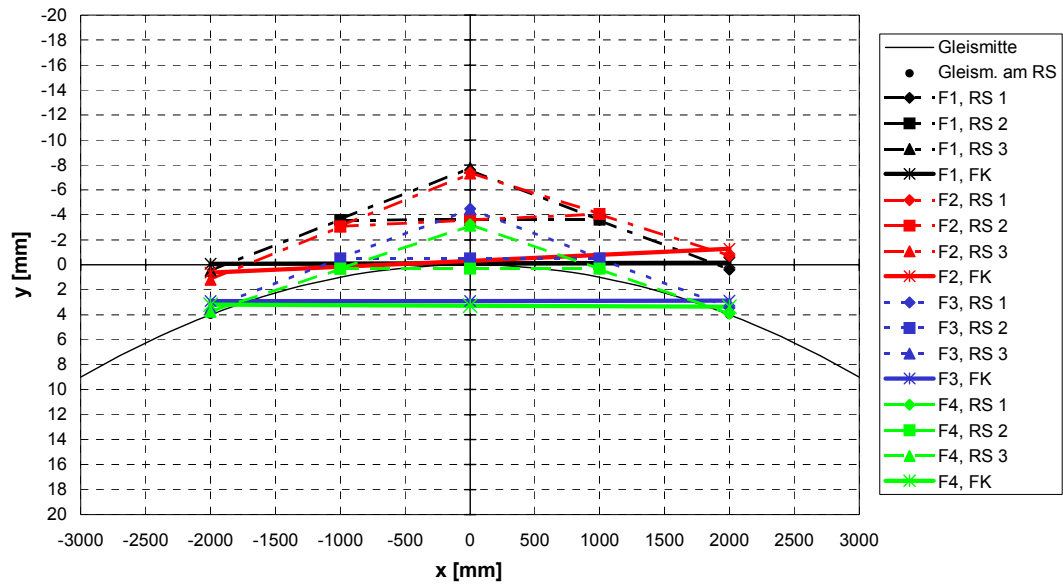


Bild 6.3.4: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

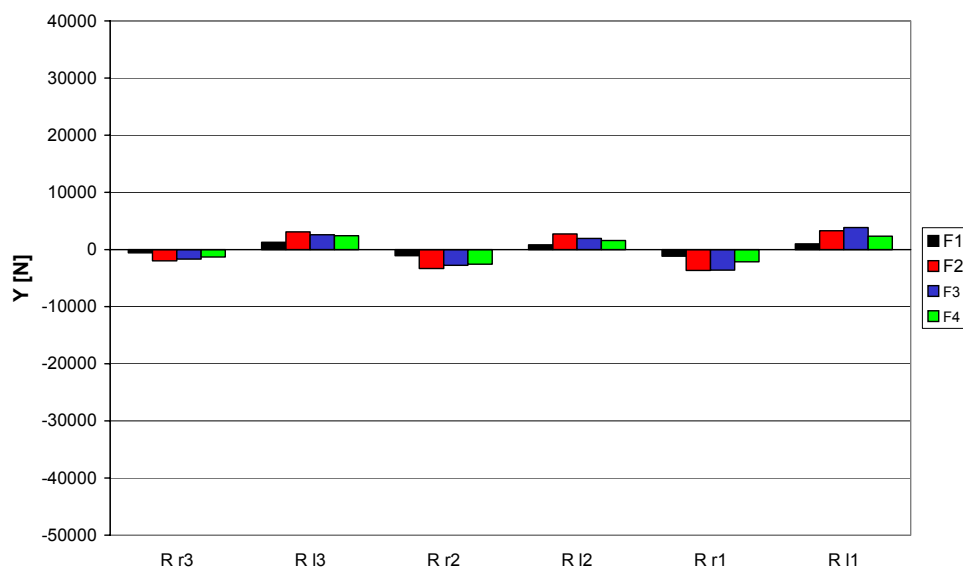
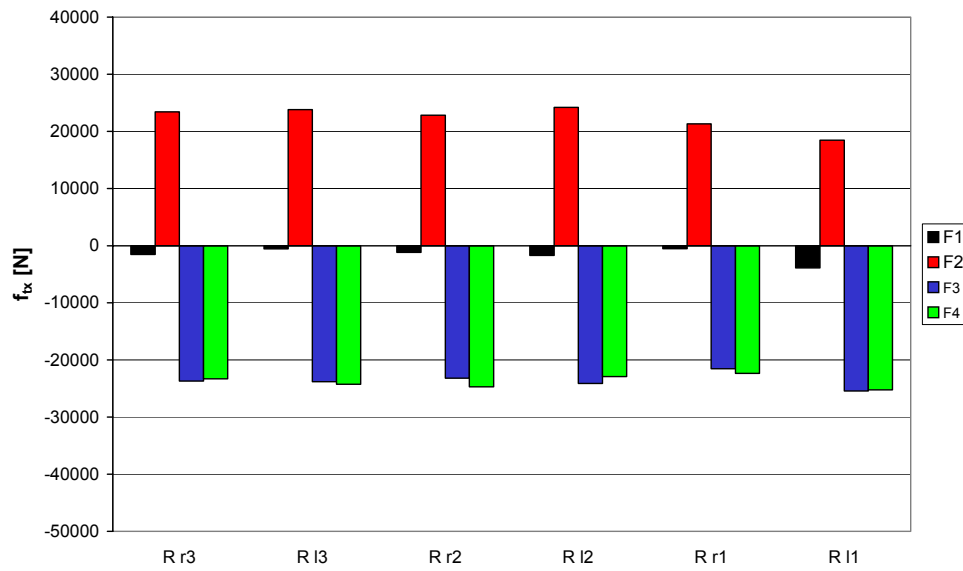
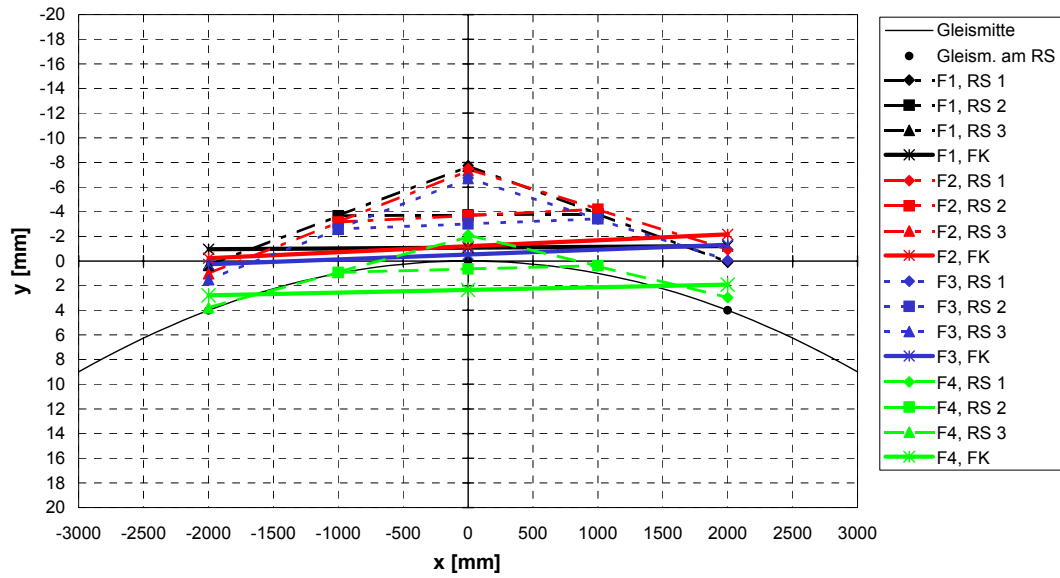


Bild 6.3.5: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

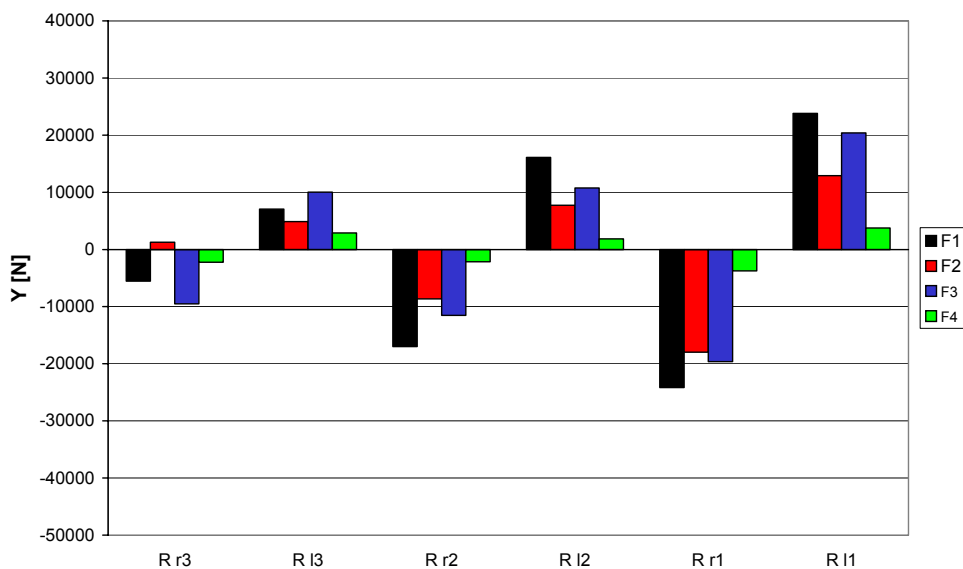
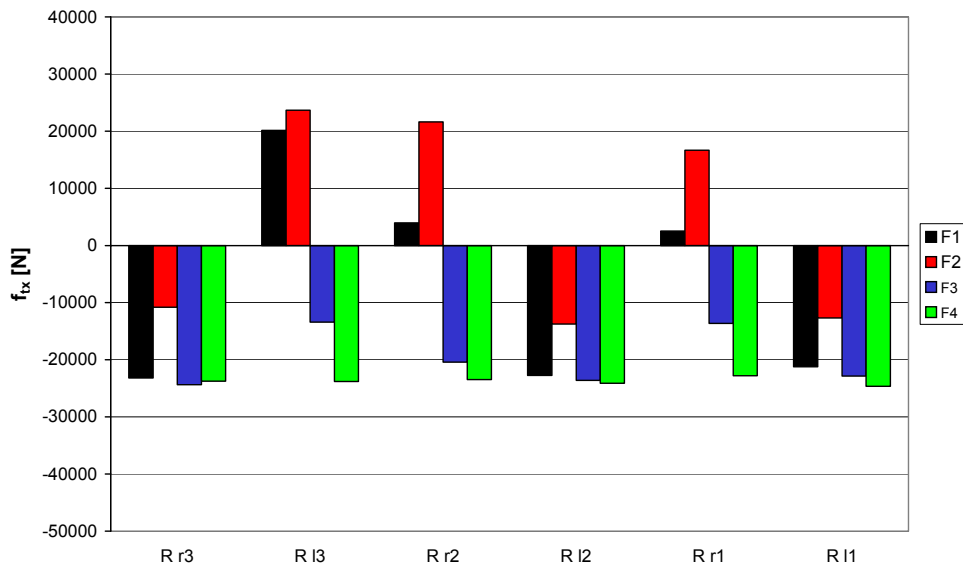
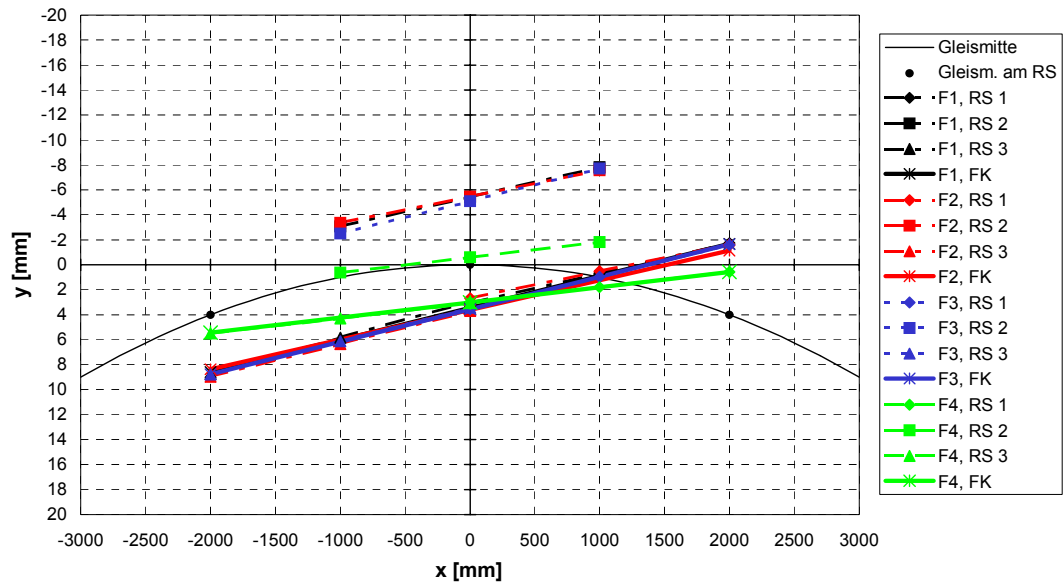


Bild 6.3.6: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

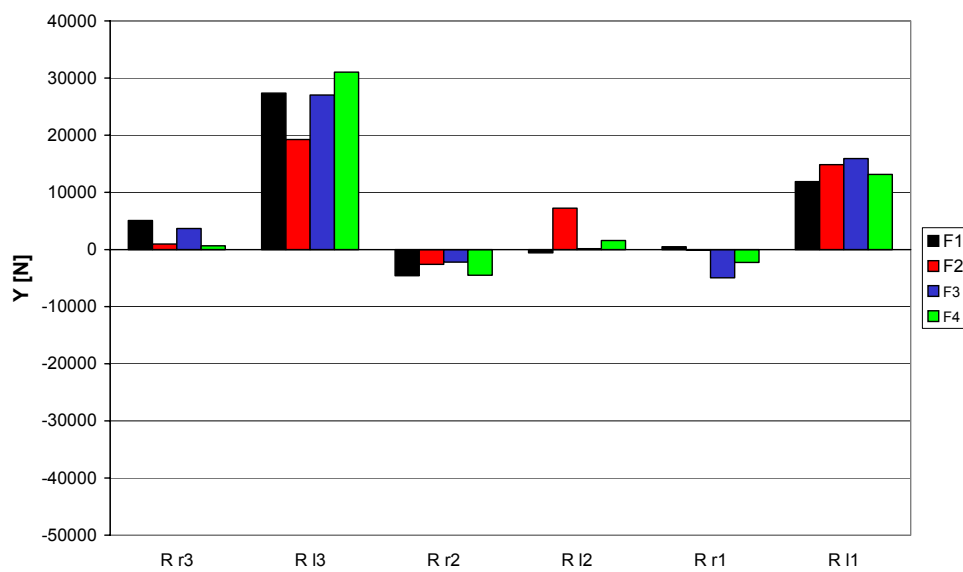
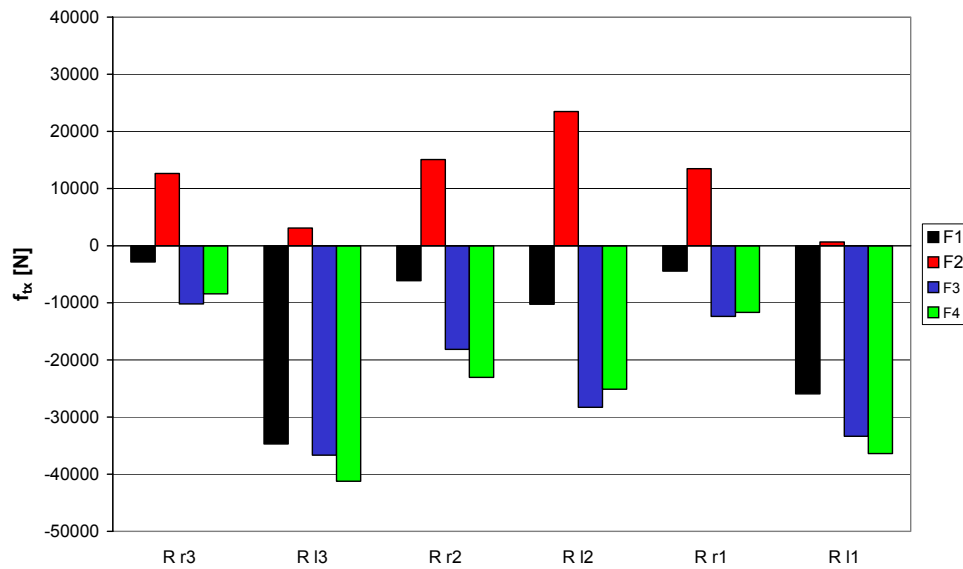
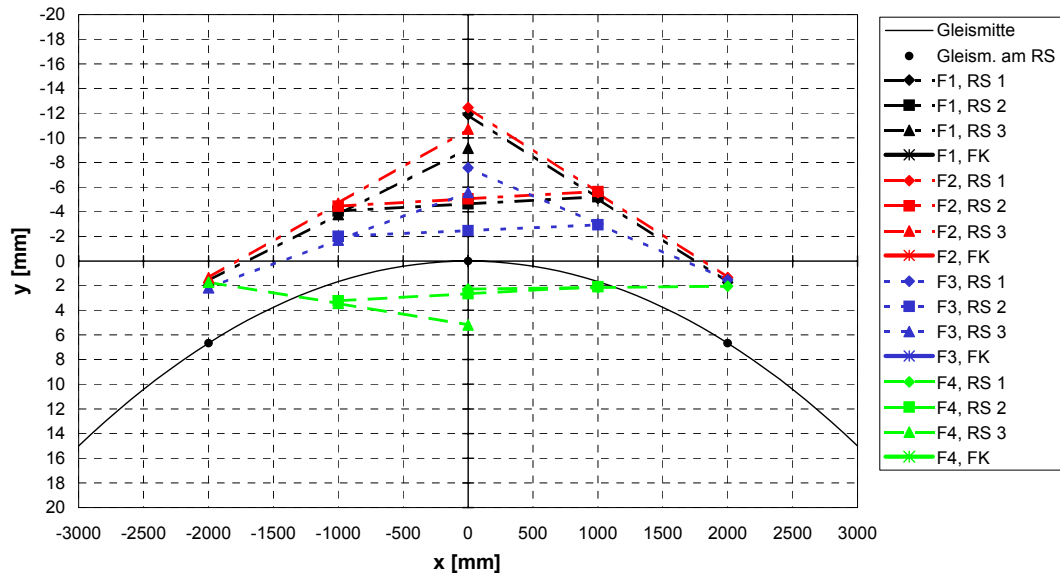


Bild 6.3.7: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 300$ ,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

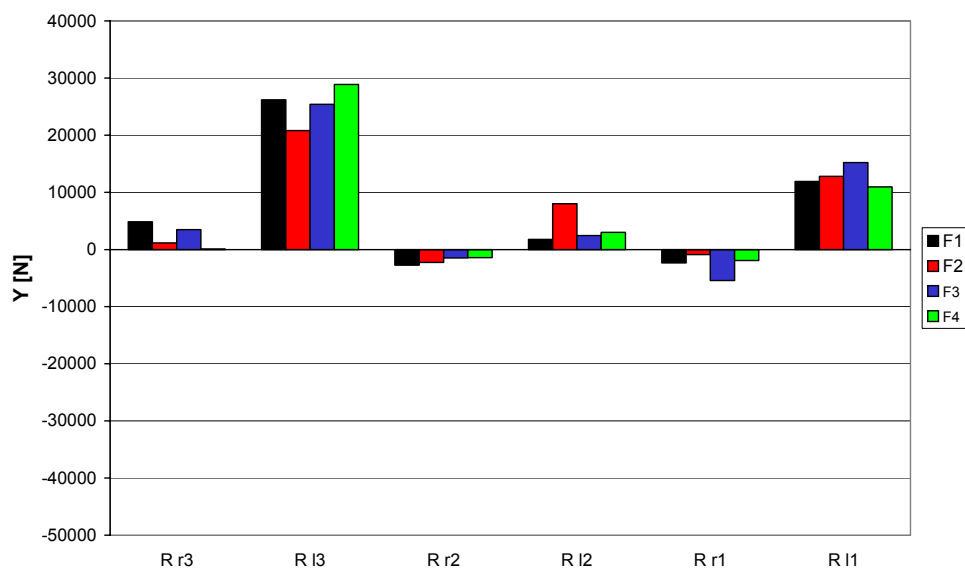
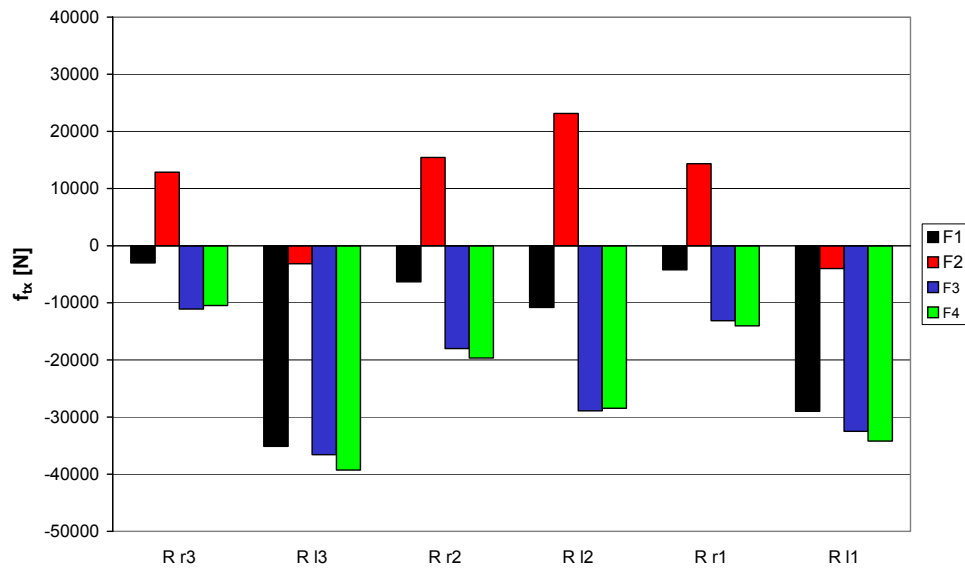
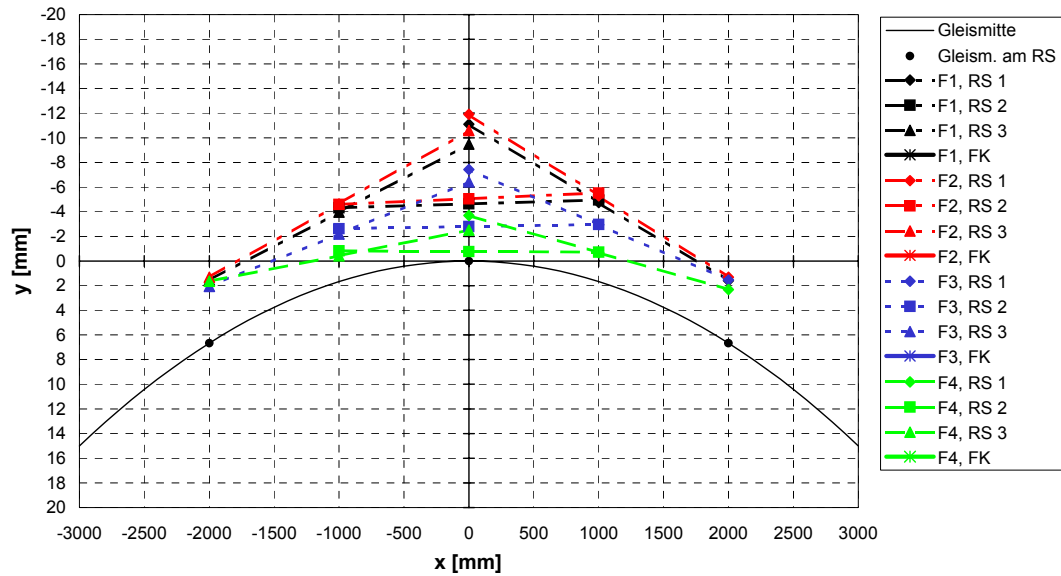


Bild 6.3.8: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 300$ ,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

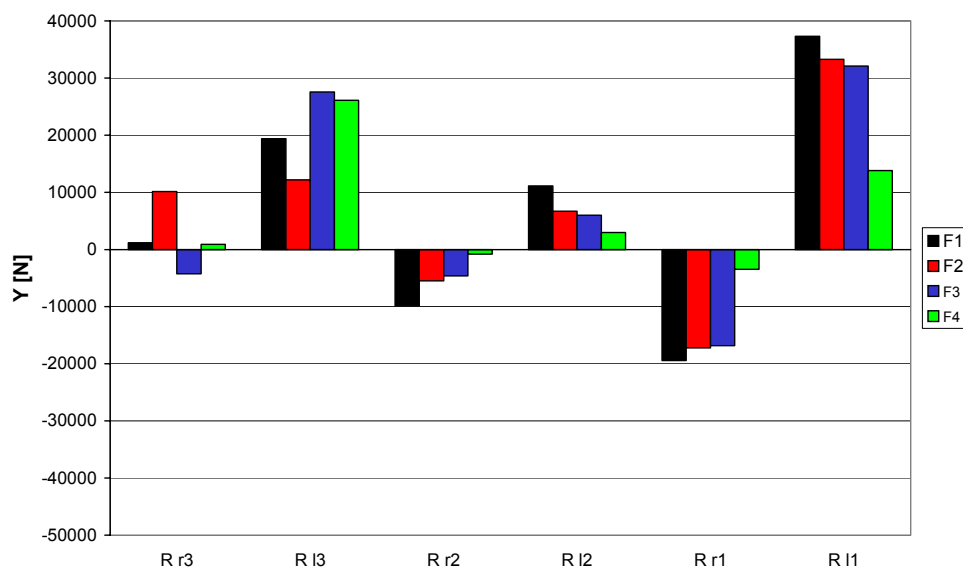
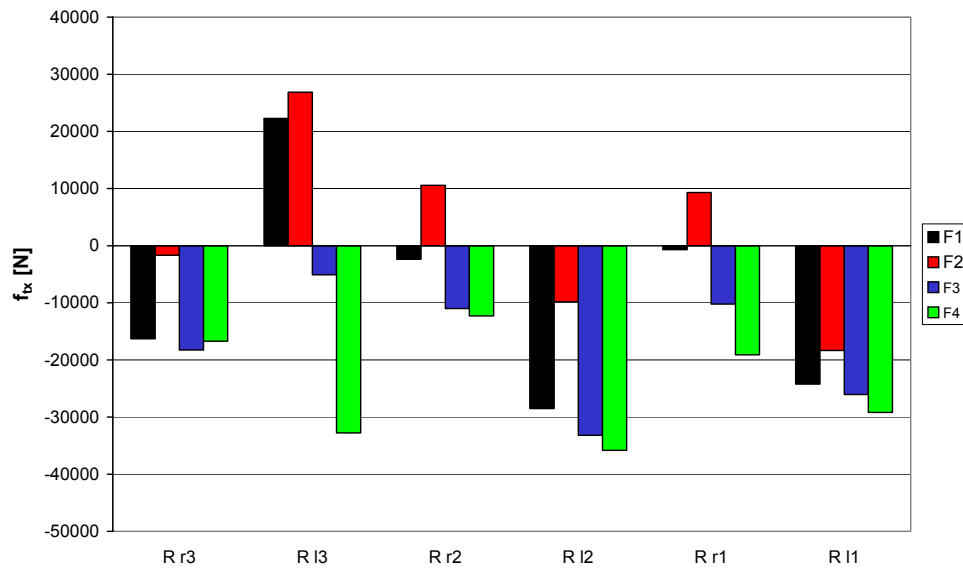
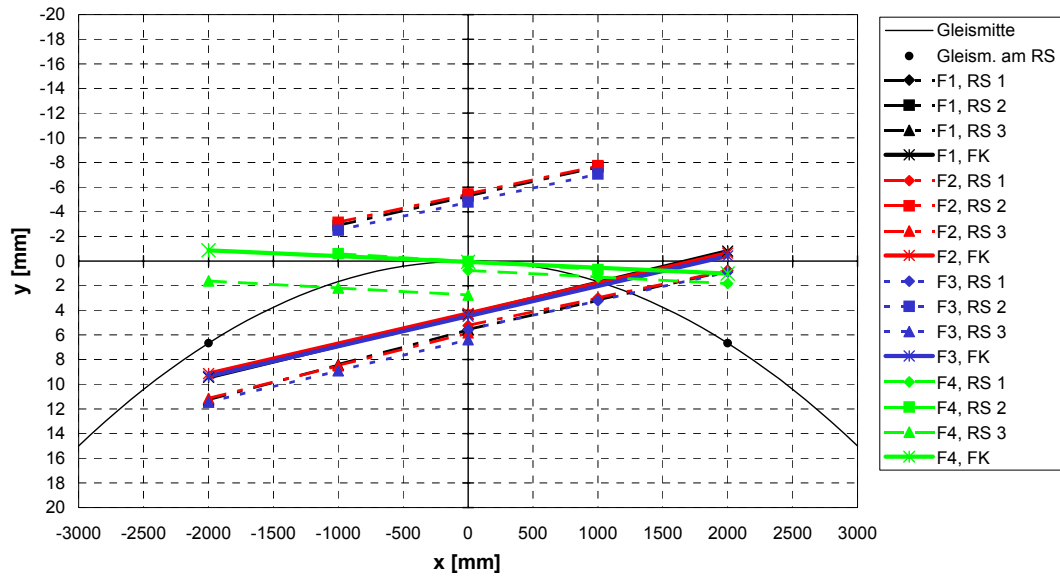


Bild 6.3.9: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 300$ ,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$



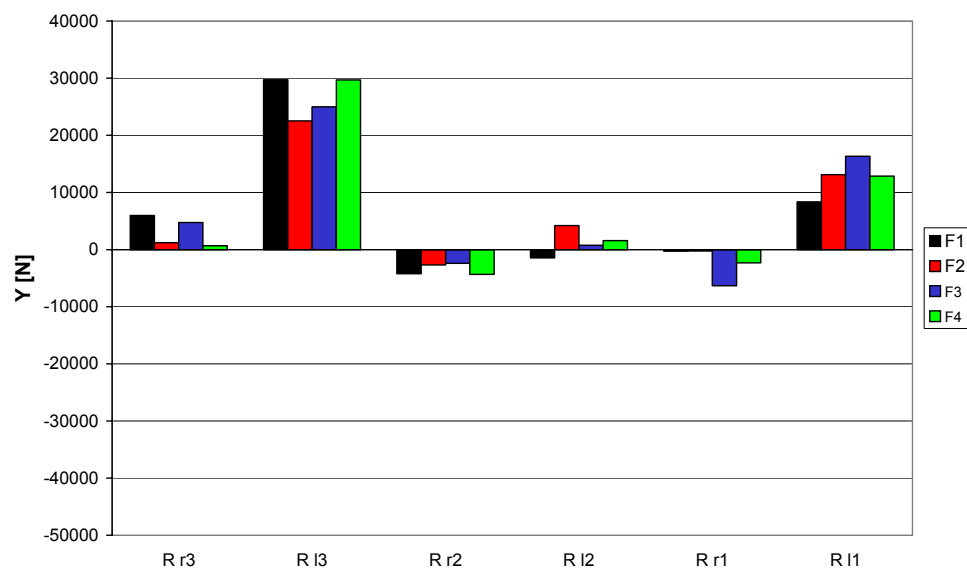
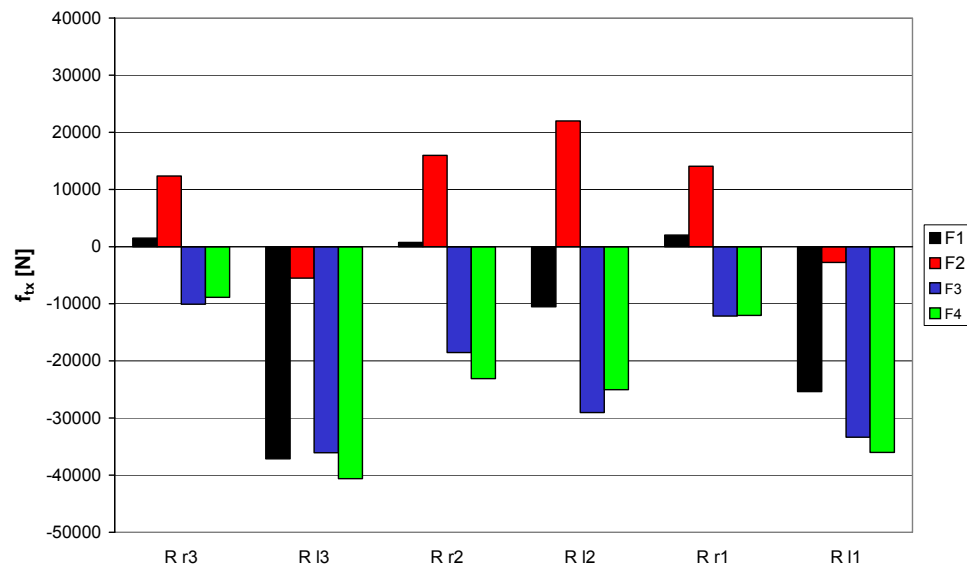
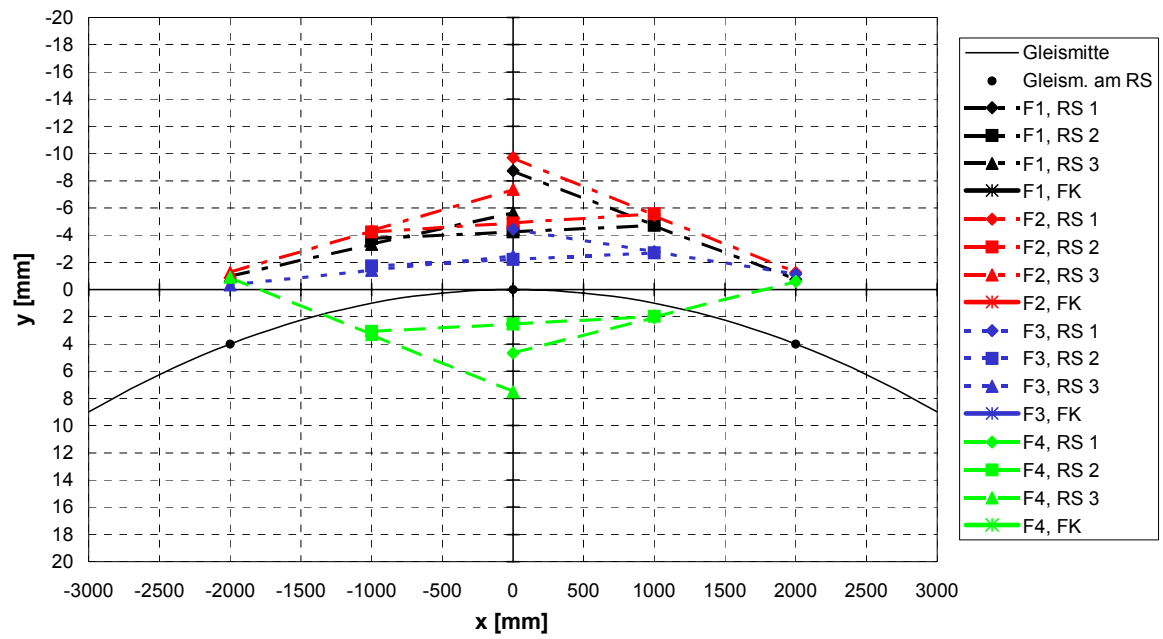


Bild 6.3.10: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 500$ ,  $v = 115$  km/h,  $a_q = 1,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

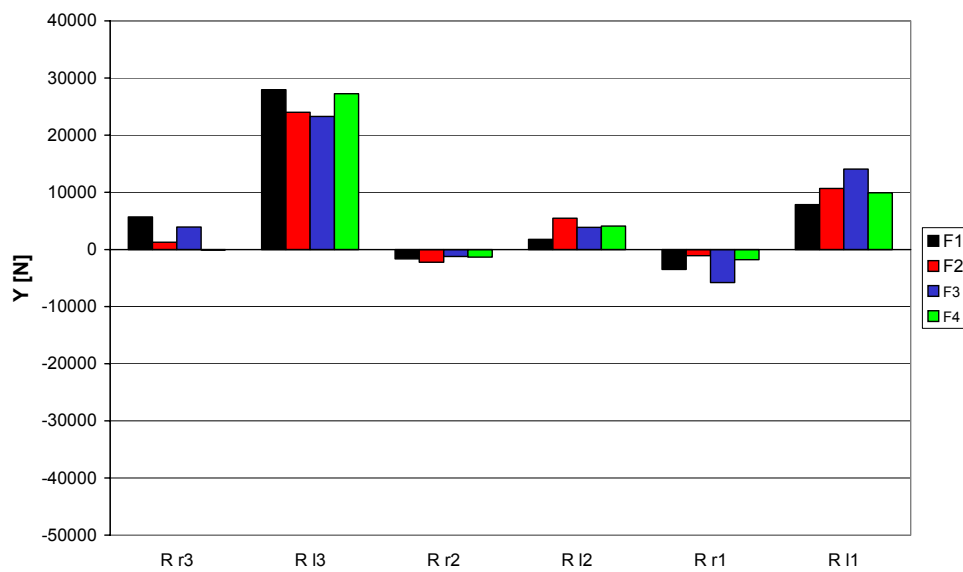
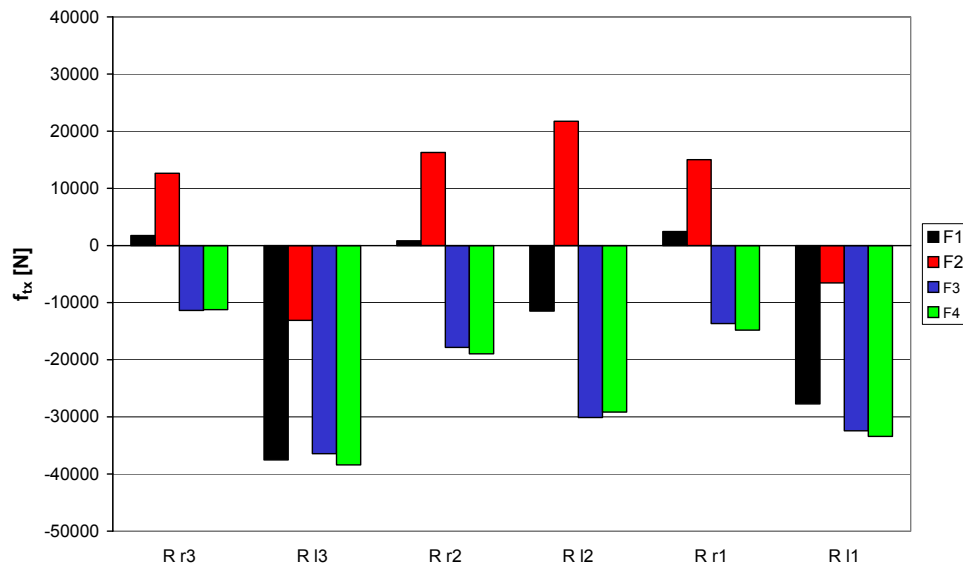
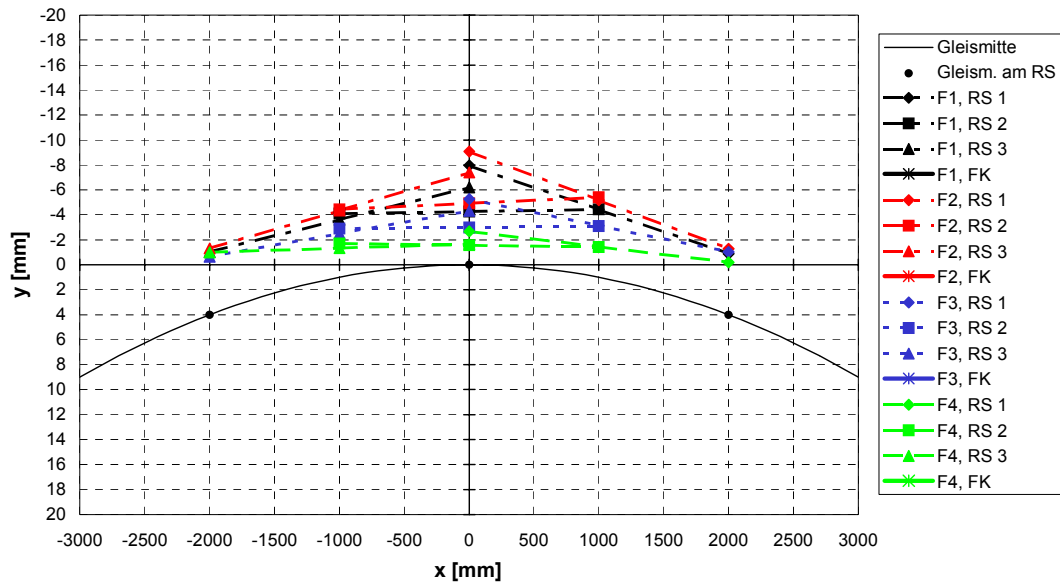


Bild 6.3.11: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 500$ ,  $v = 115$  km/h,  $a_q = 1,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

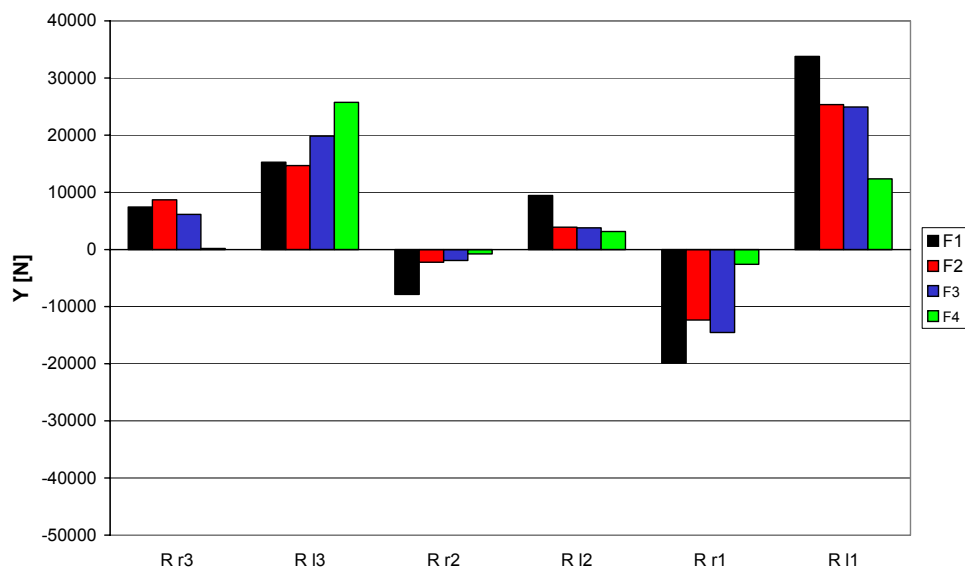
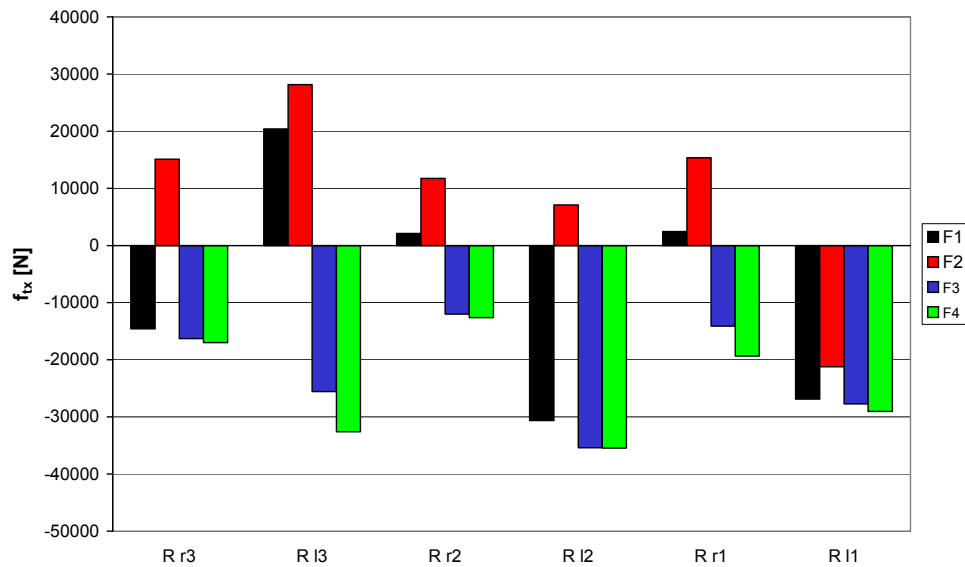
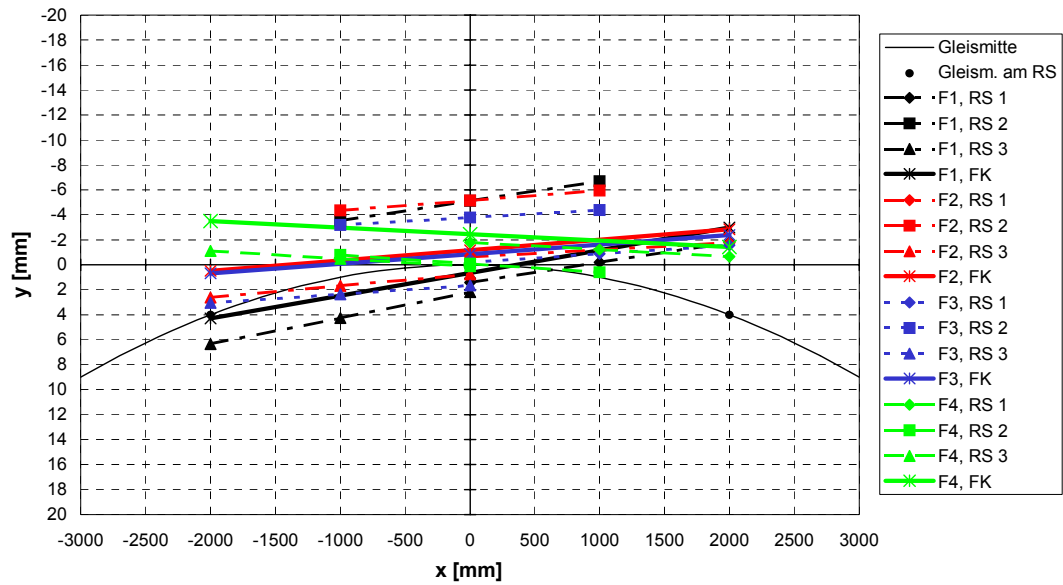


Bild 6.3.12: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 500$ ,  $v = 115 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 1,06 \text{ m/s}^2$   
 F1:  $\Delta v/v = 0$ , F2:  $\Delta v/v = -0,005$ , F3:  $\Delta v/v = 0,005$ , F4:  $\Delta v/v = 0,05$

## 6.4 Abgeminderte Kalkerkoeffizienten

Kapitel 5.4 beschreibt den Einfluss abgeminderter Kalkerkoeffizienten auf die Stabilität. In diesem Kapitel wird der Frage nachgegangen, in wie weit sie eine Auswirkung auf die Fahrt durch den Gleisbogen haben.

Wie in Kapitel 5.4 werden folgende zwei Fälle verglichen:

Fall F1:  $f_{ak} = 1$  ,

Fall F2:  $f_{ak} = 0,5$  .

Der Fall F1 ist wieder der Grundzustand aus Kapitel 6.2.

Die Ergebnisse werden wieder an Hand der Stellungsbilder, der Längsreibkräfte  $f_{tx}$  und der Führungskräfte  $Y$  für die unausgeglichene Querbeschleunigungen  $a_q \approx 0$  und  $1 \text{ m/s}^2$ , sowie für die Bogenradien 300 und 500m dargestellt. Wesentliche Ergebnisse im 800m-Bogen werden nur im Text angegeben.

### Fahrt durch den engen Bogen

Das Verhalten im engen Gleisbogen wird im 300m-Bogen untersucht.

#### Variante 1b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.4.1 angegeben.

Variante 1b	R = 300 m	$f_{ak}$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
60	-0,06	F1	-4,4	-4,5	-4,2	0,0	0,1	-0,5	Bild 6.4.1
		F2	-3,5	-3,8	-2,7	0,3	-0,1	-1,2	
90	1,10	F1	-4,9	-4,6	-5,1	0,1	-0,6	1,3	Bild 6.4.7
		F2	-5,0	-4,4	-4,9	-0,1	-0,5	0,9	

Tabelle 6.4.1 Bogenstellung, Variante 1b, R = 300 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze    stehen im Fall F2 etwas weiter innen. Sowohl der Abminderungsfaktor als auch die andere Stellung verändern die Kräfte. Sie waren klein und bleiben auf niedrigem Niveau. Eine einheitliche Tendenz ist nicht festzustellen.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze:    Die Stellung ist in beiden Fällen praktisch gleich. Die Beträge der Längsreibkräfte sind alle kleiner. Die Beträge

der Führungskräfte sind teils größer teils kleiner; Die größte Führungskraft am Rad 3 links nimmt ab.

**Radsatz 3:** Am Rad 3 links wirkt neben der größten Führungskraft auch die größte betragsmäßige Längsreibungskraft. Im Fall F1 beträgt die Kraftschlussbeanspruchung  $\Phi$  nach Gleichung (4.5.4) 0,88. Im Fall 2 dagegen nur 0,46. Durch die Abminderung der Kalkerkoeffizienten ist man noch weit von der Sättigung weg, und die Kräfte werden deutlich kleiner.

### Variante 2b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.4.2 angegeben.

Variante 2b	R = 300 m	f <sub>ak</sub>	Δy [mm]			Δψ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	a <sub>q</sub> [m/s²]	Fall							
60	-0,06	F1	-4,5	-4,5	-4,1	0,0	-0,1	-0,4	Bild 6.4.2
		F2	-4,2	-4,0	-2,9	0,1	-0,4	-0,9	
90	1,10	F1	-5,1	-4,6	-5,1	-0,3	-0,3	1,1	Bild 6.4.8
		F2	-5,0	-4,5	-5,0	-0,4	-0,3	0,9	

Tabelle 6.4.2 Bogenstellung, Variante 2b, R = 300 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$       Radsatz 1 und 2    sind im Fall F2 wenig und  
                                  Radsatz 3            etwas weiter nach innen verschoben.  
                                  Alle Radsätze:    Wie in Variante 1b waren die Kräfte im Fall F1 klein und bleiben auch im Fall F2 auf niedrigem Niveau.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$       Alle Radsätze    verhalten sich wie in Variante 1b. Die Beträge der Längsreibungskräfte sind im Fall F2 alle kleiner. Die Beträge der Führungskräfte sind teils größer teils kleiner; die größte Führungskraft am Rad 3 links nimmt ab.

### Variante 3b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.4.3 angegeben.

Variante 3b	R = 300 m	f <sub>ak</sub>	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	a <sub>q</sub> [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
60	-0,06	F1	-5,8	-5,5	5,4	-9,4	-2,8	3,5	Bild 6.4.3
		F2	-5,8	-5,4	5,3	-9,4	-2,7	3,6	
90	1,10	F1	-5,9	-5,3	4,6	-9,1	-2,4	3,8	Bild 6.4.9
		F2	-5,9	-5,1	4,2	-9,0	-2,3	4,0	

Tabelle 6.4.3 Bogenstellung, Variante 3b, R = 300 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze haben in beiden Fällen die gleiche Stellung. Durch den Abminderungsfaktor werden sowohl die Beträge der Längsreib- als auch der Führungskräfte kleiner. Im Gegensatz zu Variante 1b und 2b sind die Kräfte größer.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Stellung ist im Fall F2 praktisch unverändert, Radsatz 3 fährt etwas weiter außen. Die Beträge der Längsreibkräfte sind alle kleiner. Die Beträge der Führungskräfte sind bis auf Rad 3 rechts auch kleiner. Die Kräfte, die nahe der Sättigung sind oder sie erreicht haben, verändern sich kaum.

### Fahrt durch Bögen mit größeren Radien

Das Verhalten in Gleisbögen mit größeren Radien wird im 500m- und 800m-Bogen untersucht.

#### Variante 1b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.4.4 angegeben.

Variante 1b	R = 500 m	f <sub>ak</sub>	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	a <sub>q</sub> [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
80	0,01	F1	-3,6	-3,6	-3,5	0,0	0,0	-0,1	Bild 6.4.4
		F2	-2,7	-2,9	-2,4	0,1	-0,1	-0,5	
115	1,06	F1	-4,7	-4,2	-5,0	0,0	-0,5	1,7	Bild 6.4.10
		F2	-4,9	-4,1	-4,9	-0,3	-0,5	1,4	

Variante 1b	R = 800 m	$f_{ak}$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-2,4	-2,4	-2,3	0,0	0,0	-0,1
		F2	-1,6	-1,7	-1,4	0,1	0,0	-0,4
145	1,05	F1	-4,6	-3,9	-4,9	-0,2	-0,4	1,9
		F2	-4,8	-3,8	-4,8	-0,5	-0,4	1,7

Tabelle 6.4.4 Bogenstellung, Variante 1b, R = 500 m und 800 m

- $a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze    fahren im Fall F2 auch in den größeren Bögen etwas weiter innen. Das Kraftniveau ist noch kleiner.
- $a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze:    Die Stellung ist in beiden Fällen wieder praktisch gleich. Die Tendenzen sind wie im 300m-Bogen, im Fall F2 sind die Beträge der Längsreibkräfte alle kleiner, die der Führungskräfte teils größer, teils kleiner. Die größte Führungskraft am Rad 3 links nimmt ab.

**Variante 2b**

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.4.5 angegeben.

Variante 2b	R = 500 m	$f_{ak}$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
80	0,01	F1	-3,9	-3,7	-3,6	-0,1	-0,1	0,0	Bild 6.4.5
		F2	-3,7	-3,4	-2,9	-0,1	-0,2	-0,3	
115	1,06	F1	-4,9	-4,3	-5,0	-0,5	-0,2	1,4	Bild 6.4.11
		F2	-4,9	-4,2	-4,9	-0,6	-0,2	1,2	

Variante 2b	R = 800 m	f <sub>ak</sub>	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	a <sub>q</sub> [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-2,9	-2,7	-2,7	-0,1	0,0	0,0
		F2	-2,6	-2,3	-2,0	-0,1	-0,2	-0,2
145	1,05	F1	-4,8	-4,0	-5,0	-0,6	0,0	1,6
		F2	-4,8	-3,9	-4,9	-0,7	-0,1	1,4

Tabelle 6.4.5 Bogenstellung, Variante 2b, R = 500 m und 800 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze verhalten sich ähnlich wie im 300m-Bogen. Das Kraftniveau ist noch kleiner.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Tendenzen sind wie im 300m-Bogen. Die Stellung ist in beiden Fällen praktisch gleich. Im Fall F2 sind die Beträge der Längsreibkräfte alle kleiner, die der Führungskräfte teils größer, teils kleiner. Die größte Führungskraft am Rad 3 links nimmt ab.

### Variante 3b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.4.6 angegeben.

Variante 3b	R = 500 m	f <sub>ak</sub>	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	a <sub>q</sub> [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							Diagramme
80	0,01	F1	-5,7	-5,4	4,7	-6,4	-2,4	1,1	Bild 6.4.6
		F2	-5,6	-5,2	4,6	-6,3	-2,3	1,3	
115	1,06	F1	-5,8	-5,1	2,3	-5,6	-1,6	1,9	Bild 6.4.12
		F2	-5,7	-4,7	0,4	-5,1	-1,2	2,6	



Variante 3b	R = 800 m	$f_{ak}$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-5,6	-5,3	2,7	-4,2	-1,6	0,4
		F2	-5,4	-5,0	2,3	-4,0	-1,5	0,7
145	1,05	F1	-5,6	-4,7	-0,5	-3,1	-0,6	1,5
		F2	-5,5	-3,4	-3,0	-2,5	-0,2	2,2

Tabelle 6.4.6 Bogenstellung, Variante 3b, R = 500 m und 800 m

- $a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze    fahren im Fall F2 in etwa der gleichen Stellung durch die größeren Bögen. Die Kräfte nehmen betragsmäßig ab. Nur im 800m-Bogen nimmt Y am Rad 3 links unwesentlich zu.
- $a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$     Radsatz 3    fährt in den größeren Bogenradien im Fall F2 weiter außen.
- Alle Radsätze: Die Längsreibkräfte sind im Fall F2 alle betragsmäßig kleiner. Die meisten Beträge der Führungskräfte sind kleiner. Im 500m-Bogen ist Y am Rad 3 rechts und im 800m-Bogen am Rad 3 links etwas größer.

### Zusammenfassung

Das prinzipielle Stellungsbild der Varianten 1b, Ideale Radialsteuerung, und 2b, Kombinierte Radsatzführung, im Bogen wird durch die Halbierung der Kalkerkoeffizienten nicht verändert. Die Variante 3b, Konventionelle Radsatzführung, schwenkt dadurch bei hoher Querbeschleunigung in den größeren Bögen weiter von der Spießgangstellung weg.

Wenn die Kalkerkoeffizienten abgemindert werden, sind die Längsreibkräfte und Führungskräfte im allgemeinen kleiner. Durch das geringere Kraftniveau verändert sich in einigen Fällen die Stellung der Radsätze; dadurch kann im Einzelfall auch wieder eine Kraftkomponente an einem Rad größer werden.

Die Kräfte, die weit in der Sättigung sind, verändern sich nicht. Die Abminderung der Kalkerkoeffizienten verringert die Steigung der Reibkraft-Schlupf-Beziehung, nicht aber den Grenzwert. Allerdings wird dadurch der Grenzwert erst bei höheren Schlüpfen erreicht. Auch wenn in der Grundvariante man schon nahe oder in der Sättigung ist, kann durch die Abminderung die Kraftschlussbeanspruchung sinken und damit auch die Reibkräfte reduziert werden.

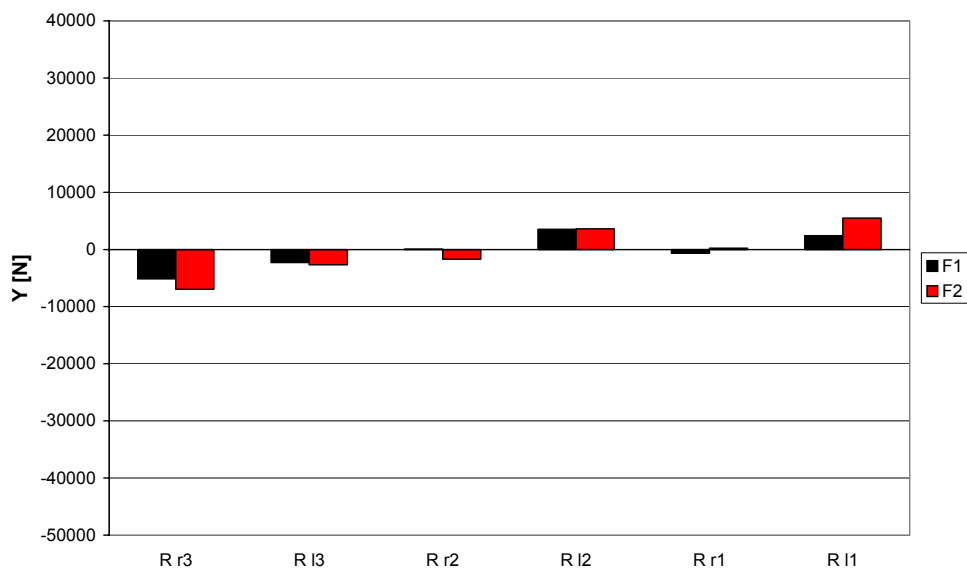
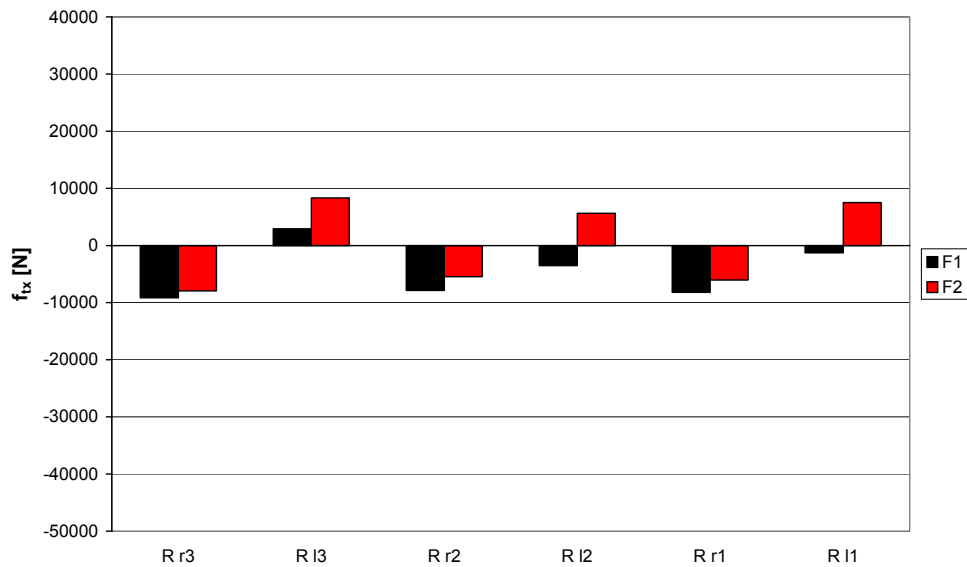
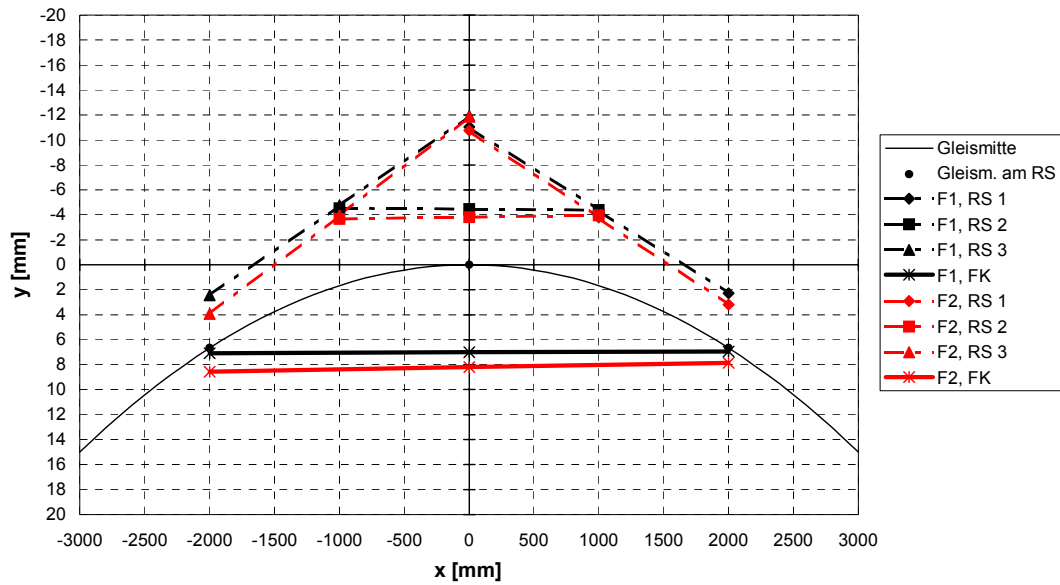


Bild 6.4.1: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 300$ ,  $v = 60$  km/h,  $a_q = -0,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

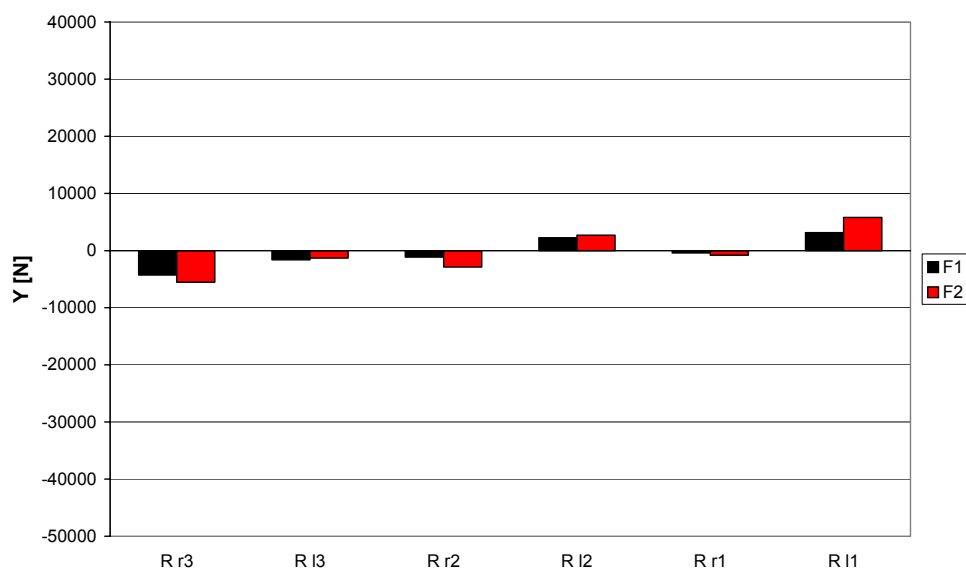
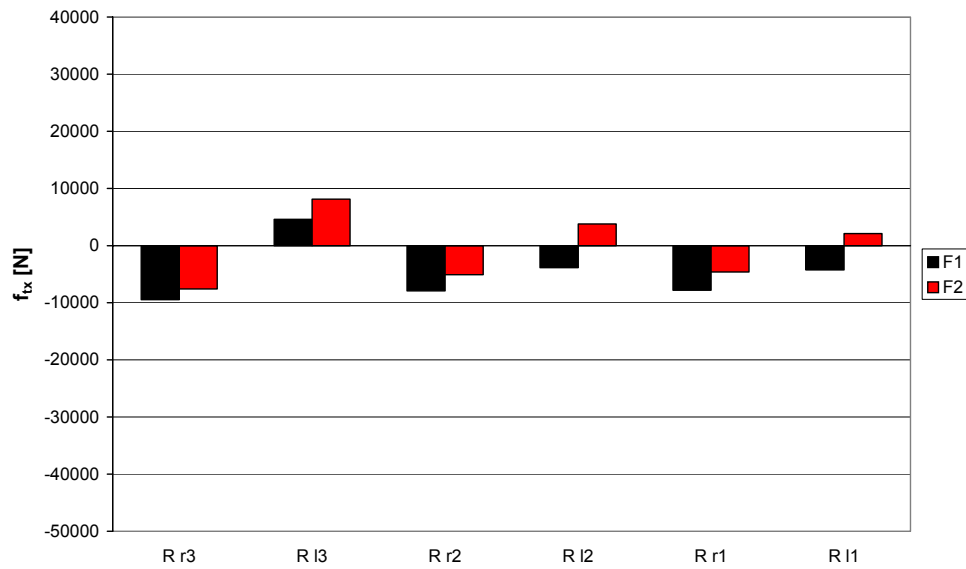
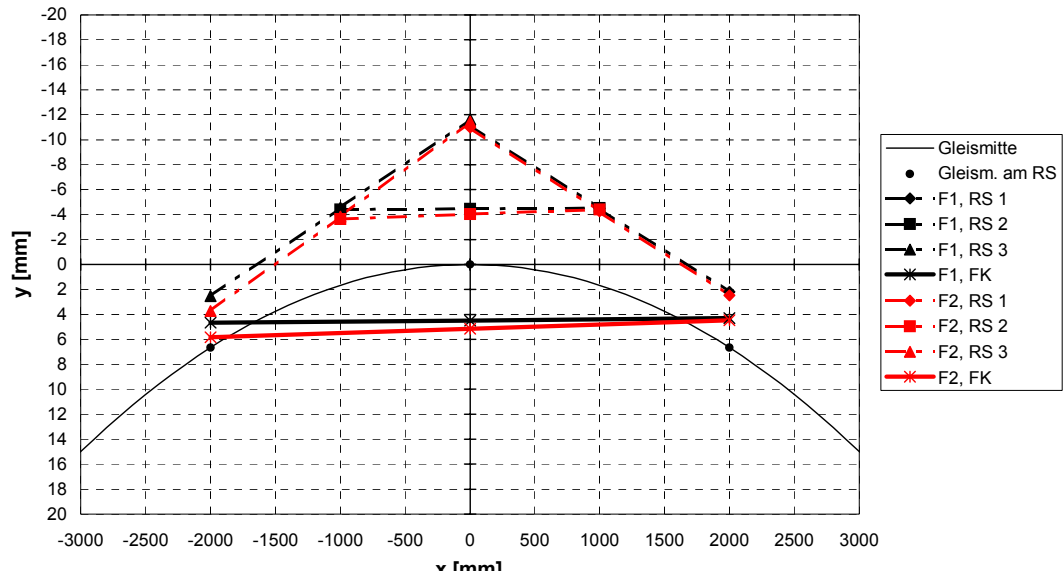


Bild 6.4.2: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 300$ ,  $v = 60$  km/h,  $a_q = -0,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

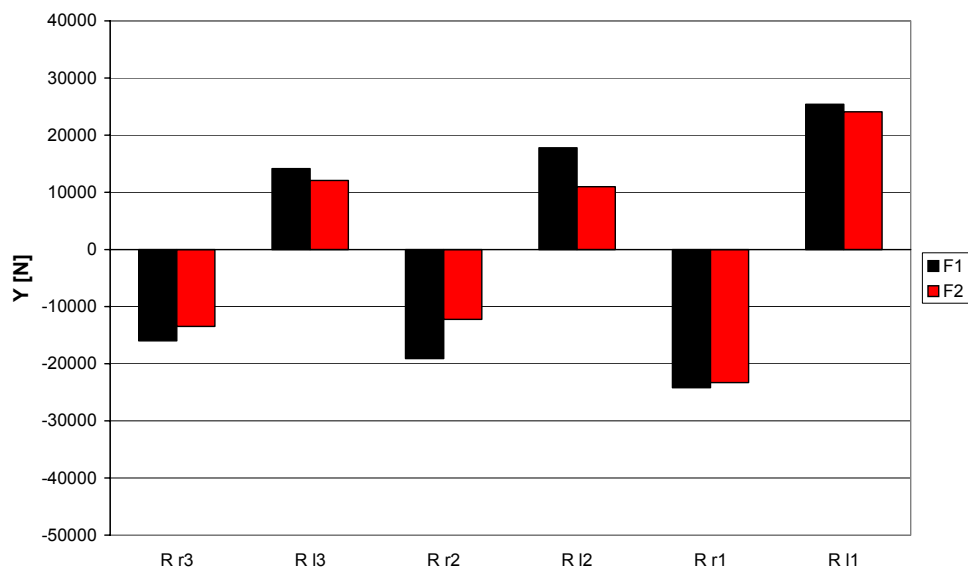
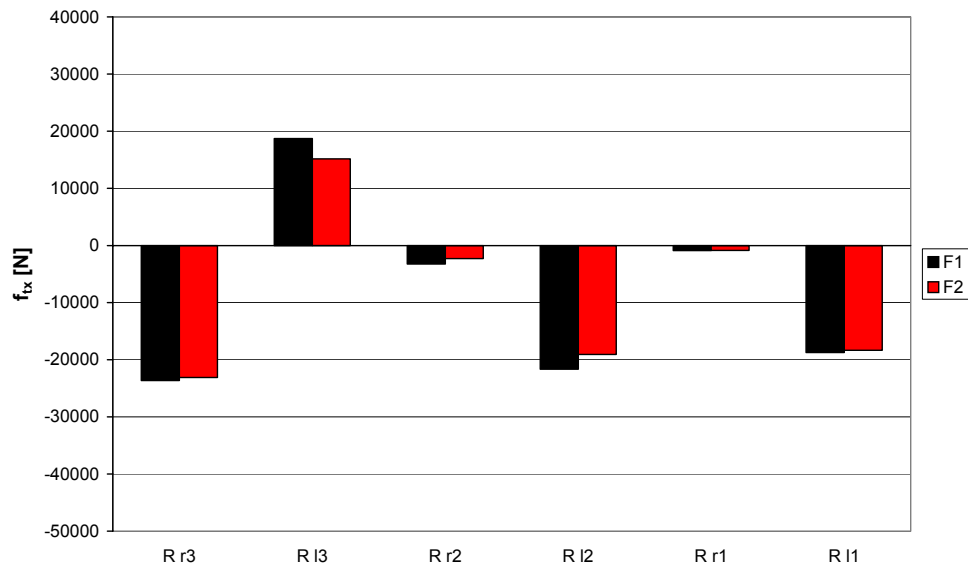
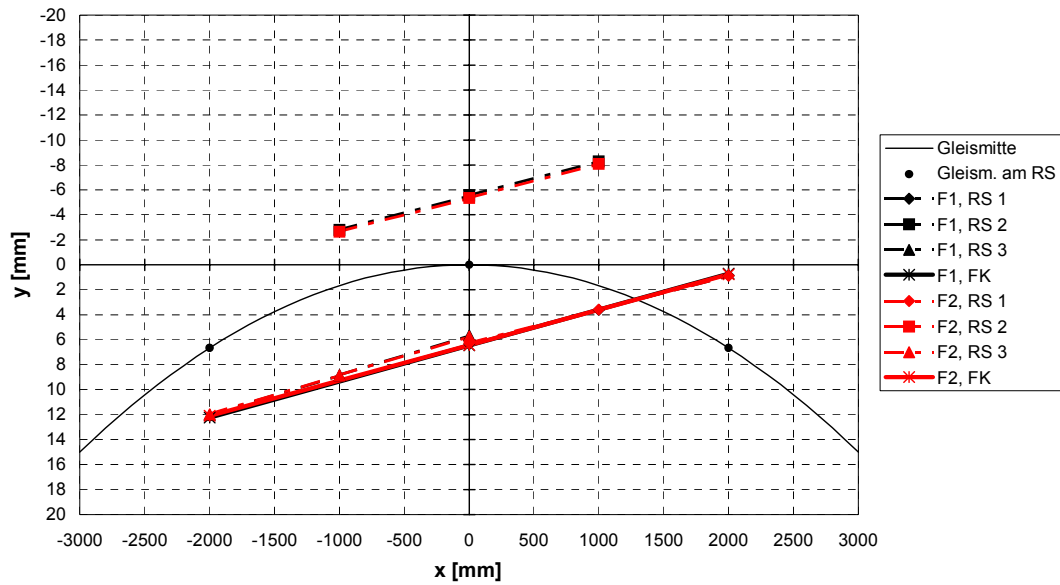


Bild 6.4.3: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 300$ ,  $v = 60$  km/h,  $a_q = -0,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

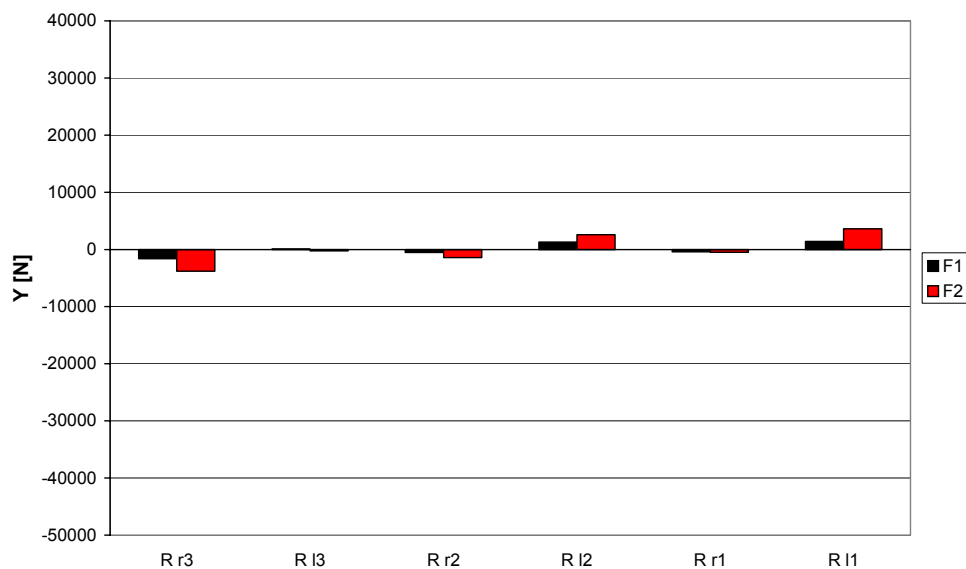
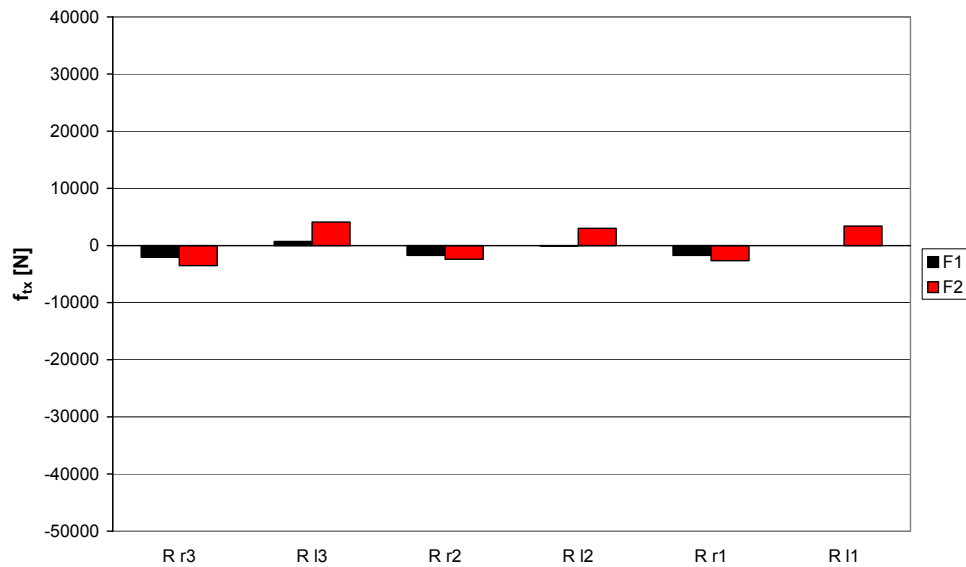
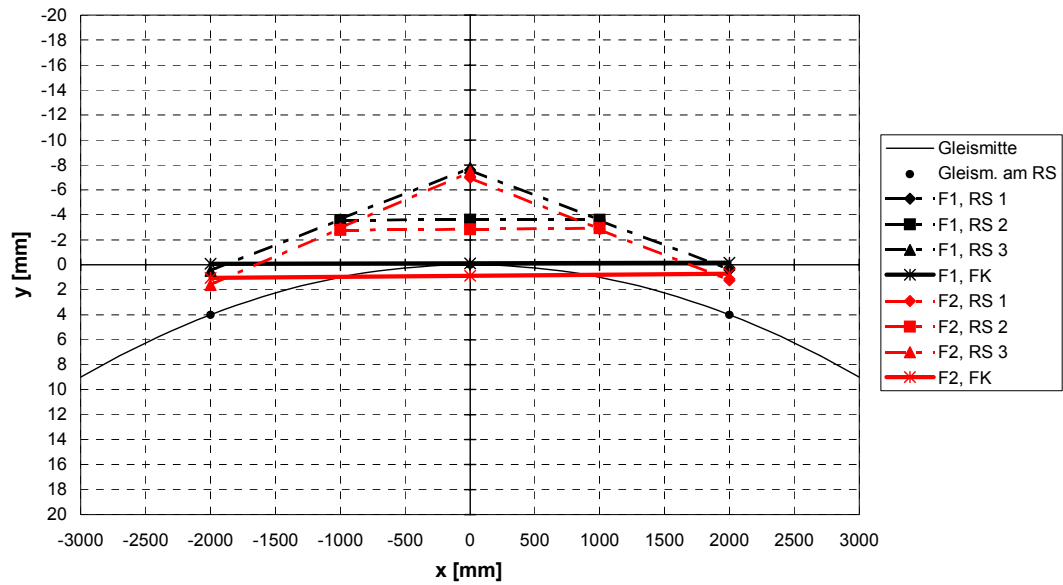


Bild 6.4.4: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

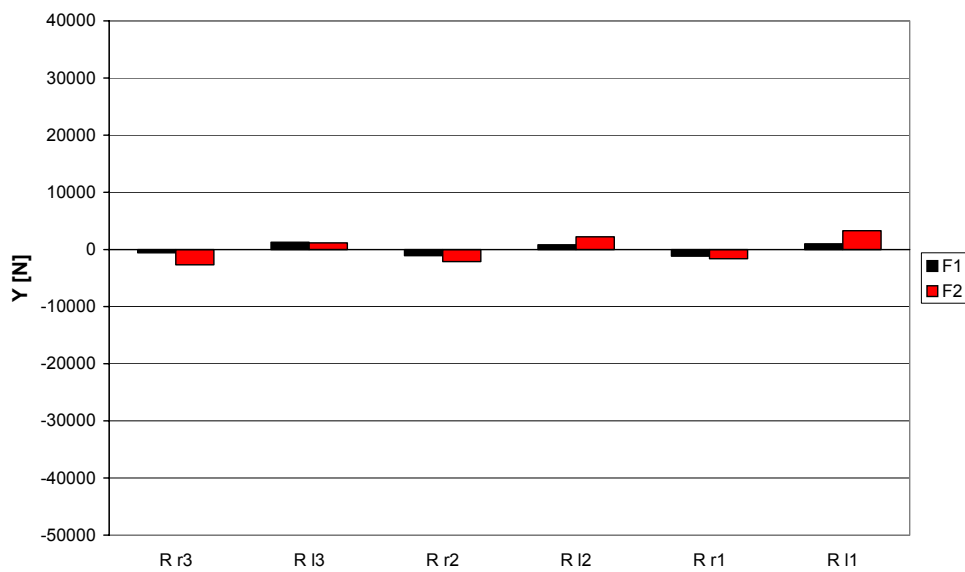
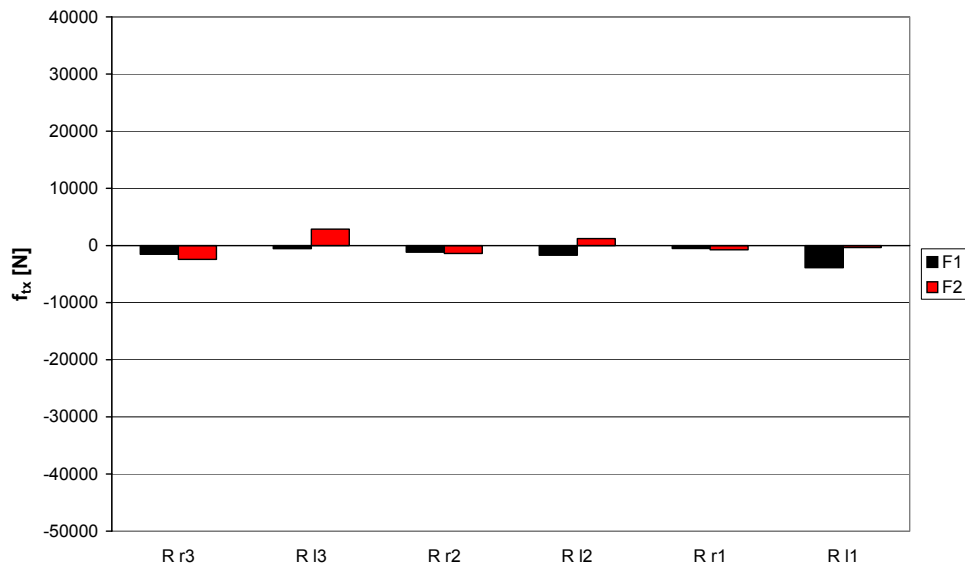
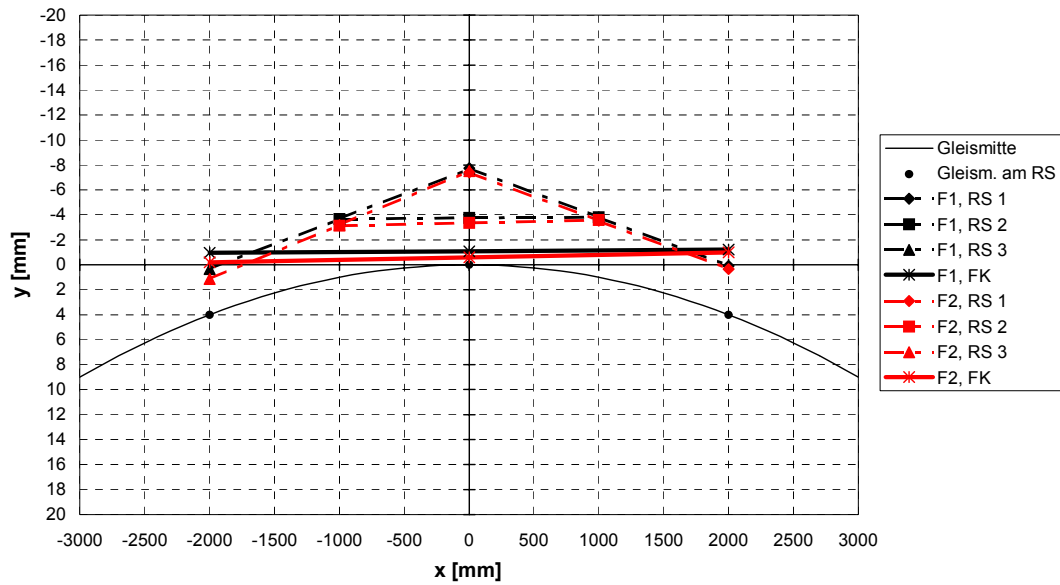


Bild 6.4.5: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

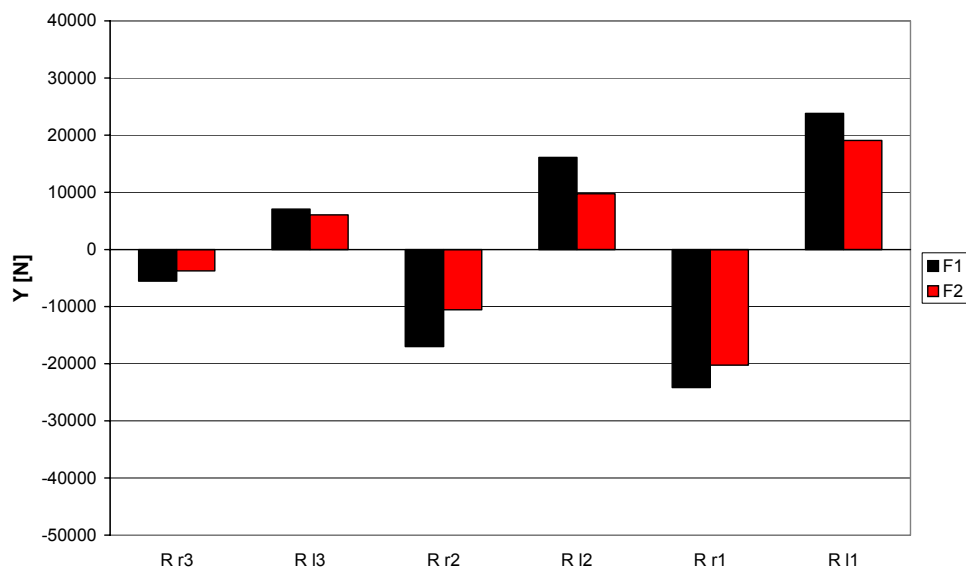
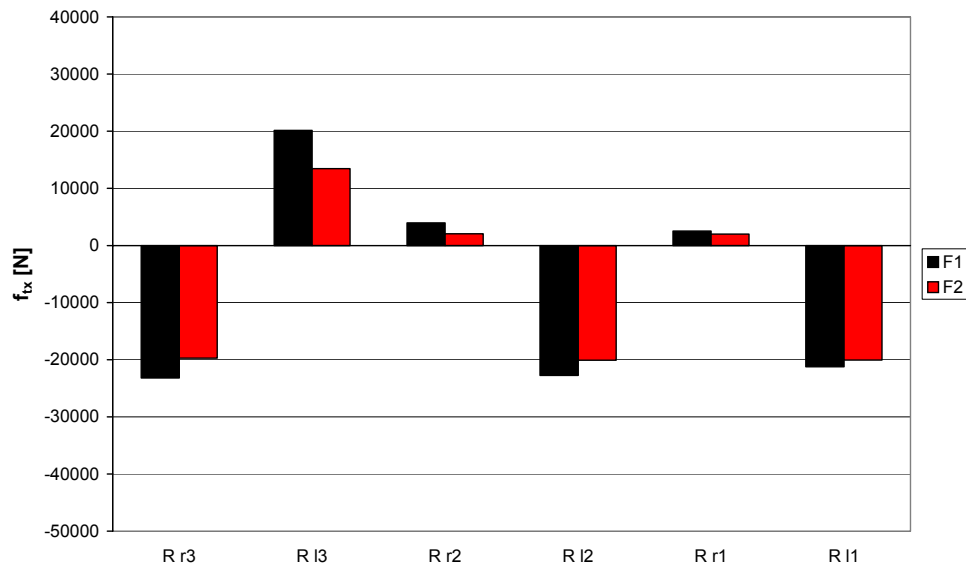
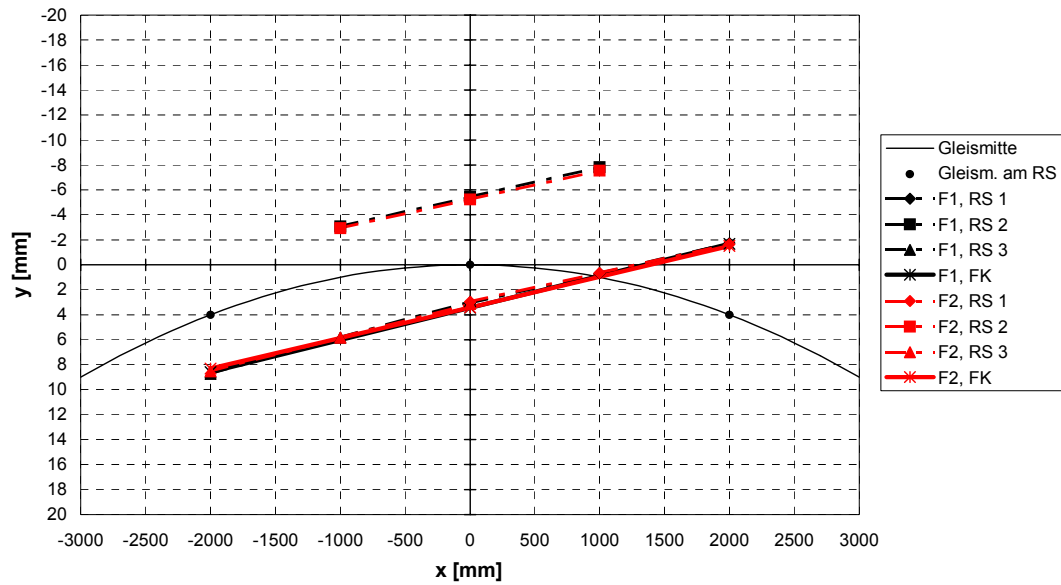


Bild 6.4.6: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

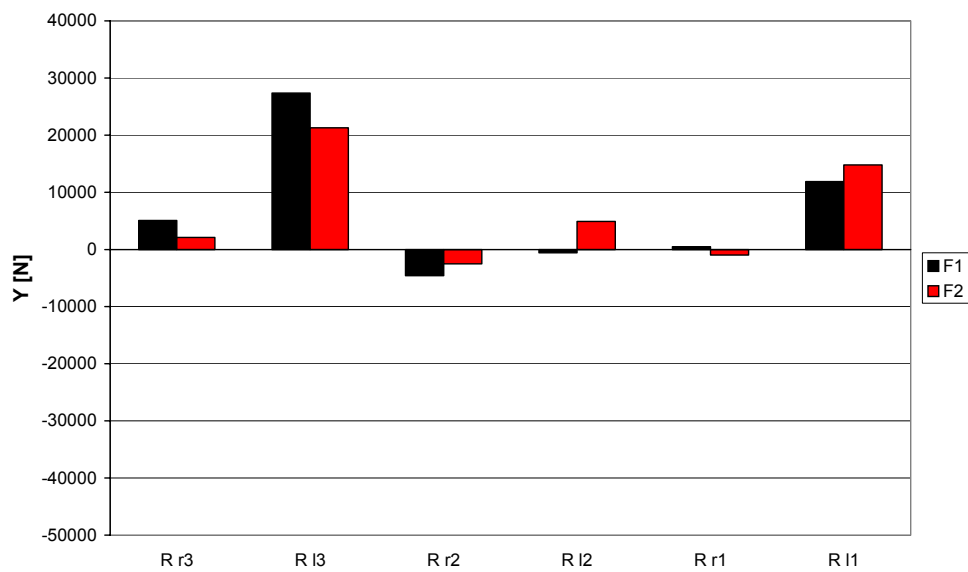
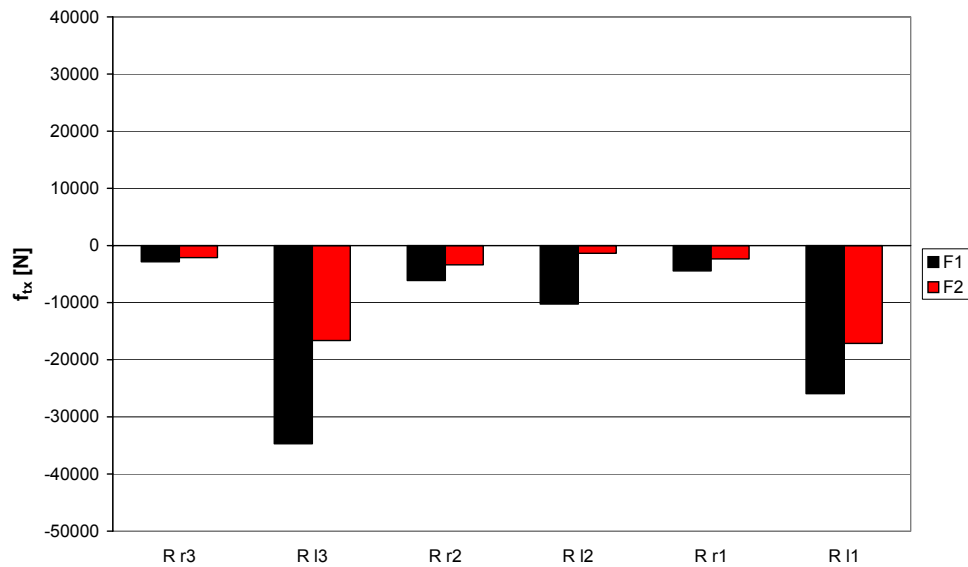
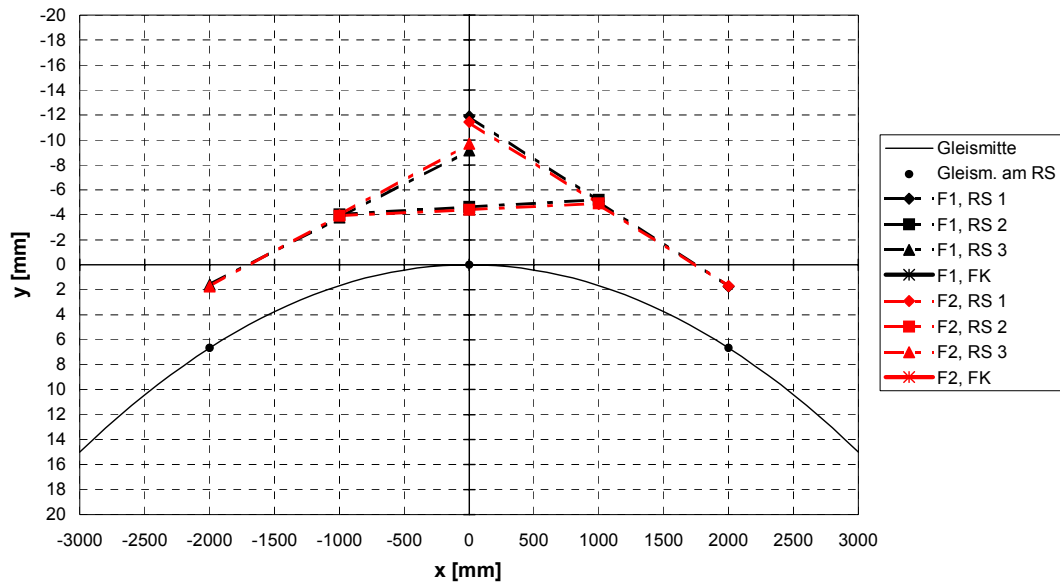


Bild 6.4.7: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 300$ ,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$



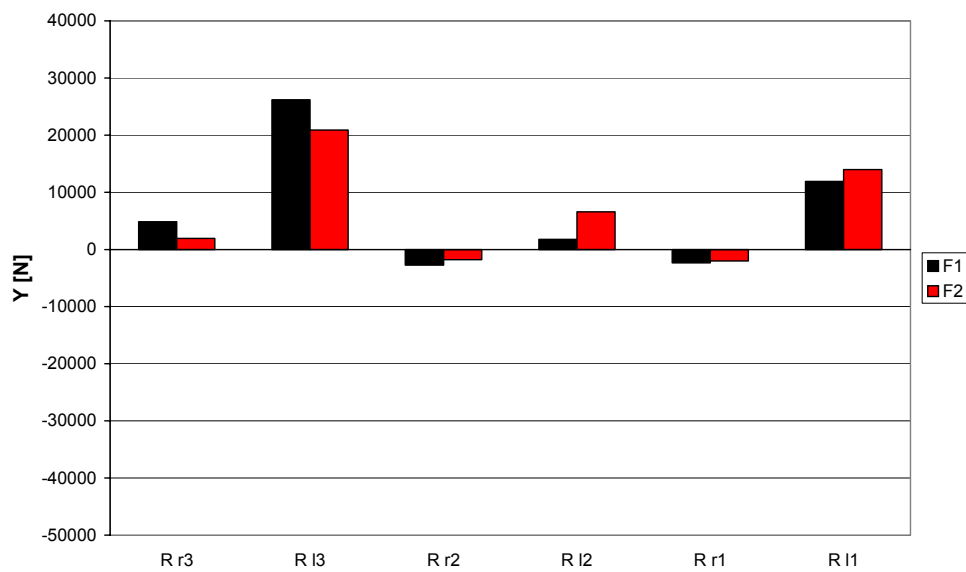
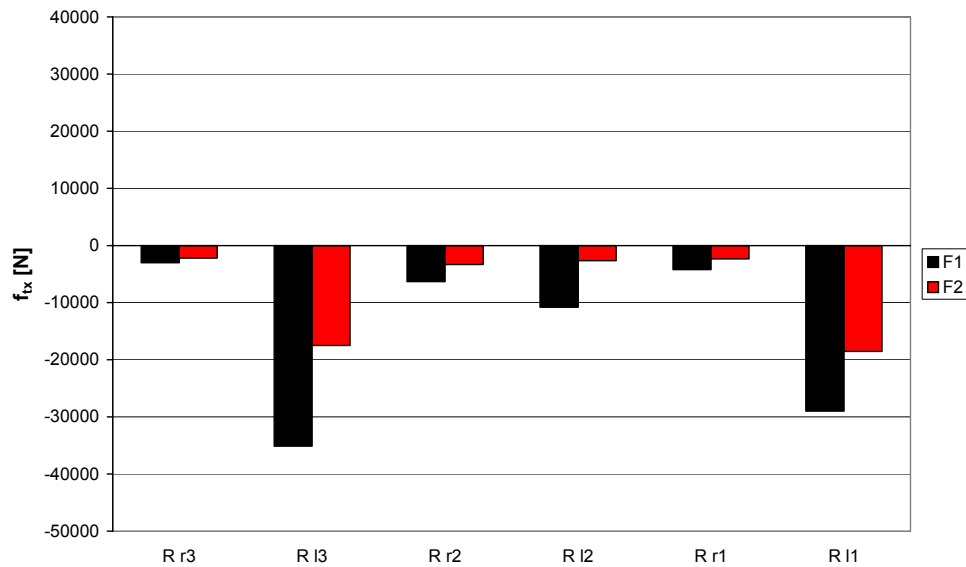
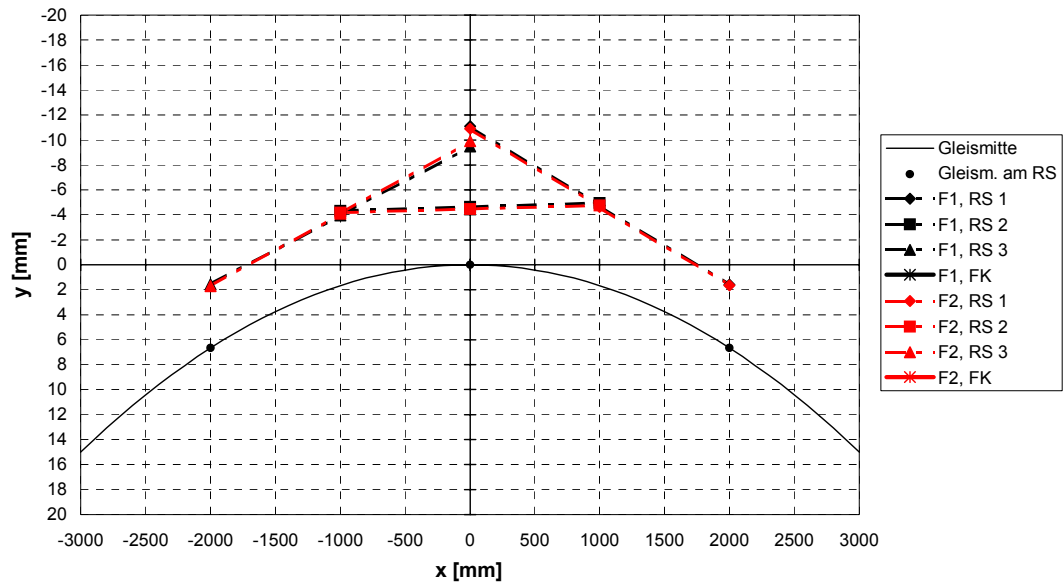


Bild 6.4.8: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 300$ ,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

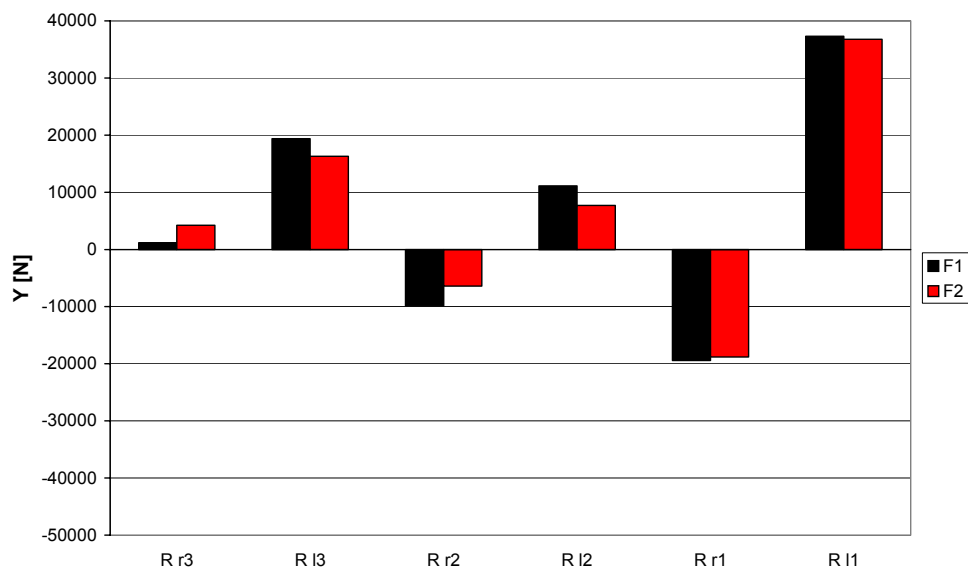
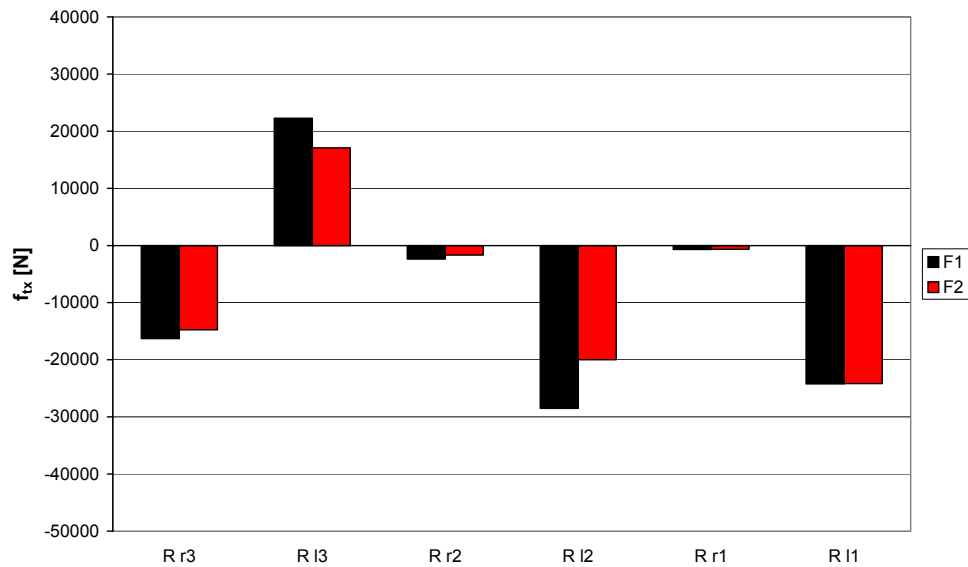
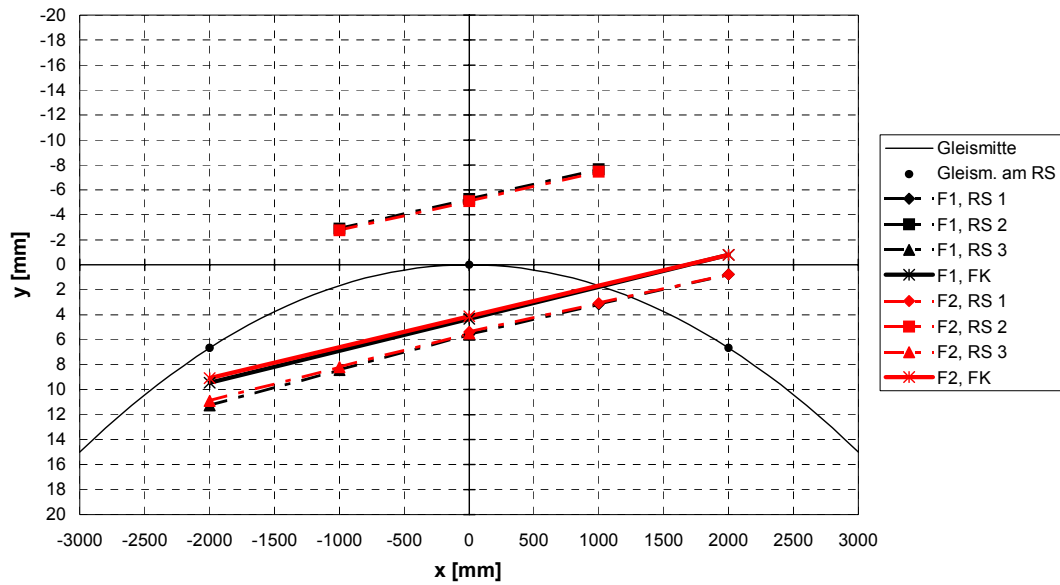


Bild 6.4.9: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 300$ ,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

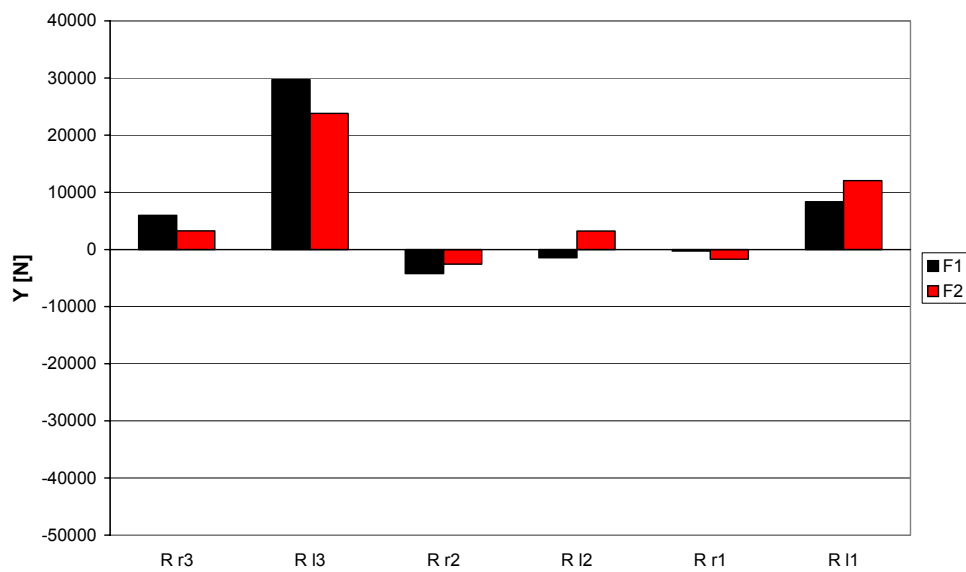
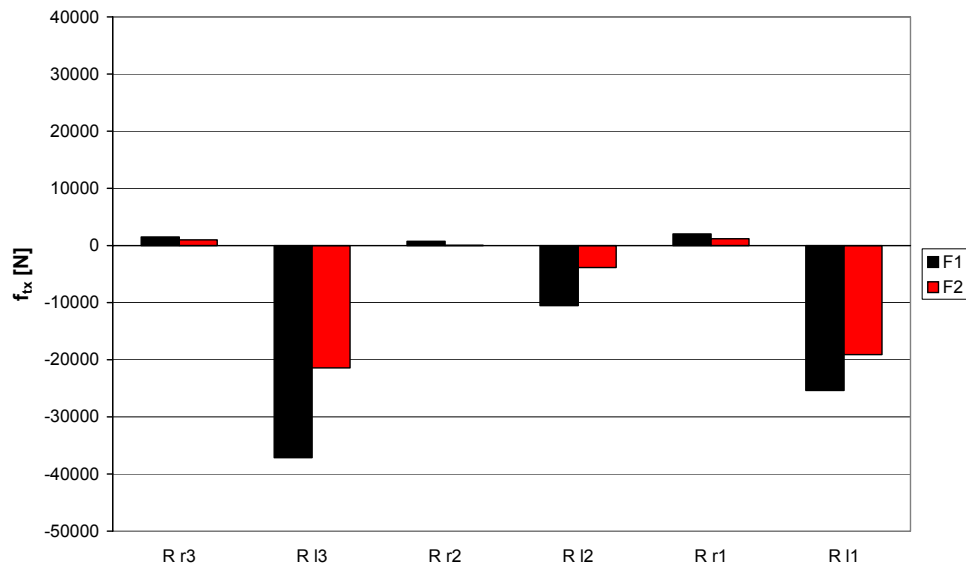
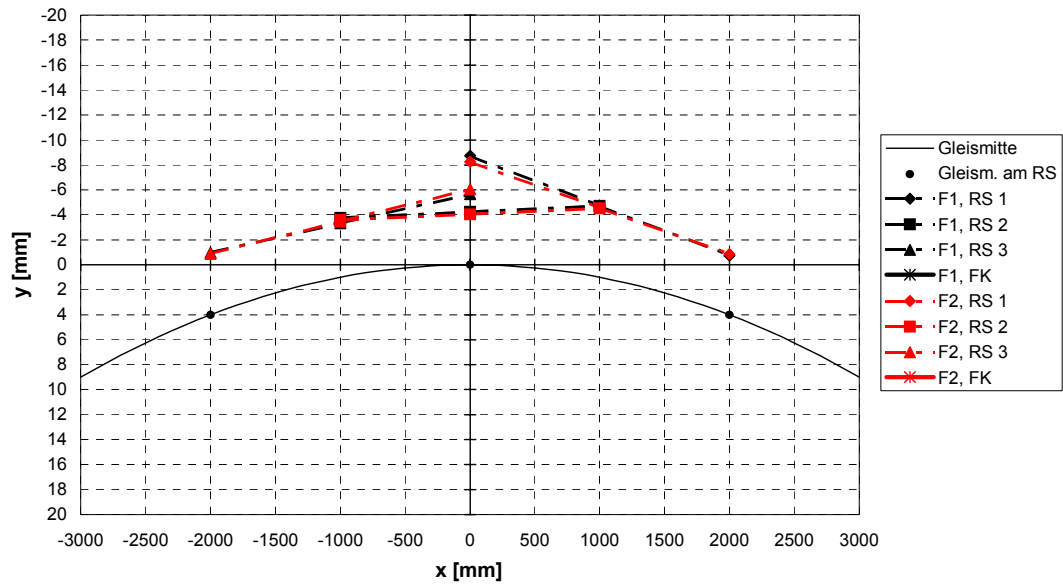


Bild 6.4.10: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 500$ ,  $v = 115 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 1,06 \text{ m/s}^2$   
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

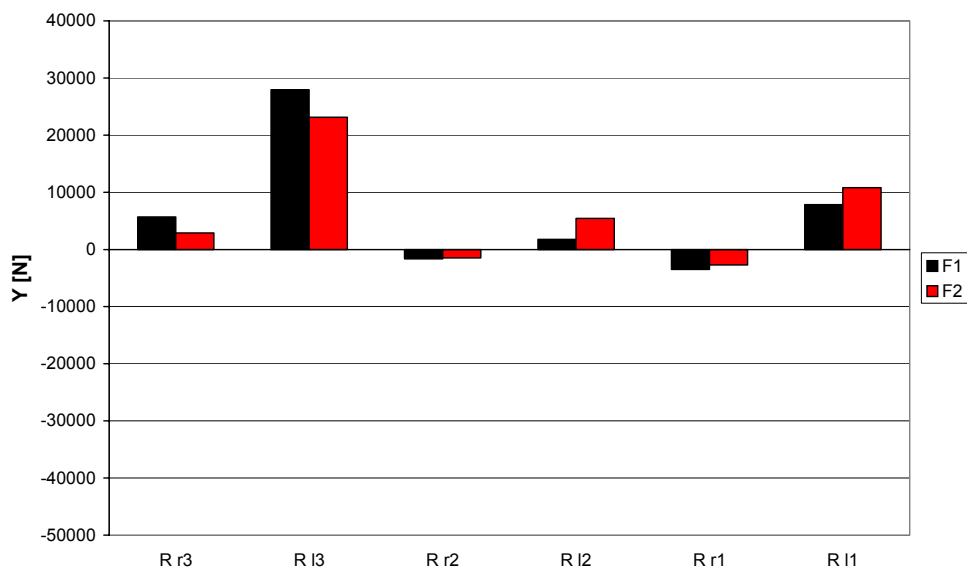
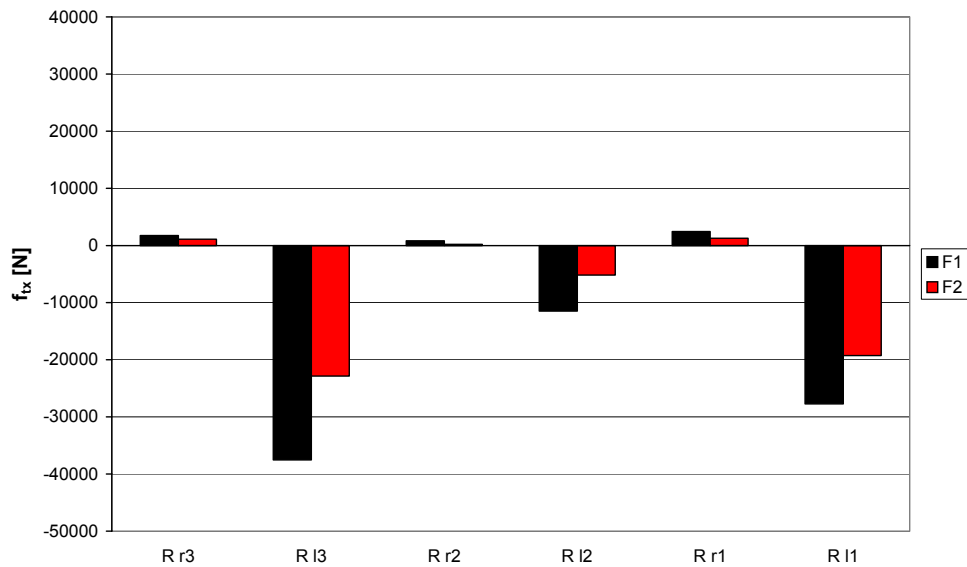
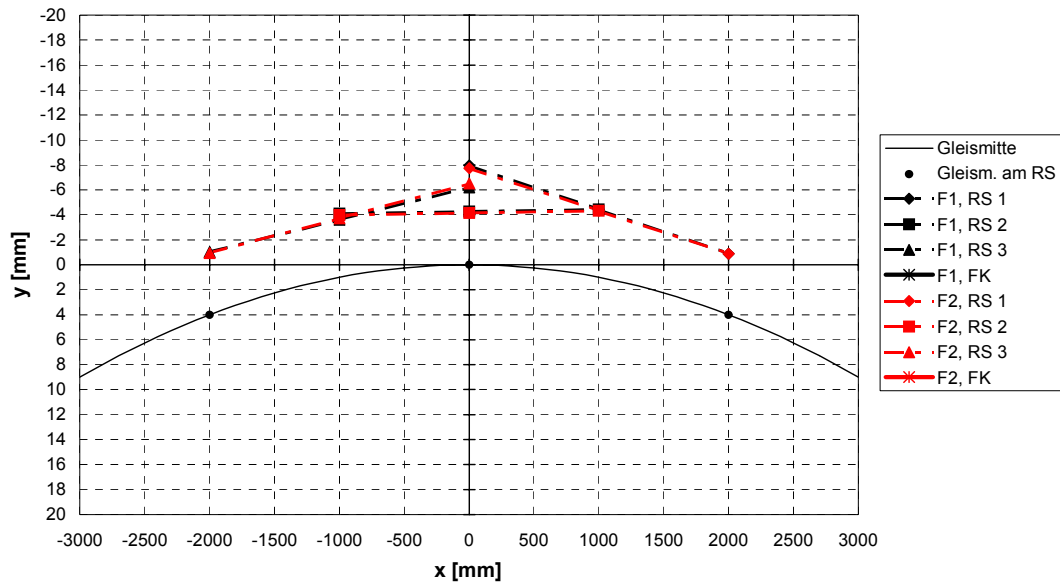


Bild 6.4.11: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 500$ ,  $v = 115$  km/h,  $a_q = 1,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

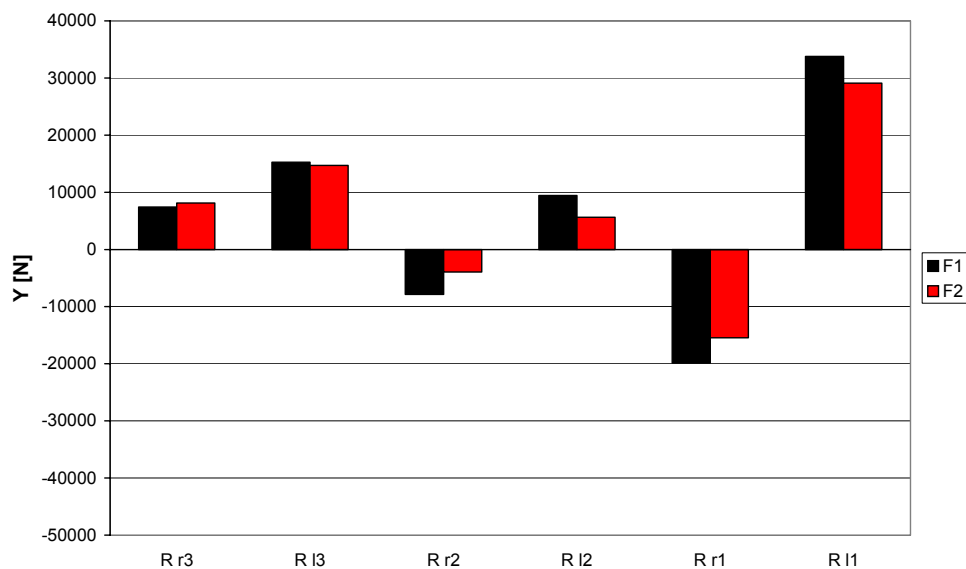
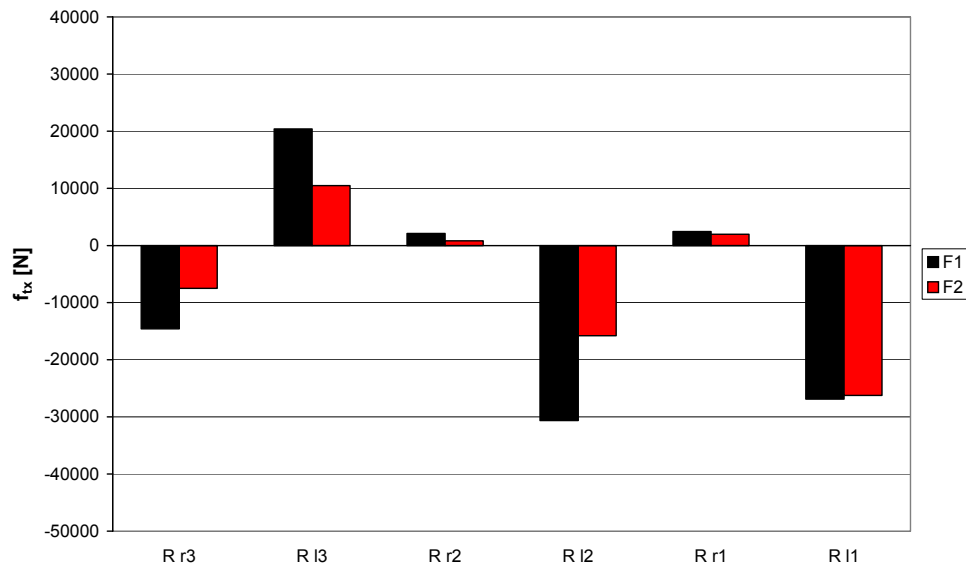
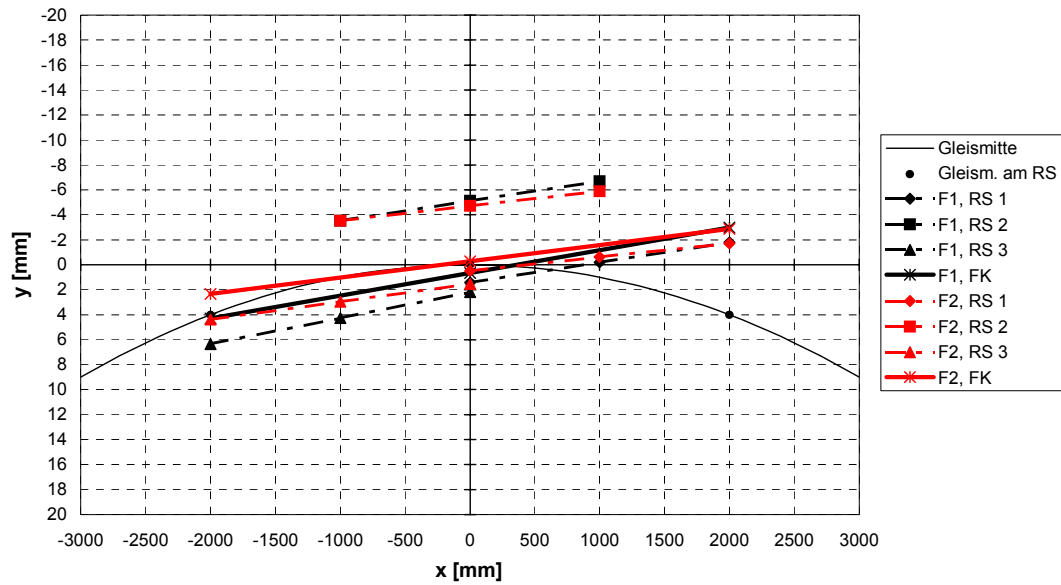


Bild 6.4.12: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 500$ ,  $v = 115$  km/h,  $a_q = 1,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $f_{ak} = 1$ , F2:  $f_{ak} = 0,5$

## 6.5 Grenzreibwert

Das Modell für die Berechnung der Stabilität enthält linearisierte Reibkraft-Schlupf-Beziehungen. Das Modell für die Bogenfahrt ist nichtlinear und berücksichtigt die Sättigung des Kraftschlusses. Der kennzeichnende Parameter ist der Grenzreibwert  $\mu$ . In diesem Kapitel wird sein Einfluss auf die Bogenfahrt untersucht. Es werden folgende zwei Fälle verglichen:

Fall F1:  $\mu = 0,4$  ,

Fall F2:  $\mu = 0,2$  .

Der Fall F1 ist auch hier der Grundzustand aus Kapitel 6.2.

Die Ergebnisse werden wieder an Hand der Stellungsbilder, der Längsreibkräfte  $f_x$  und der Führungskräfte  $Y$  für die unausgeglichene Querbeschleunigungen  $a_q \approx 0$  und  $1 \text{ m/s}^2$ , sowie für die Bogenradien 300 und 500m dargestellt. Wesentliche Ergebnisse im 800m-Bogen werden nur im Text angegeben.

### Fahrt durch den engen Bogen

Das Verhalten im engen Gleisbogen wird im 300m-Bogen untersucht.

#### Variante 1b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.5.1 angegeben.

Variante 1b	R = 300 m	$\mu_g$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
60	-0,06	F1	-4,4	-4,5	-4,2	0,0	0,1	-0,5	Bild 6.5.1
		F2	-4,2	-4,4	-3,8	0,1	0,0	-0,9	
90	1,10	F1	-4,9	-4,6	-5,1	0,1	-0,6	1,3	Bild 6.5.7
		F2	-5,0	-4,5	-5,0	-0,2	-0,4	0,9	

Tabelle 6.5.1 Bogenstellung, Variante 1b, R = 300 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$       Radsatz 1 und 2 stehen im Fall F2 fast unverändert,  
                                  Radsatz 3      ist geringfügig nach innen verschoben. Die Kräfte sind in beiden Fällen auf niedrigem Niveau. Eine einheitliche Tendenz ist nicht festzustellen.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Stellung ist in beiden Fällen praktisch gleich. Die Beträge der Längsreibkräfte sind bis auf die des Rades 3 rechts kleiner. Die Beträge der Führungskräfte sind teils größer teils kleiner; Die größte Führungskraft am Rad 3 links nimmt ab.

Radsatz 3: Am Rad 3 links wirkt neben der größten Führungskraft auch die größte betragsmäßige Längsreibkraft. Beide werden durch den Abminderungsfaktor reduziert, da wegen der hohen Vertikalkraft die Sättigung noch nicht erreicht ist.

Im Fall F1 beträgt die Kraftschlussbeanspruchung  $\Phi$  nach Gleichung (4.5.4) 0,88. Im Fall F2 dagegen 0,99. Durch den kleineren Grenzwert hat man die Sättigung erreicht, und die Kräfte werden deutlich kleiner.

### Variante 2b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.5.2 angegeben.

Variante 2b	R = 300 m	$\mu_g$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
60	-0,06	F1	-4,5	-4,5	-4,1	0,0	-0,1	-0,4	Bild 6.5.2
		F2	-4,4	-4,4	-3,8	0,1	-0,2	-0,7	
90	1,10	F1	-5,1	-4,6	-5,1	-0,3	-0,3	1,1	Bild 6.5.8
		F2	-5,1	-4,5	-4,9	-0,5	-0,2	0,8	

Tabelle 6.5.2 Bogenstellung, Variante 2b, R = 300 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$  Radsatz 1 und 2 stehen im Fall F2 fast unverändert,  
 Radsatz 3 ist geringfügig nach innen verschoben. Die Kräfte sind in beiden Fällen auf niedrigem Niveau. Wie in Variante 1b waren die Kräfte im Fall F1 klein und bleiben auch im Fall F2 auf niedrigem Niveau.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze verhalten sich wie in Variante 1b. Die Beträge der Längsreibkräfte sind im Fall F2 bis auf Rad 3 rechts kleiner. Die Beträge der Führungskräfte sind teils größer teils kleiner; die größte Führungskraft am Rad 3 links nimmt ab.

### Variante 3b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.5.3 angegeben.

Variante 3b	R = 300 m	μ <sub>g</sub>	Δy [mm]			Δψ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	a <sub>q</sub> [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
60	-0,06	F1	-5,8	-5,5	5,4	-9,4	-2,8	3,5	Bild 6.5.3
		F2	-5,4	-5,2	5,0	-9,3	-2,6	3,8	
90	1,10	F1	-5,9	-5,3	4,6	-9,1	-2,4	3,8	Bild 6.5.9
		F2	-5,6	-4,8	1,0	-8,2	-1,6	4,9	

Tabelle 6.5.3 Bogenstellung, Variante 3b, R = 300 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze    sind im Fall F2 geringfügig zur Gleismitte verschoben. Durch den Abminderungsfaktor werden sowohl die Beträge der Längsreib- als auch der Führungskräfte kleiner. Im Gegensatz zu Variante 1b und 2b sind die Kräfte größer.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$     Radsatz 3    fährt weiter außen.  
 Alle Radsätze: Die Beträge der Längsreibkräfte sind bis auf den des Rades 2 rechts kleiner. Die Beträge der Führungskräfte sind bis auf den des Rades 3 rechts auch kleiner. Die größte Führungskraft an Rad 1 links wird kleiner.

### Fahrt durch Bögen mit größeren Radien

Das Verhalten in Gleisbögen mit größeren Radien wird im 500m- und 800m-Bogen untersucht.

### Variante 1b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.5.4 angegeben.



Variante 1b	R = 500 m	$\mu_g$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
80	0,01	F1	-3,6	-3,6	-3,5	0,0	0,0	-0,1	Bild 6.5.4
		F2	-3,5	-3,5	-3,4	0,0	0,0	-0,2	
115	1,06	F1	-4,7	-4,2	-5,0	0,0	-0,5	1,7	Bild 6.5.10
		F2	-4,8	-4,2	-4,9	-0,3	-0,2	1,2	

Variante 1b	R = 800 m	$\mu_g$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-2,4	-2,4	-2,3	0,0	0,0	-0,1
		F2	-2,3	-2,3	-2,2	0,0	0,0	-0,1
145	1,05	F1	-4,6	-3,9	-4,9	-0,2	-0,4	1,9
		F2	-4,8	-3,8	-4,9	-0,6	-0,1	1,5

Tabelle 6.5.4 Bogenstellung, Variante 1b, R = 500 m und 800 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze    fahren im Fall F2 in den größeren Bögen in gleicher Stellung. Das Kraftniveau ist noch kleiner.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze:    Die Stellung ist in beiden Fällen wieder praktisch gleich. Die Tendenzen sind ähnlich wie im 300m-Bogen, im Fall F2 sind die Beträge der Längsreibkräfte alle kleiner, die der Führungskräfte teils größer, teils kleiner. Die größte Führungskraft am Rad 3 links nimmt ab.

### Variante 2b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.5.5 angegeben.

Variante 2b	R = 500 m	$\mu_g$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
80	0,01	F1	-3,9	-3,7	-3,6	-0,1	-0,1	0,0	Bild 6.5.5
		F2	-3,9	-3,7	-3,6	-0,1	-0,1	-0,1	
115	1,06	F1	-4,9	-4,3	-5,0	-0,5	-0,2	1,4	Bild 6.5.11
		F2	-4,9	-4,2	-4,9	-0,6	0,0	1,0	

Variante 2b	R = 800 m	$\mu_g$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-2,9	-2,7	-2,7	-0,1	0,0	0,0
		F2	-2,9	-2,7	-2,6	-0,1	-0,1	0,0
145	1,05	F1	-4,8	-4,0	-5,0	-0,6	0,0	1,6
		F2	-4,7	-4,0	-4,9	-0,7	0,1	1,2

Tabelle 6.5.5 Bogenstellung, Variante 2b, R = 500 m und 800 m

$a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze fahren im Fall F2 in den größeren Bögen in gleicher Stellung. Das Kraftniveau ist noch kleiner.

$a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$  Alle Radsätze: Die Tendenzen sind wie im 300m-Bogen. Die Stellung ist in beiden Fällen praktisch gleich. Im Fall F2 sind die Beträge der Längsreibkräfte alle kleiner, die der Führungskräfte teils größer, teils kleiner. Die größte Führungskraft am Rad 3 links nimmt ab.

### Variante 3b

Die Querverschiebungen und Anlaufwinkel der Radsätze für  $a_q \approx 0$  und  $\approx 1 \text{ m/s}^2$  sind in Tabelle 6.5.6 angegeben.

Variante 3b	R = 500 m	$\mu_g$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]			Diagramme
Radsatz			1	2	3	1	2	3	
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall							
80	0,01	F1	-5,7	-5,4	4,7	-6,4	-2,4	1,1	Bild 6.5.6
		F2	-5,3	-5,1	4,4	-6,4	-2,4	1,4	
115	1,06	F1	-5,8	-5,1	2,3	-5,6	-1,6	1,9	Bild 6.5.12
		F2	-5,5	-4,7	-0,1	-5,1	-1,1	2,7	

Variante 3b	R = 800 m	$\mu_g$	$\Delta y$ [mm]			$\Delta \psi$ [mrad]		
Radsatz			1	2	3	1	2	3
V [km/h]	$a_q$ [m/s <sup>2</sup> ]	Fall						
100	-0,02	F1	-5,6	-5,3	2,7	-4,2	-1,6	0,4
		F2	-5,2	-5,0	2,9	-4,4	-1,9	0,3
145	1,05	F1	-5,6	-4,7	-0,5	-3,1	-0,6	1,5
		F2	-5,4	-4,4	-1,3	-3,2	-0,6	1,7

Tabelle 6.5.6 Bogenstellung, Variante 3b, R = 500 m und 800 m

- $a_q \approx 0 \text{ m/s}^2$     Alle Radsätze    fahren im Fall F2 in etwa der gleichen Stellung durch die größeren Bögen. Die Kräfte nehmen betragsmäßig ab. Nur im 800m-Bogen nimmt Y am Rad 3 rechts geringfügig zu.
- $a_q \approx 1 \text{ m/s}^2$     Radsatz 3    fährt in den größeren Bogenradien im Fall 2 weiter außen.
- Alle Radsätze:    Anders als im 300m-Bogen sind die Längsreibkräfte ebenso wie die Führungskräfte im Fall F2 alle betragsmäßig kleiner.

### Zusammenfassung

Das prinzipielle Stellungsbild der Varianten 1b, Ideale Radialsteuerung, und 2b, Kombinierte Radsatzführung, im Bogen wird durch die Halbierung des Grenzzreibwertes nicht verändert. Die Variante 3b, Konventionelle Radsatzführung, schwenkt dadurch bei hoher Querschleunigung im 300m- und 500m-Bogen weiter von der Spießgangstellung weg. Was die Stellungen angeht sind hier ähnliche Tendenzen erkennbar wie durch die Halbierung der Kalkerkoeffizienten.

Wenn der Grenzzreibwert kleiner wird, sind die Längsreibkräfte und Führungskräfte im allgemeinen kleiner. Durch das geringere Kraftniveau verändert sich in einigen Fällen die

Stellung der Radsätze; dadurch kann im Einzelfall auch wieder eine Kraftkomponente an einem Rad größer werden.

Die Kräfte, die nahe der Sättigung sind oder sie erreicht haben, verändern sich am stärksten. Die Verkleinerung des Grenzübdruckwertes verringert den Maximalwert der Reibkraft-Schlupf-Beziehung, nicht aber die Anfangssteigung. Die Steigung mit zunehmendem Schlupf wird durch den Grenzübdruckwert beeinflusst.

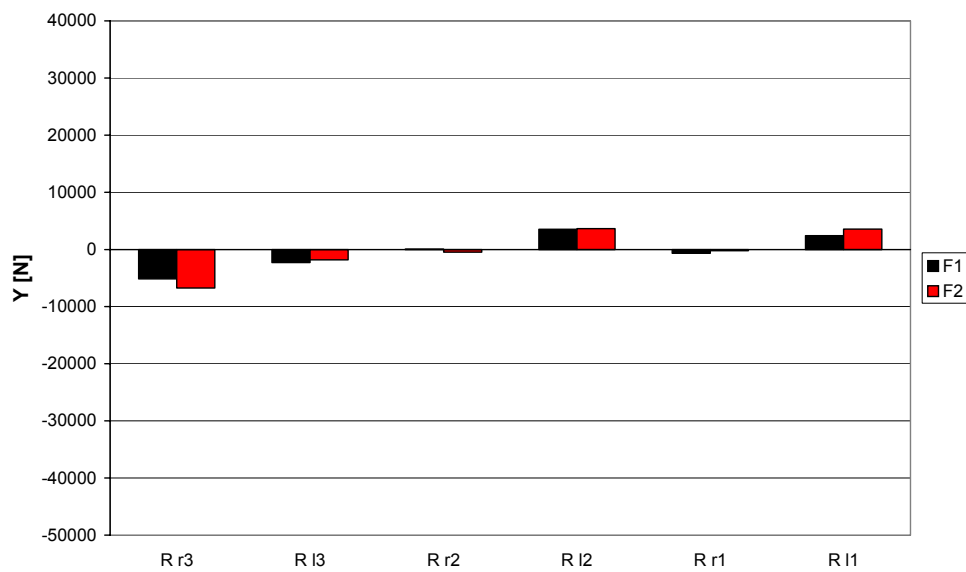
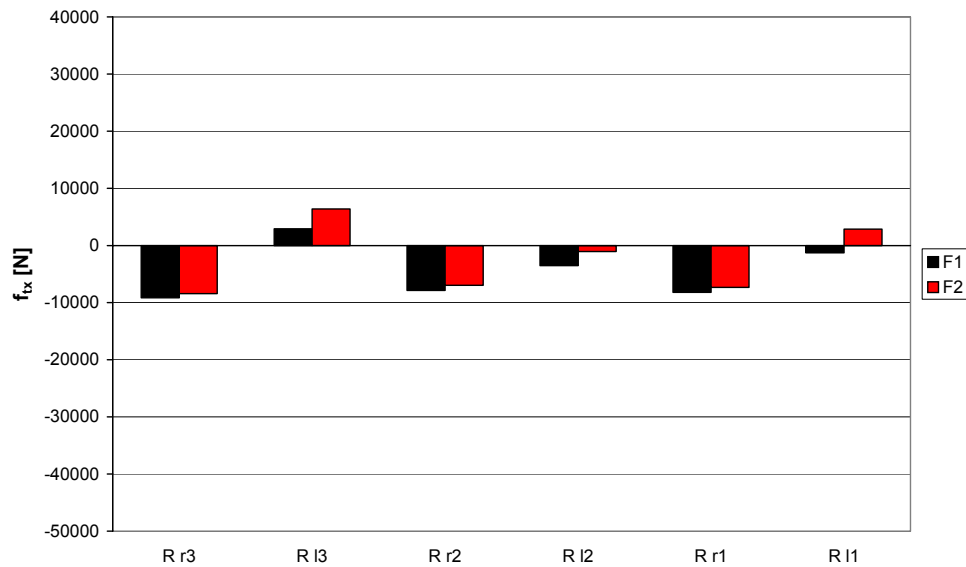
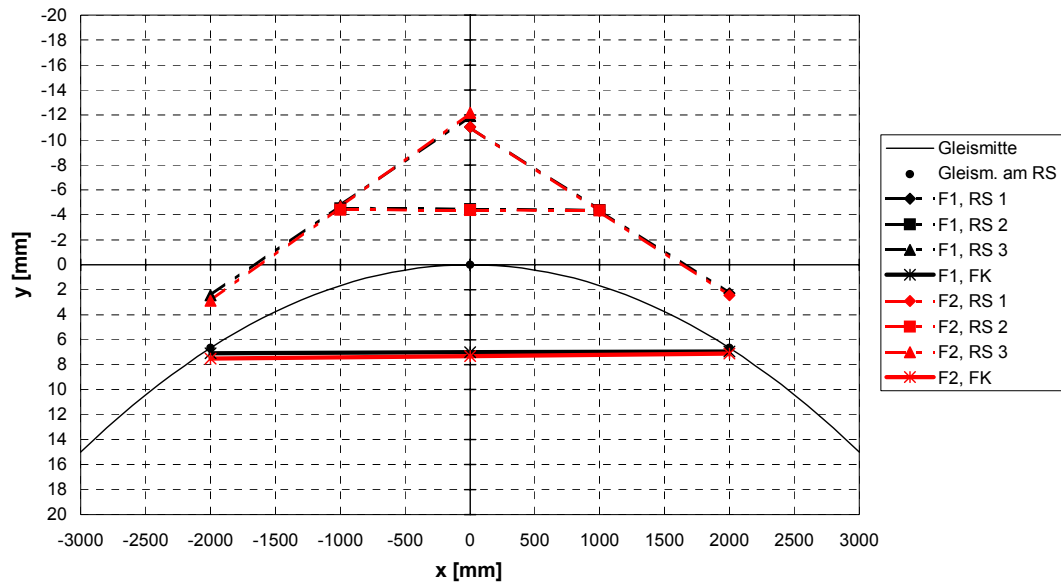


Bild 6.5.1: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 300$ ,  $v = 60$  km/h,  $a_q = -0,06$  m/s<sup>2</sup>  
 $F1: \mu = 0,4$ ,  $F2: \mu = 0,2$

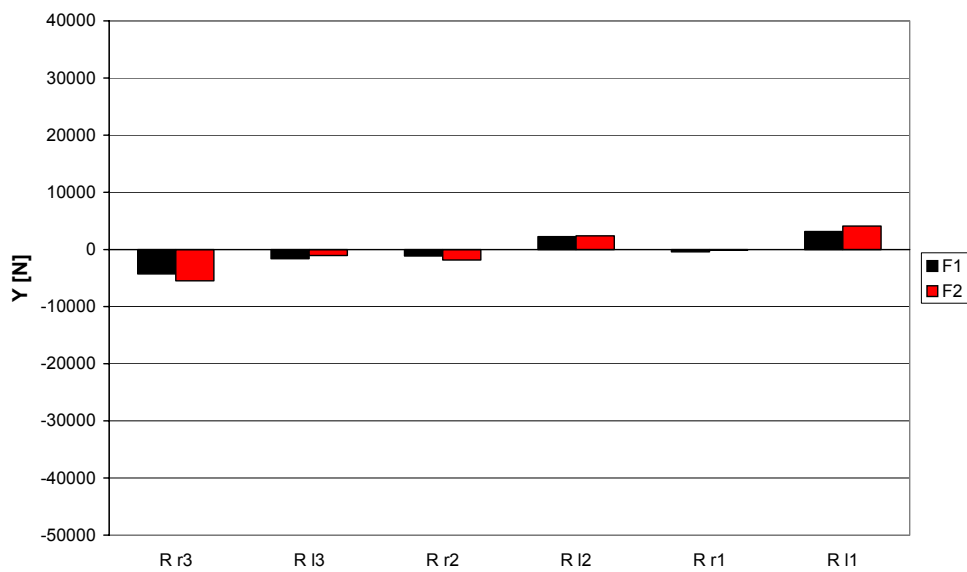
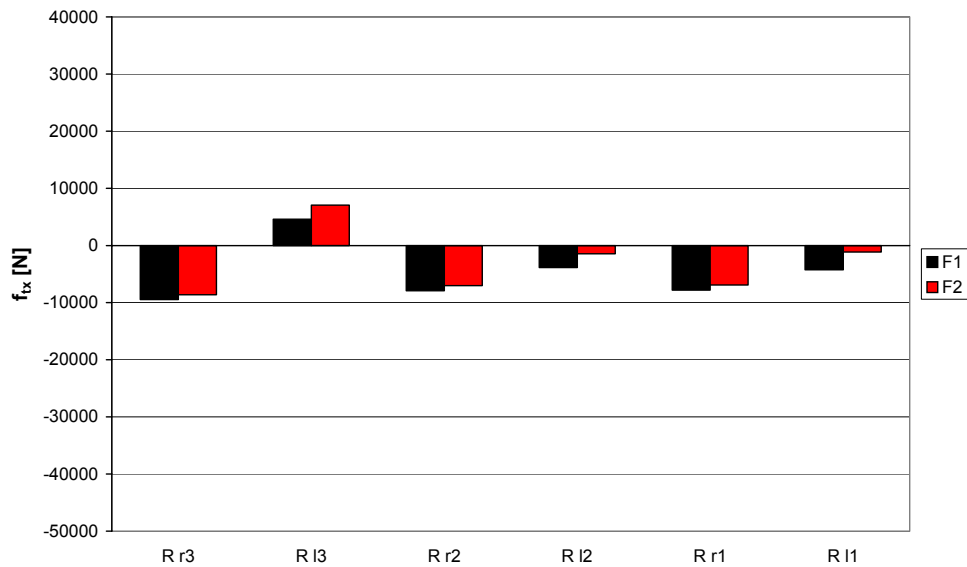
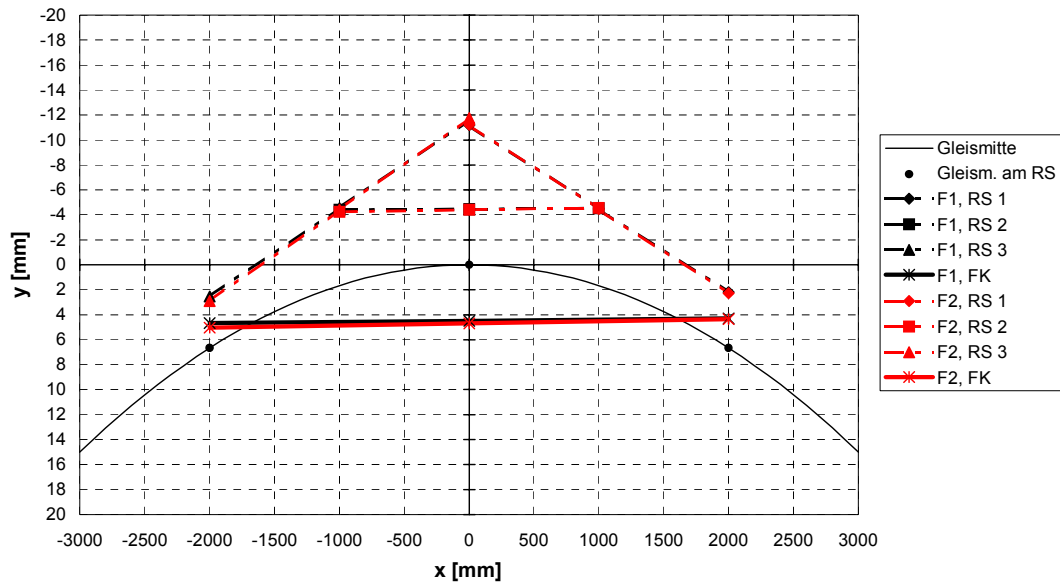


Bild 6.5.2: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 300$ ,  $v = 60$  km/h,  $a_q = -0,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$

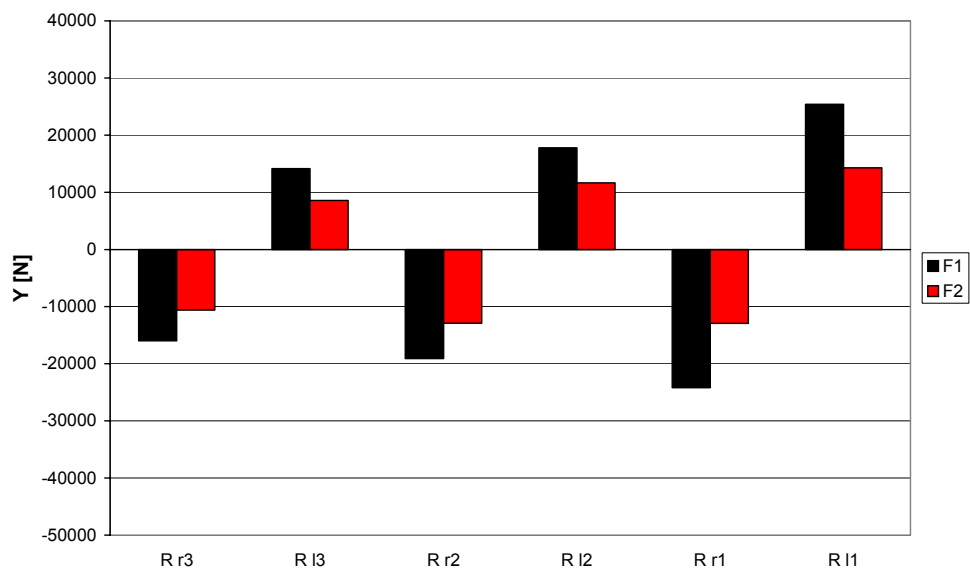
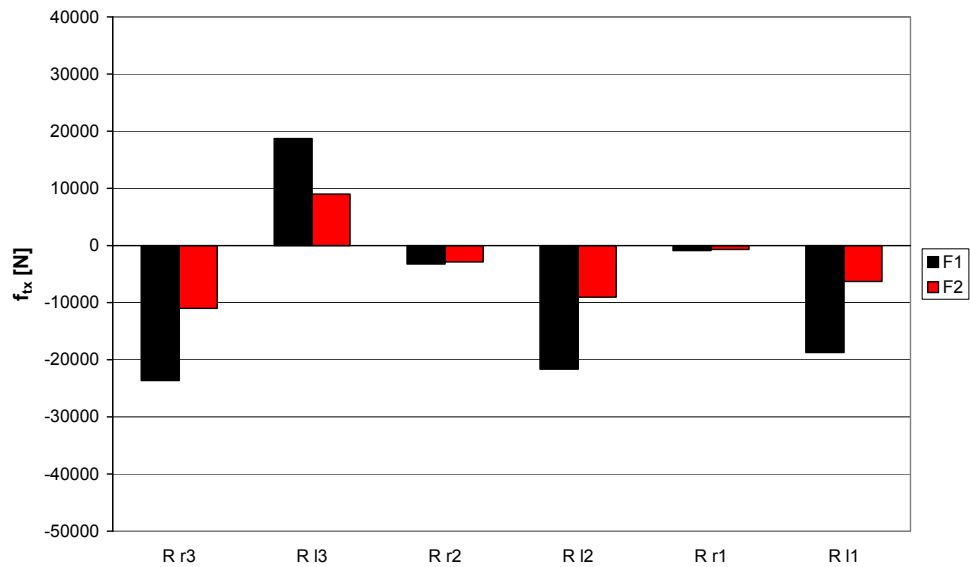
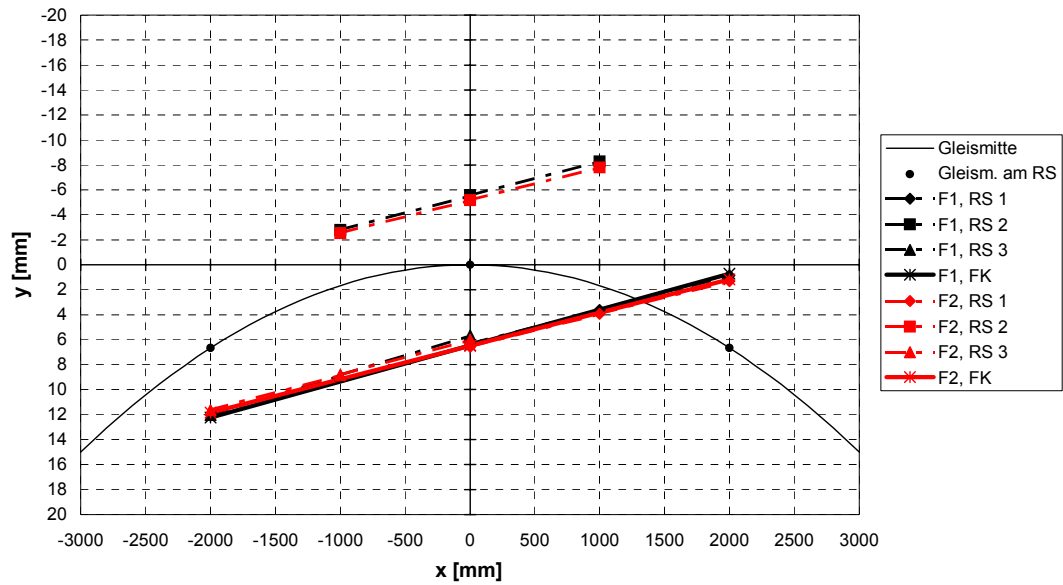


Bild 6.5.3: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 300$ ,  $v = 60$  km/h,  $a_q = -0,06$  m/s<sup>2</sup>  
 $F1: \mu = 0,4$ ,  $F2: \mu = 0,2$

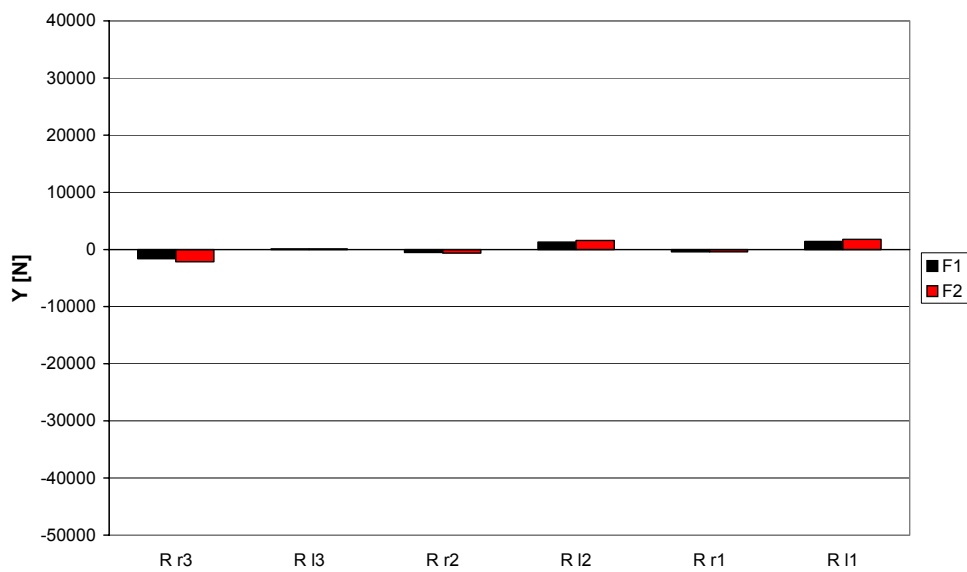
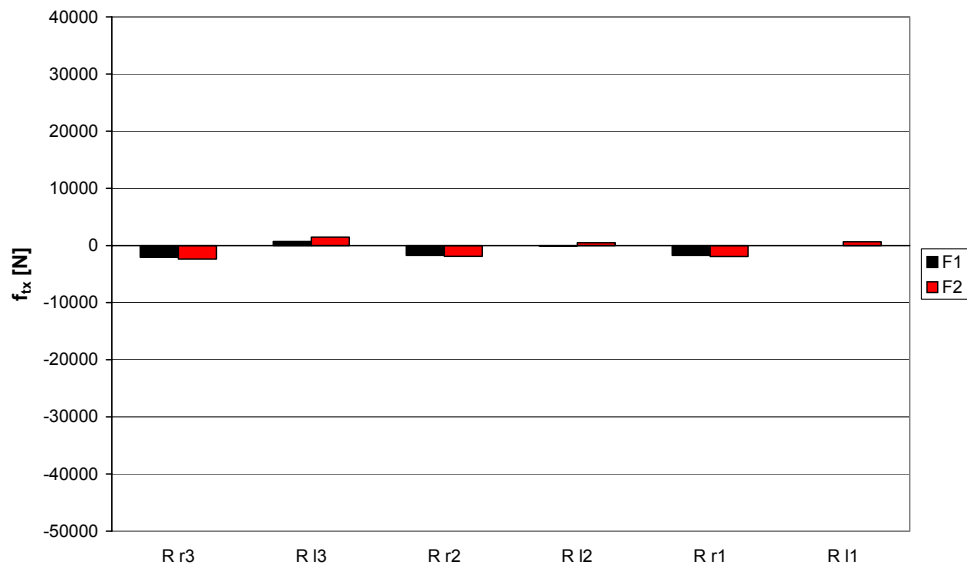
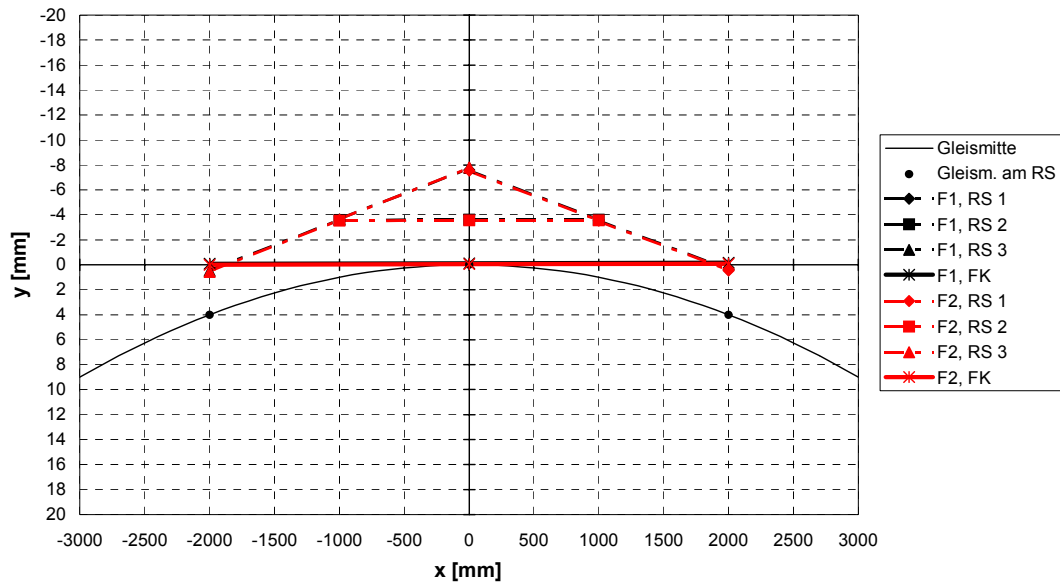


Bild 6.5.4: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$



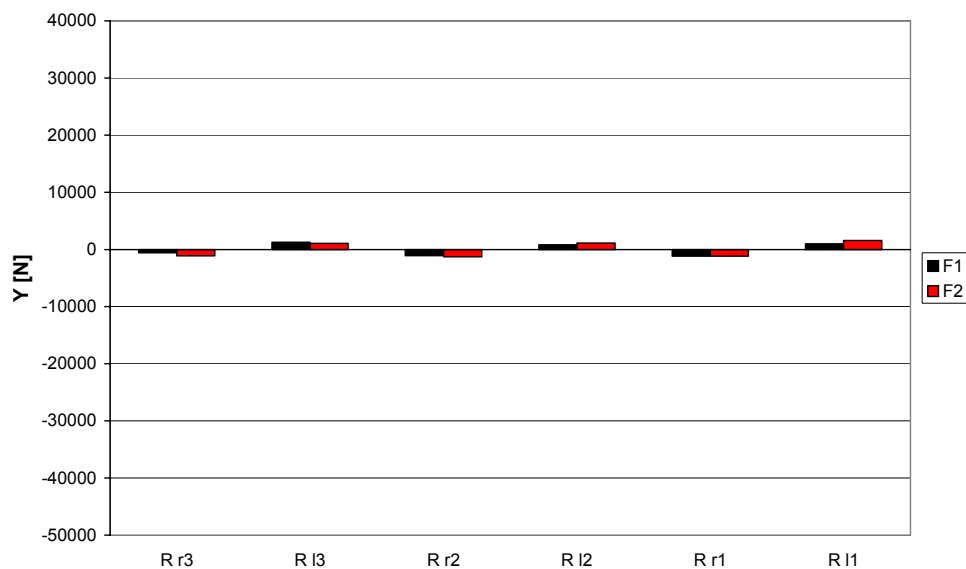
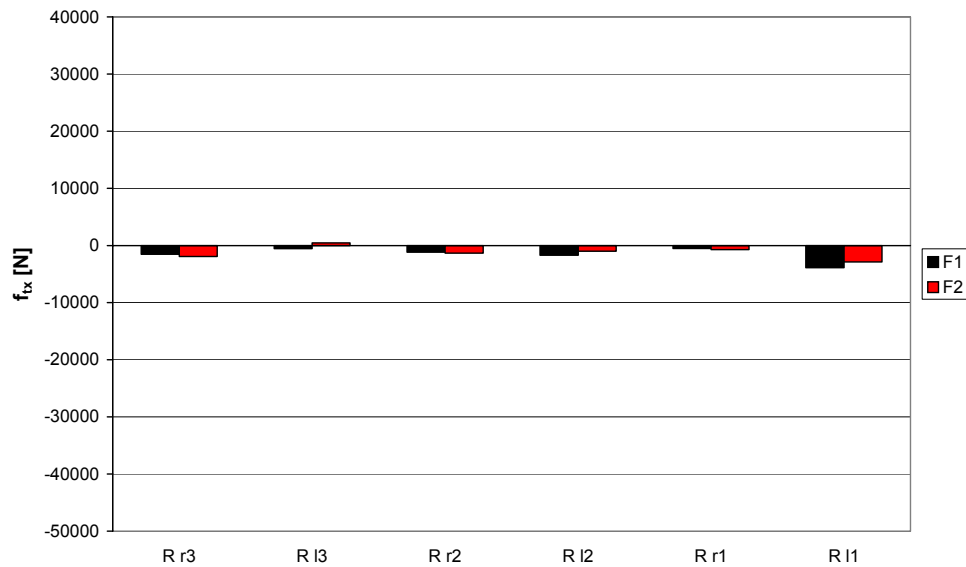
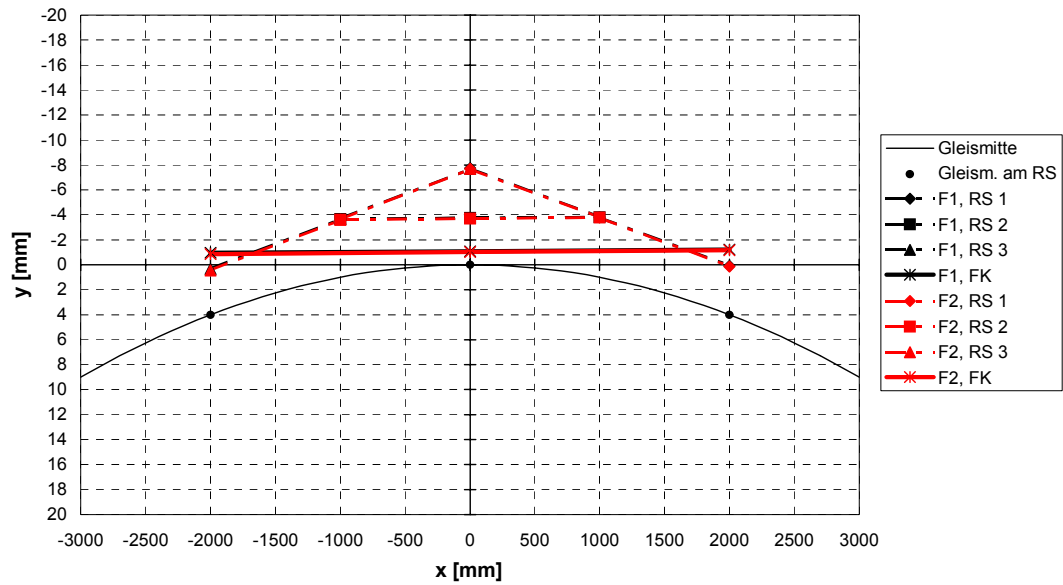


Bild 6.5.5: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$

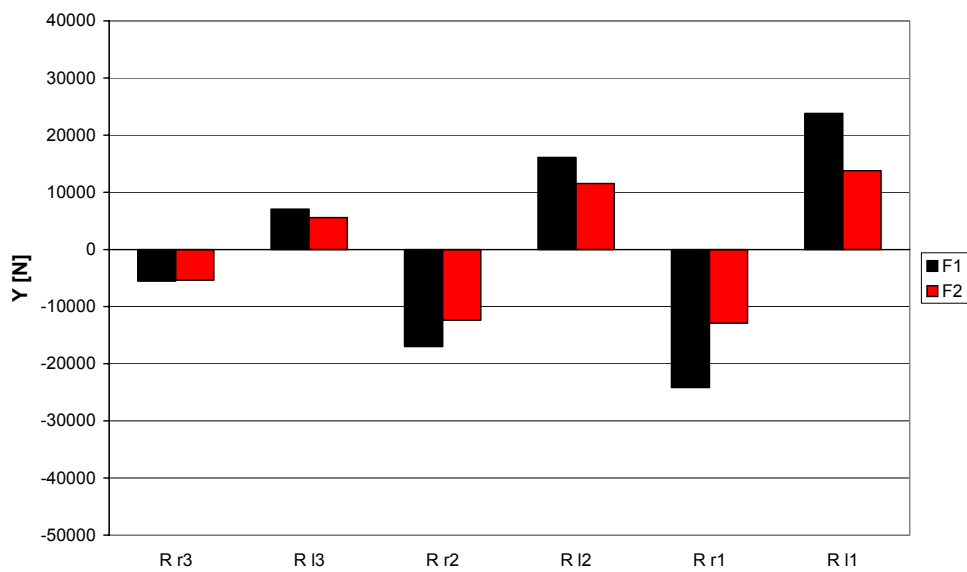
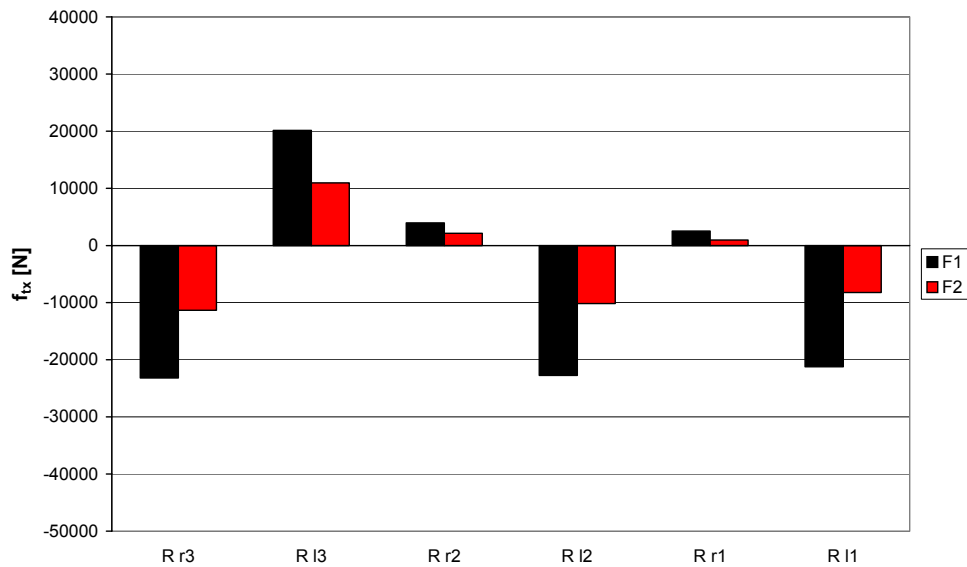
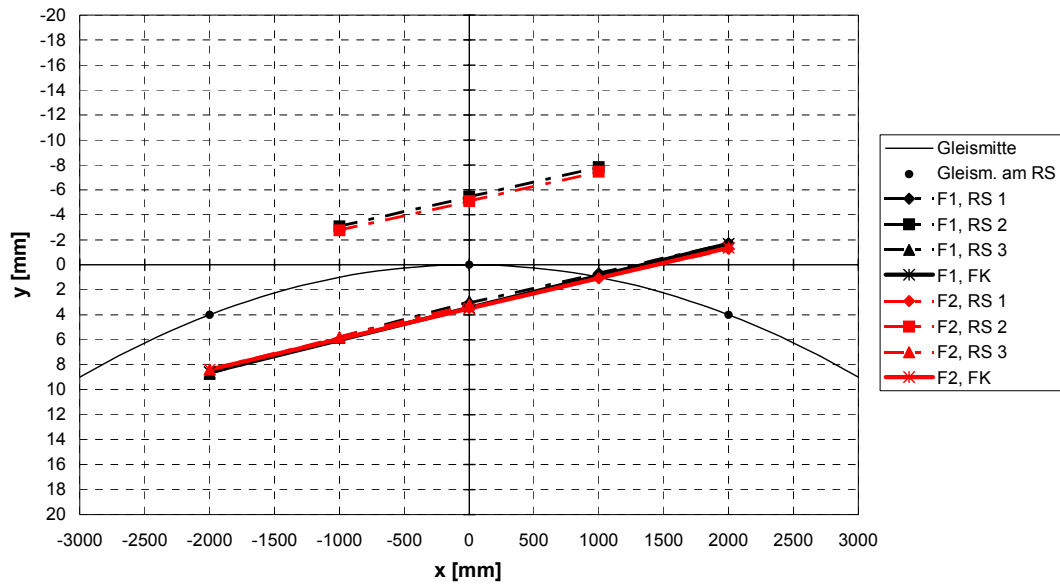


Bild 6.5.6: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 500$ ,  $v = 80$  km/h,  $a_q = 0,01$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$

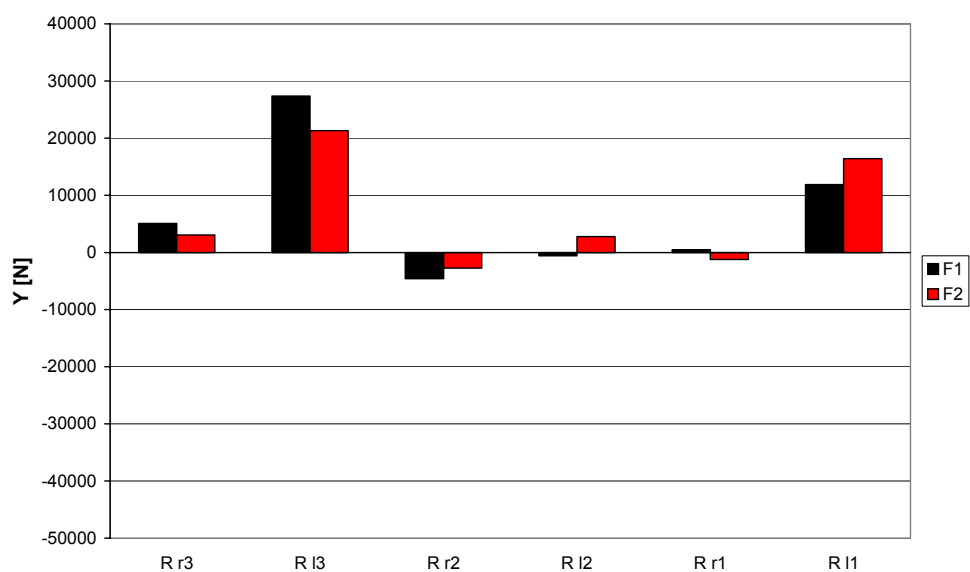
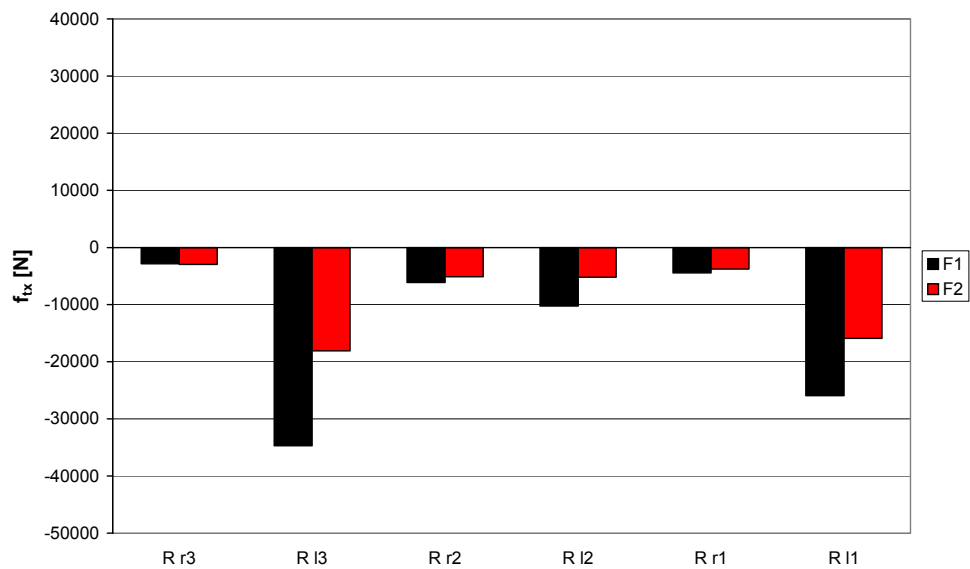
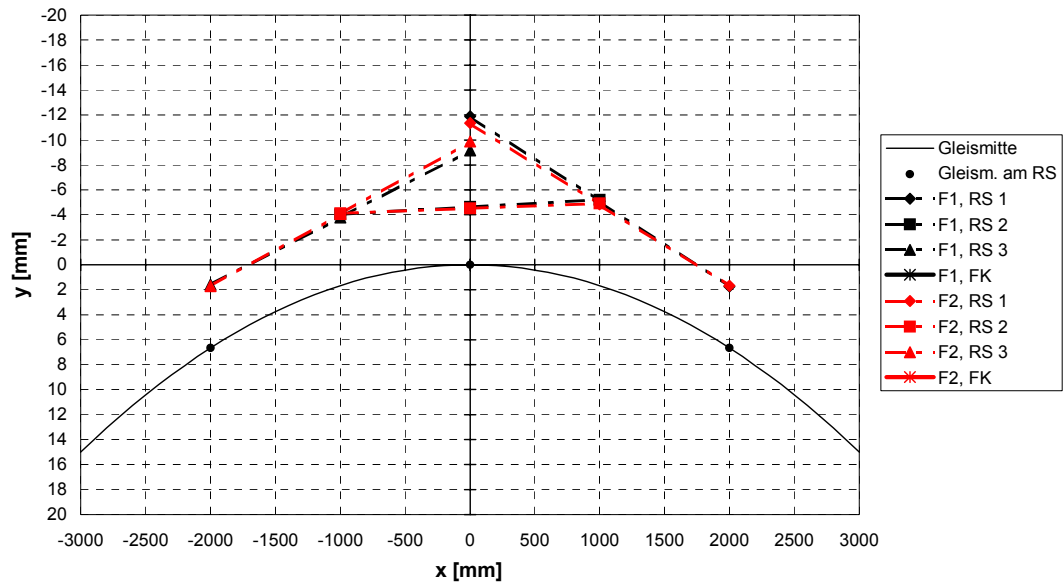


Bild 6.5.7: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 300$ ,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$

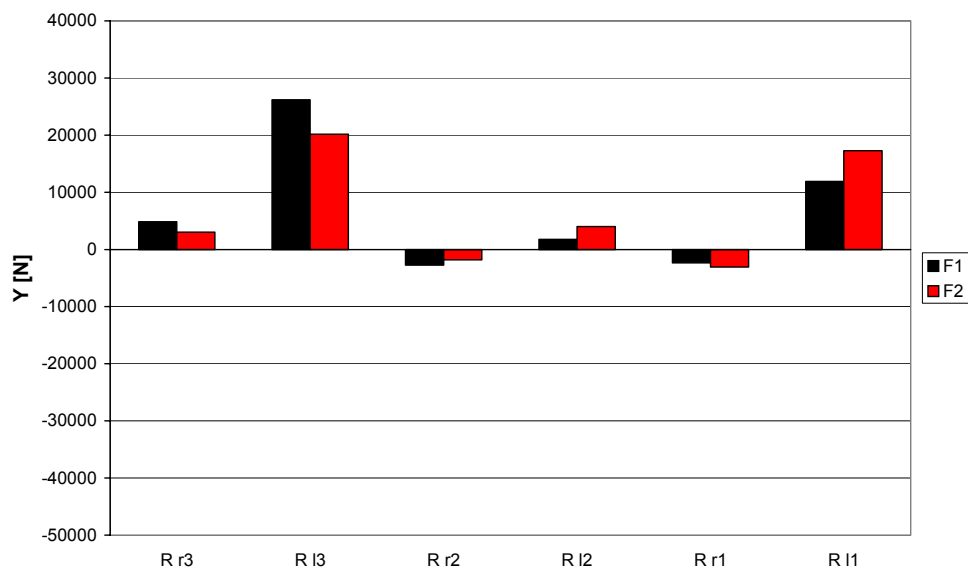
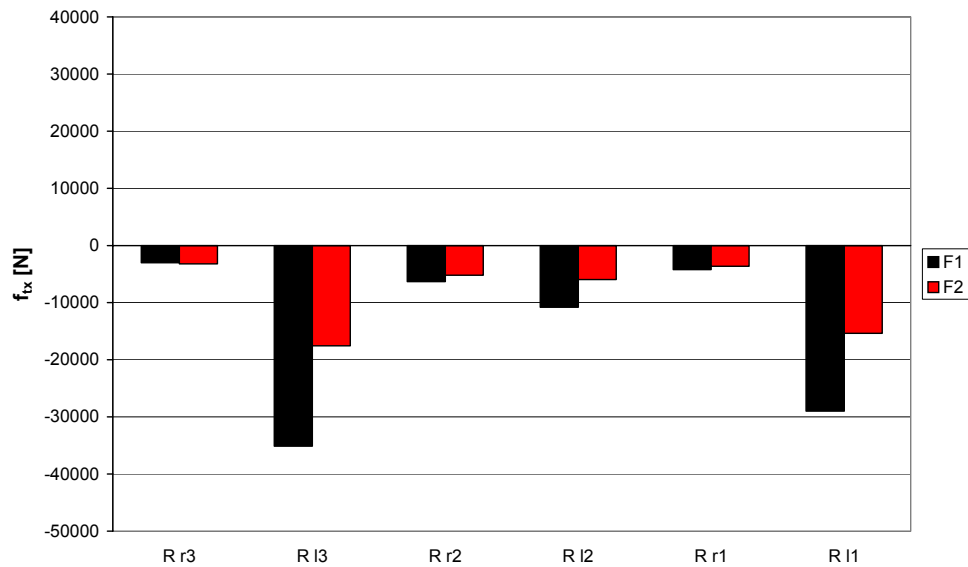
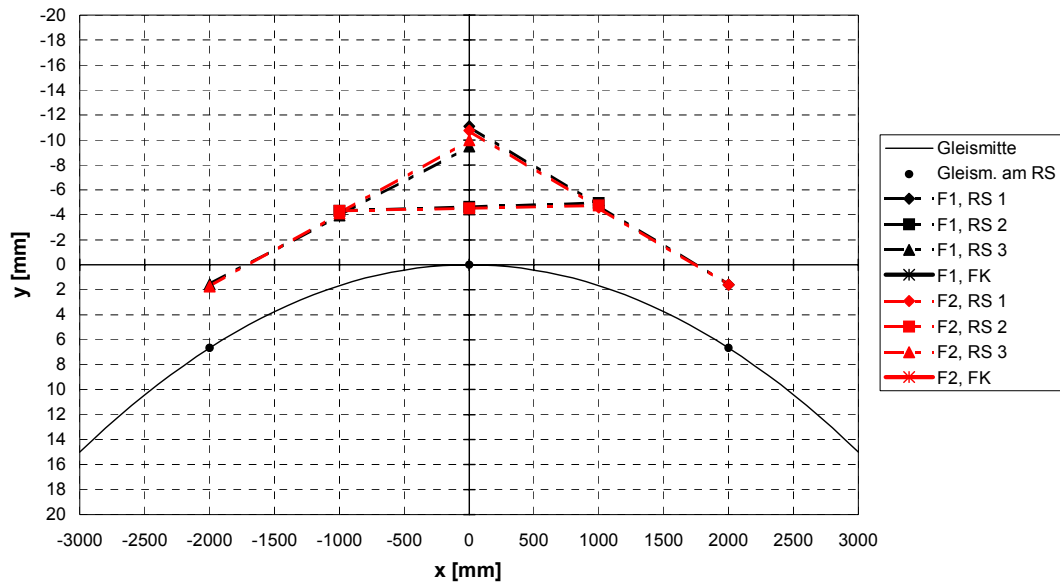


Bild 6.5.8: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 300$ ,  $v = 90 \text{ km/h}$ ,  $a_q = 1,10 \text{ m/s}^2$   
 $F1: \mu = 0,4$ ,  $F2: \mu = 0,2$

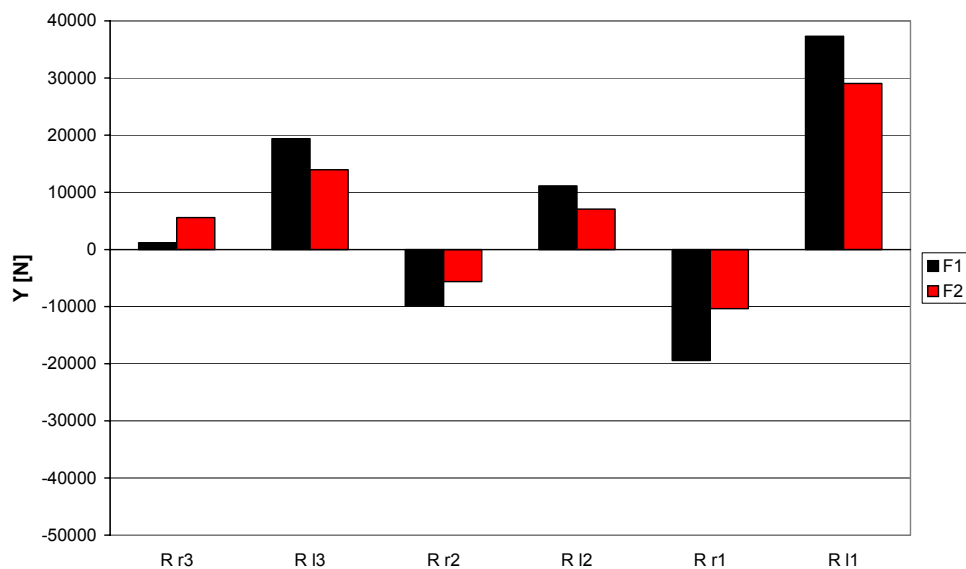
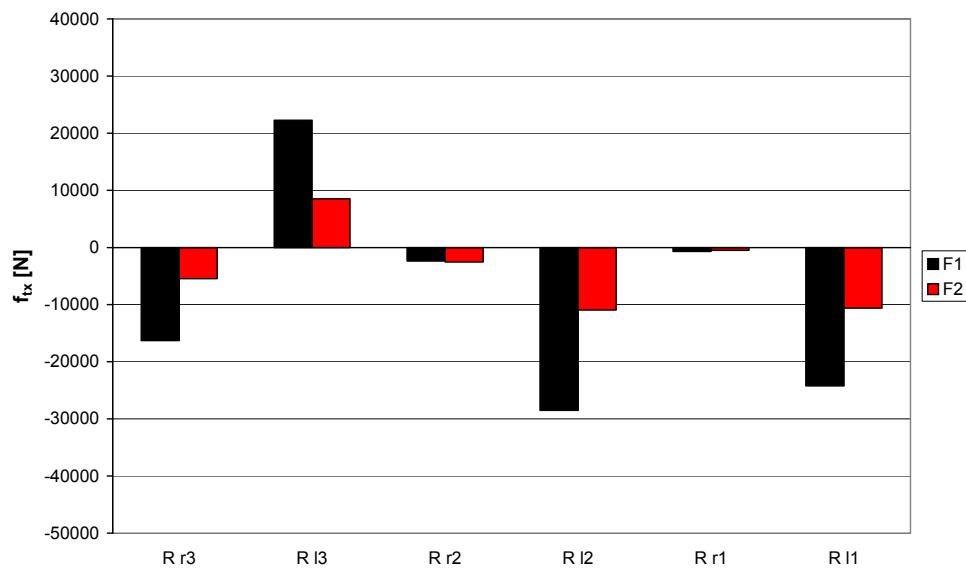
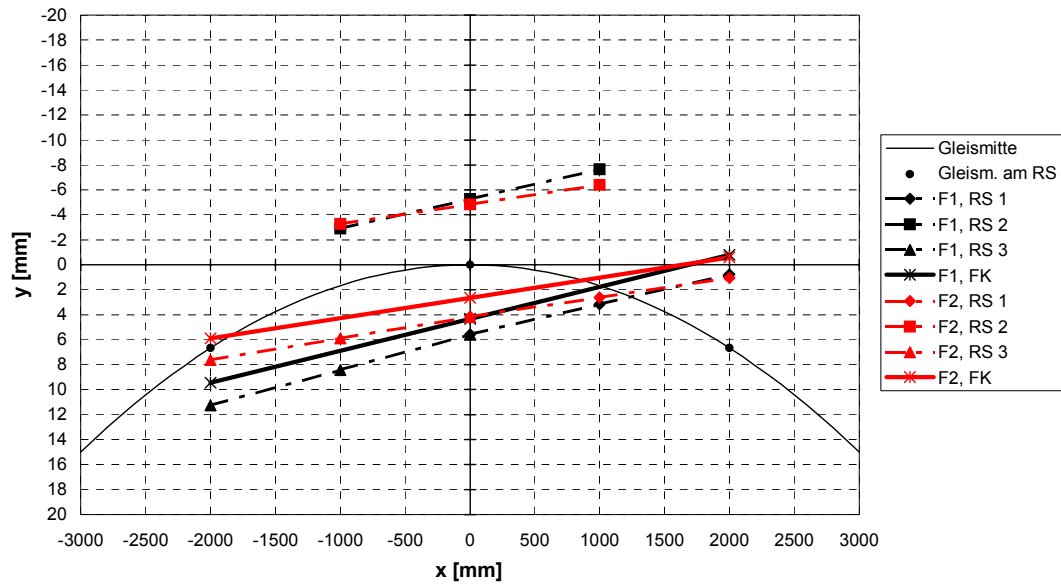


Bild 6.5.9: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 300$ ,  $v = 90$  km/h,  $a_q = 1,10$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$

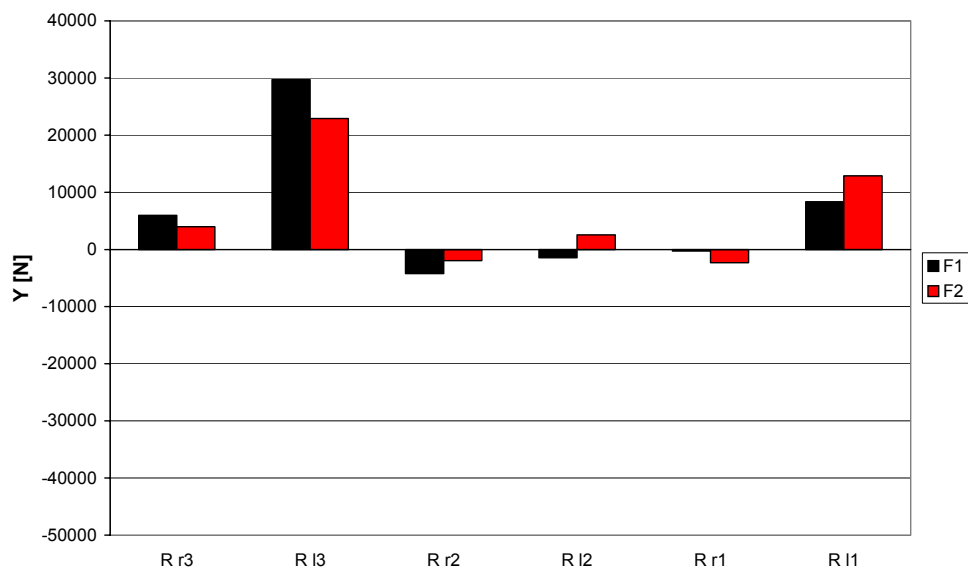
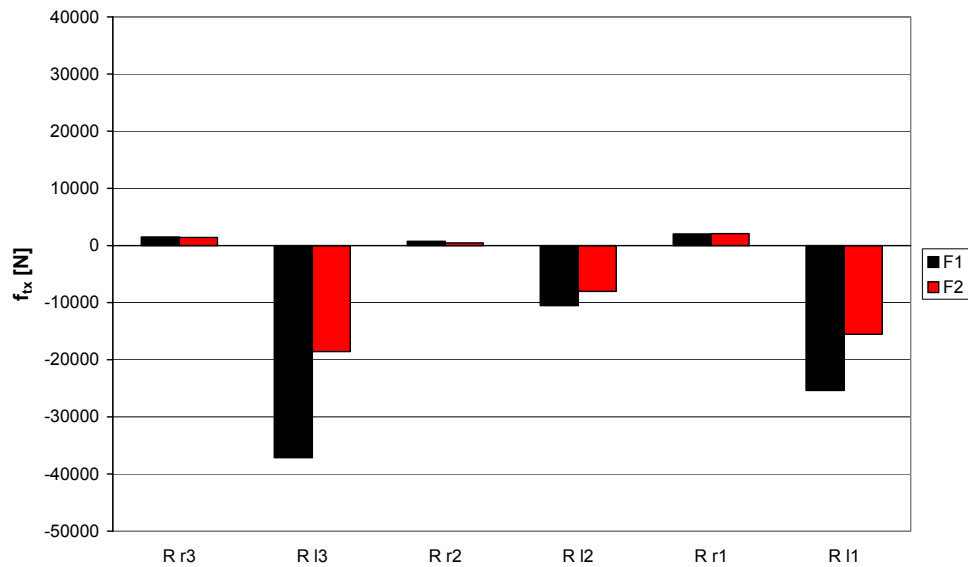
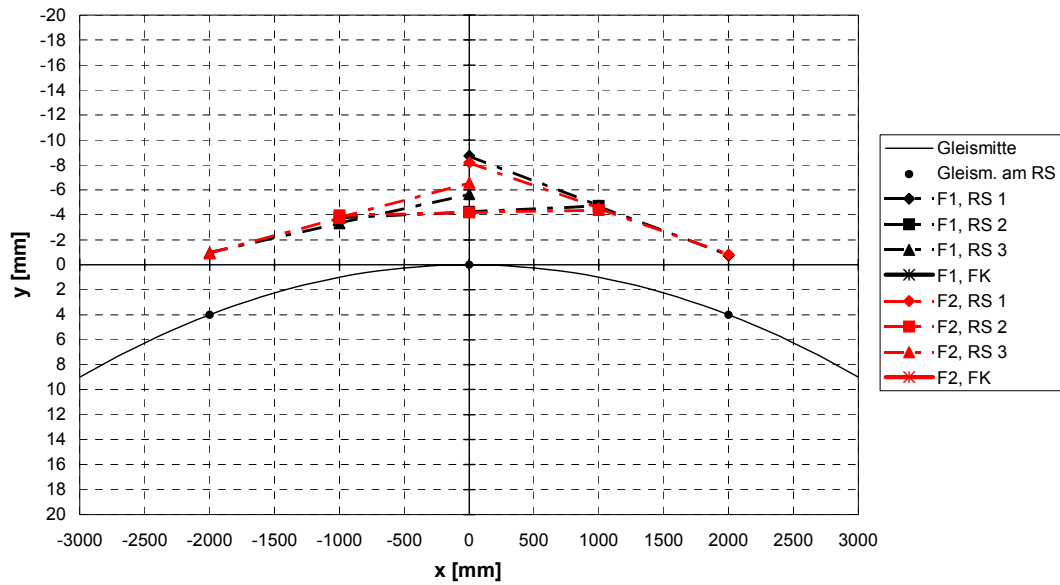


Bild 6.5.10: Bogenstellung, Variante 1b,  $R = 500$ ,  $v = 115$  km/h,  $a_q = 1,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$

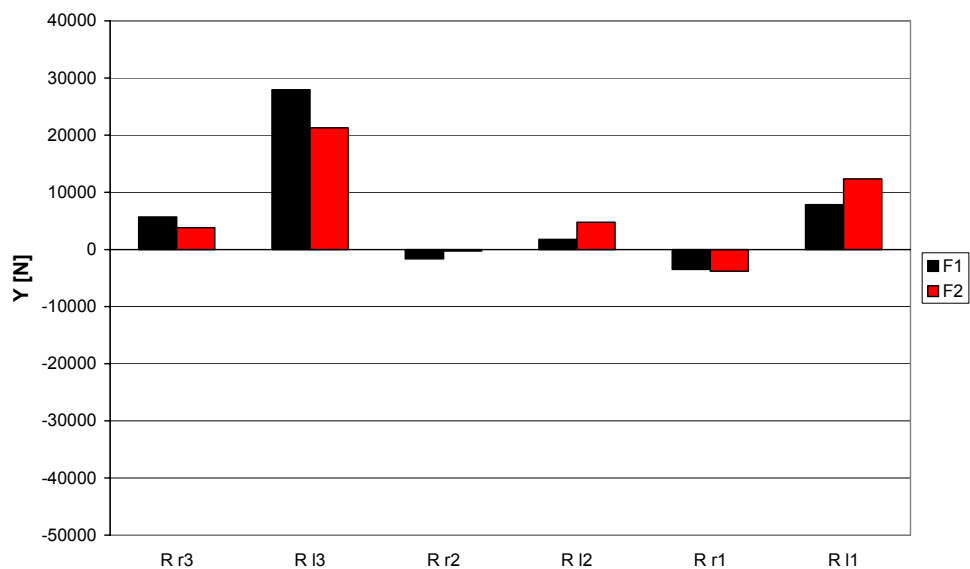
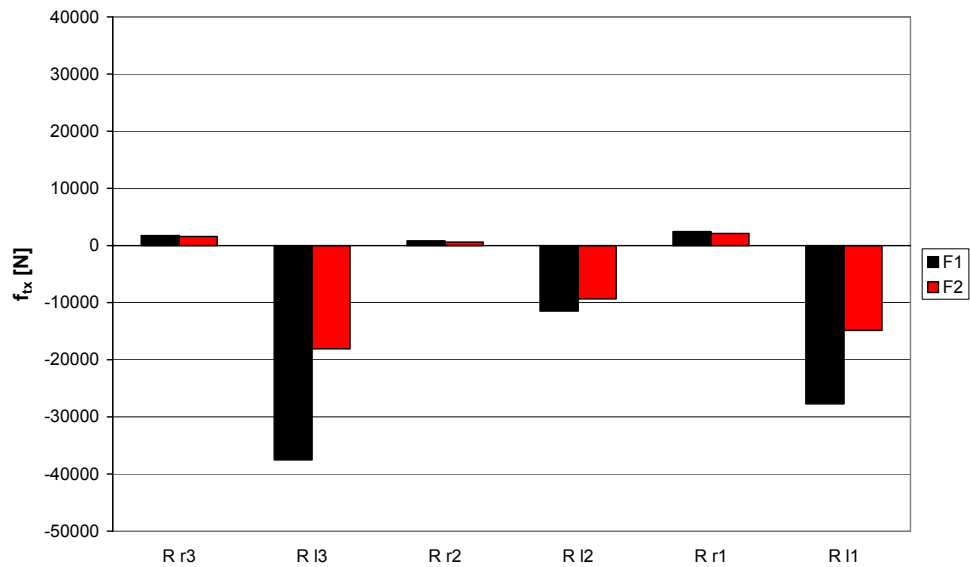
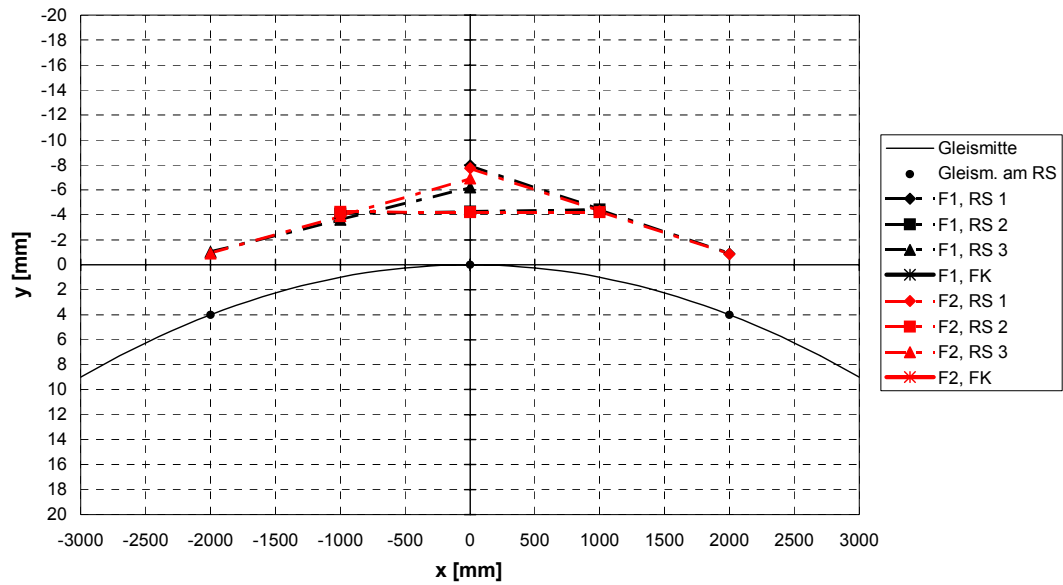


Bild 6.5.11: Bogenstellung, Variante 2b,  $R = 500$ ,  $v = 115$  km/h,  $a_q = 1,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$

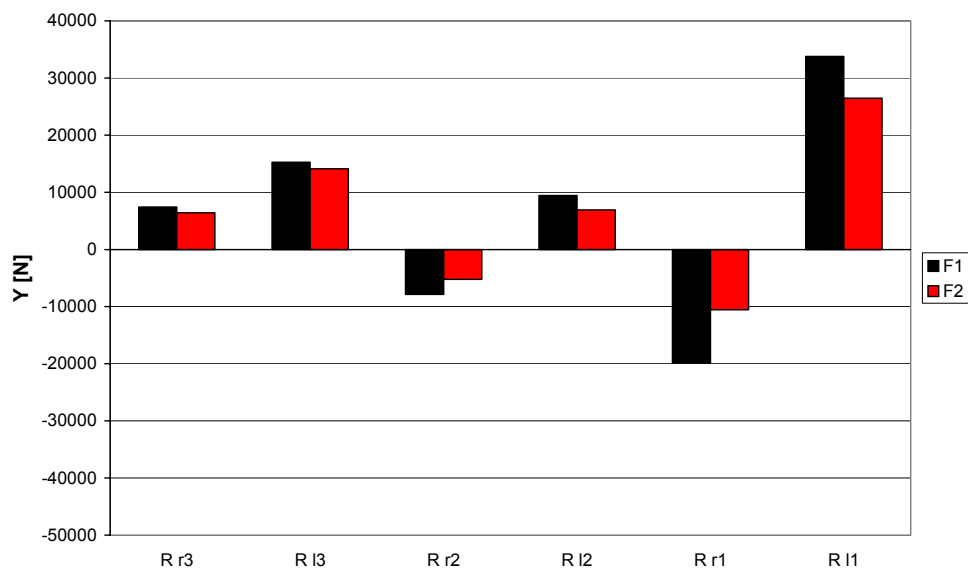
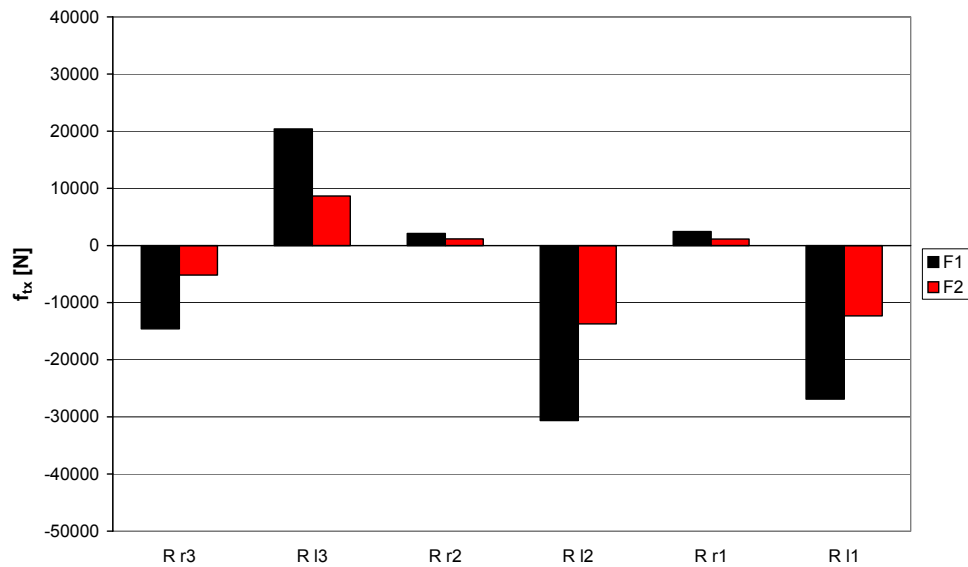
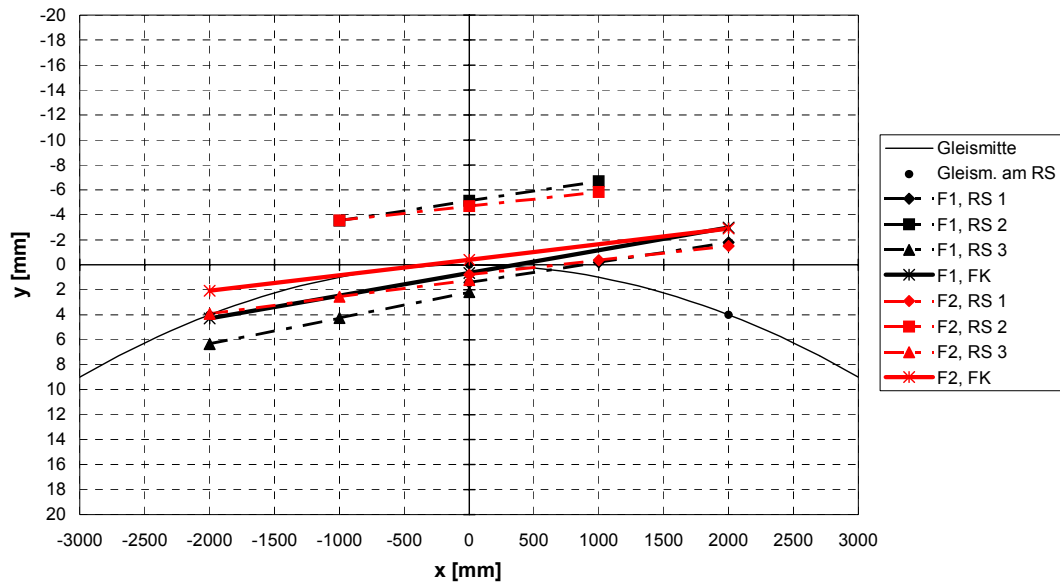


Bild 6.5.12: Bogenstellung, Variante 3b,  $R = 500$ ,  $v = 115$  km/h,  $a_q = 1,06$  m/s<sup>2</sup>  
 F1:  $\mu = 0,4$ , F2:  $\mu = 0,2$



## 6.6 Schlussfolgerungen

Durch den Gleisbogen fahren

Variante 1b, Ideale Radialsteuerung,

Variante 2b, Kombinierte Radsatzführung und

Variante 3b, Konventionelle Radsatzführung.

Aus den Ergebnissen lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

- Im Bogen muss die nichtlineare Rad-Schiene-Geometrie berücksichtigt werden, da sie einen entscheidenden Einfluss auf die Stellung der Radsätze und die Kräfte im Kontaktpunkt hat. Die wichtigsten Parameter sind der Rollradius – er bestimmt den Längsschlupf – und der Kontaktwinkel - er legt den Beitrag der Normalkraft zur Führungskraft fest.
- Wie zu erwarten, verhalten sich die Varianten 1b, Ideale Radialsteuerung, und 2b, Kombinierte Radsatzführung, auf der einen Seite und die Variante 3b, Konventionelle Radsatzführung, auf der anderen Seite im Bogen völlig unterschiedlich.
- Die Variante 3b fährt im engen Bogen im Spießgang. Entsprechend groß sind die Anlaufwinkel am ersten Radsatz. Erst ab einer bestimmten Größe des Bogenradius und der unausgeglichene Querbeschleunigung  $a_q$  verlässt das Fahrzeug die Spießgangstellung.
- In der Nähe der Ausgleichsgeschwindigkeit ( $a_q = 0$ ) sind die Radsätze der Varianten 1b und 2b nach dem Bogenmittelpunkt ausgerichtet. Die Anlaufwinkel sind sehr klein und damit auch die Querschlüpfе. Die Verschleißkennwerte sind im Vergleich zu Variante 3b verschwindend gering und auch die Führungskräfte sind kleiner.
- Bezüglich der Gleisverschiebekraft verhält sich die konventionelle Radsatzführung bei hohem  $a_q$  besser, die Kräfte sind kleiner, hinsichtlich der Führungskraft liegen in dem betrachteten  $a_q$ -Bereich dagegen die gesteuerten Radsätze günstiger.
- Die Steifigkeiten der Variante 2b, die eigentlich die radiale Einstellung behindern, zeigen eine positive Wirkung für hohes  $a_q$ : Die größten Werte der Längsreibkraft, der Vertikalkraft, der Führungskraft und der Gleisverschiebekraft sind etwas kleiner als diejenigen der Variante 1b.
- Es reicht nicht aus, das Verhalten nur im engen Bogen zu untersuchen, da oft die maximalen Kräfte nicht im engen sondern im größeren Gleisbogen auftreten.

- Eine Gleitgeschwindigkeit, die entweder bremsend oder antreibend wirkt, erzeugt Längsreibkräfte. Durch die Sättigung des Kraftschlusses ist die Größe der Kräfte beschränkt. Eine weitere Erhöhung der Gleitgeschwindigkeit hat keine direkte Auswirkung auf die Kräfte. Allerdings kann sich die Stellung der Radsätze noch ändern, was wiederum eine geringe Rückwirkung auf die Kräfte haben kann.

Die Variante 1b zeigt bei hohen Gleitgeschwindigkeiten und hohem  $a_q$  eine große Abweichung von der radialen Stellung aller Radsätze. Radsatz 2 fährt weit innen, die Anlaufwinkel der Radsätze 1 und 3 sind groß. Diese Tendenz ist auch bei der Variante 2b zu erkennen, allerdings weniger ausgeprägt und damit weniger ungünstig.

Das Fahrzeug mit konventioneller Radsatzführung, Variante 3b, fährt im engen Bogen im Spießgang. Erst wenn der Bogenradius und die unausgeglichene Quereschleunigung eine gewisse Größe annehmen, verlässt das Fahrzeug diese Stellung. Bei hohen Gleitgeschwindigkeiten schwenkt das Fahrzeug schon in engeren Bögen aus der Spießgangstellung weg.

- Durch die Halbierung der Kalkerkoeffizienten verändert sich das Stellungsbild der Varianten mit gesteuerten Radsätzen, 1b und 2b, im Bogen nicht prinzipiell. Die Variante mit konventioneller Radsatzführung, 3b, schwenkt bei hoher Quereschleunigung weiter von der Spießgangstellung weg. Die Längsreibkräfte und Führungskräfte sind im allgemeinen kleiner. Die Kräfte, die weit in der Sättigung sind, verändern sich nicht, der Grenzwert wird erst bei höheren Schlüpfen erreicht.
- Durch die Halbierung des Grenzureibwertes verhalten sich die Fahrzeuge ähnlich wie durch die Halbierung der Kalkerkoeffizienten. Das prinzipielle Stellungsbild der Varianten 1b und 2b wird nicht verändert. Die Variante 3b schwenkt bei hoher Quereschleunigung weiter von der Spießgangstellung weg. Die Längsreibkräfte und Führungskräfte sind wieder im allgemeinen kleiner. Die Kräfte, die nahe der Sättigung sind oder sie erreicht haben, verändern sich am stärksten.

## 7. Zusammenfassung, Ausblick

Für zwei gekoppelte Radsätze ist die Forderung nach stabiler Fahrt und idealer Einstellung im Bogen nicht gleichzeitig erfüllbar. Für drei gekoppelte Radsätze sind dagegen beide Ziele miteinander vereinbar. Die Untersuchungen, die zu diesem Ergebnis kommen, wurden mit Hilfe einfacher Modelle, die nur die Radsätze selbst berücksichtigen, durchgeführt. Aufgabe dieser Arbeit war es, die Bedingungen unter denen drei gekoppelte Radsätze möglichst stabil fahren, genauer zu analysieren. Außerdem sollte der Einfluss eines Fahrzeugkastens erfasst werden. Da dreiachsige Fahrwerke in erster Linie in Lokomotiven vorkommen, waren auch die Auswirkungen eines Antriebes zu betrachten.

In der Auslegungsphase eines Fahrzeuges muss der Einfluss der Parameter ermittelt und ihre Werte wenigstens in der Größenordnung festgelegt werden. Für die Vielzahl von Rechnungen, die hierfür notwendig ist, werden einfache Beziehungen bereitgestellt, die aber die wesentlichen Einflüsse enthalten.

Der Fahrzeugkasten beeinflusst durch sein Eigenverhalten die Stabilität. Im Bogen wirkt er sich unter einer Fliehkraft in erster Linie auf die Führungs- und Vertikalkräfte aus.

Neben der grundsätzlichen Einführung des Fahrzeugkastens als eigenständigen Körper wurde folgender Zusatzeffekt berücksichtigt: Wenn der Fahrzeugkasten quer ausgelenkt ist, wirkt seine Gewichtskraft nicht mehr in der Mitte und liefert dadurch ein Zusatzmoment. Da die Gewichtskraft groß im Vergleich zu anderen Kräften ist, wurde dieser Einfluss nicht vernachlässigt. Vergleichsrechnungen zeigen, dass dieser Beitrag dennoch klein ist. Für die Auslegungsphase kann dieser Effekt vernachlässigt werden.

Zug- oder Bremskräfte können nur durch einen Längsschlupf zwischen Rad und Schiene erzeugt werden. Deshalb wurde am Radumfang eine nominelle Gleitgeschwindigkeit eingeführt. Es wird angenommen, dass die Antriebsregelung diese Gleitgeschwindigkeit, oder anders ausgedrückt, eine konstante Winkelgeschwindigkeit des Radsatzes bewirkt. Die Längsreibkräfte der beiden Räder ergeben die Zugkraft des Radsatzes und zusammen mit dem Radradius das Antriebsmoment.

Die ideal gesteuerten Radsätze werden mit zwei anderen Konzepten verglichen, um das Verhalten besser einordnen zu können. Es werden folgende drei Konfigurationen untersucht:

### **Konfiguration 1, Ideale Radialsteuerung**

In dieser Konfiguration sind nur Steifigkeiten erlaubt, die die radiale Einstellung der Endradsätze im Bogen und die Querverschiebung des Mitteldradsatzes nicht behindern.

### **Konfiguration 2, Kombinierte Radsatzführung**

In dieser Konfiguration sind alle Steifigkeiten erlaubt. Eine zumindest teilweise radiale Einstellung der Radsätze soll möglich sein, deshalb ist die Obergrenze der Steifigkeiten, die die radiale Einstellung behindern, herabgesetzt.

### **Konfiguration 3, Konventionelle Radsatzführung**

Diese Konfiguration ist ein Fahrzeug mit konventioneller Radsatzführung, es gibt keine Koppel-Steifigkeiten und -Dämpfungen.

Ein linearisiertes Modell dient der Analyse des dynamischen Eigenverhaltens. Ein Verfahren für die Optimierung der Stabilität wurde entwickelt. Es liefert die Parameterwerte, die die größte Stabilität in einem vorgegebenen Bereich der Geschwindigkeit und der Konizität erzeugen. Dabei durften sich die Parameterwerte nur innerhalb bestimmter Grenzen bewegen. Eine Sensitivitätsanalyse zeigte wie empfindlich die Stabilität auf Änderungen der Werte reagiert.

Mit den optimalen Parameterwerten fuhren die Fahrzeuge durch den Bogen. Hierfür war es notwendig die nichtlineare Berührgeometrie in das Rechenmodell aufzunehmen. Das Verhalten im Bogen wurde anhand der Einstellung der Radsätze im Spurkanal, den Rad-Schiene-Kräften und dem Verschleißkennwert geprüft.

Zunächst wurde das Verhalten des Fahrzeuges mit einem Grunddatensatz des Rad-Schiene-Kontaktes untersucht. Hierfür gilt, es gibt keinen Antriebsschlupf, keine Abminderung der Kalkerkoeffizienten und des Grenzreibwertes. Der Einfluss dieser Parameter wurde anschließend untersucht. Die wesentlichen Ergebnisse für diese Grundvariante waren:

### **Konfiguration 1, Ideale Radialsteuerung**

Ein dreiachsiges Fahrzeug, dessen Radsätze in der Lage sind, sich ungehindert im Bogen einzustellen, kann stabil fahren. Die Stabilität reagiert sehr empfindlich auf Wertänderungen der Koppelparameter. Nahe der Ausgleichsgeschwindigkeit fahren die Radsätze in idealer Stellung durch den Bogen. Die Anlaufwinkel und die Verschleißkennwerte sind verschwindend klein. Wenn hohe negative Querschleunigungen wirken, ist die Stellung der Radsätze ungünstig. Bei großen positiven Querschleunigungen wird die Gleisverschiebekraft am hinteren Radsatz sehr groß.

### **Konfiguration 2, Kombinierte Radsatzführung**

Die Steifigkeiten aus einem konventionellen Fahrzeug, die die radiale Einstellung behindern, verbessern die Stabilität. Sie reagiert äußerst empfindlich auf Wertänderungen der Koppelparameter. Eine Verschiebung des Auslegungspunktes verringert die

Sensitivität, ohne die Stabilität wesentlich zu verkleinern. Im Bogen verschlechtert sich die Stellung der Radsätze nahe der Ausgleichsgeschwindigkeit kaum. Wenn hohe Querbeschleunigungen wirken, sind sowohl die Stellung der Radsätze als auch die Gleisverschiebekräfte gegenüber der Konfiguration 1 günstiger.

### **Konfiguration 3, Konventionelle Radsatzführung**

Wenn die Parameter ausreichend hohe Werte annehmen können, ist die Stabilität im Vergleich zu den anderen Konfigurationen in dem gewählten Konizitäts-Geschwindigkeits-Bereich am höchsten. Allerdings fahren die Varianten mit Radialsteuerung in einem größeren Konizitäts-Geschwindigkeits-Feld stabil. Im Bogen treten insbesondere am führenden Radsatz große Anlaufwinkel und hohe Verschleißkennwerte auf.

Danach wurden wichtige Parameter des Rad-Schiene-Kontaktes variiert. Es waren der Antriebsschlupf, die Kalkerkoefizienten und der Grenzzreibwert.

### **Antrieb**

Eine Zugkraft erhöht die Stabilität, eine Bremskraft verringert sie. Bei Bogenfahrt kann es in der Konfiguration 1 zu Fehlstellungen kommen. Das gilt auch für die Konfiguration 2, allerdings ist die Fehlstellung weniger ausgeprägt und damit weniger ungünstig. Die Konfiguration 3 schwenkt schon in kleineren Bögen und bei kleineren Querbeschleunigungen von der Spießgangstellung weg.

### **Abgeminderte Kalkerkoefizienten**

Die Stabilität verändert sich nicht einheitlich. Es gibt sowohl Bereiche der Konizität und der Geschwindigkeit wo die Stabilität abnimmt, als auch solche, wo sie zunimmt. Im Bogen nehmen die Rad-Schiene-Kräfte, die am größten waren, ab.

### **Kleinerer Grenzzreibwert**

Im linearisierten Modell der Stabilitätsrechnung kommt der Grenzzreibwert nicht vor; im Modell der Bogenfahrt ist er enthalten. Auch hier nehmen die Rad-Schiene-Kräfte, die am größten waren, ab.

Es hat sich bestätigt, dass drei Radsätze, die in der Lage sind, sich ungehindert radial einzustellen, stabil fahren können. Auch die Existenz eines Fahrzeugkastens ändert nichts an dieser grundsätzlichen Aussage. Voraussetzung ist allerdings, dass einige Parameter ausreichend große Werte annehmen können. Die Grenzen, die die Parameterwerte nicht überschreiten dürfen, haben einen großen Einfluss auf das Ergebnis. Man kann aus dem Vergleich der Konfigurationen die Empfehlung ableiten, Steifigkeiten, die eigentlich die

radiale Einstellung behindern, einzusetzen, da sie sich positiv auf die Stabilität und das Verhalten im Bogen unter Fliehkraft auswirken.

Das Ziel dieser Arbeit war, ein möglichst einfaches Instrumentarium für die Auslegungsphase eines Fahrwerkes mit drei gekoppelten Radsätzen bereitzustellen. Damit können leicht Parameter variiert und die Auswirkung auf Stabilität und Bogenfahrt untersucht werden. Die wesentlichen Parameter, die die Stabilität und das Verhalten im Bogen beeinflussen sind in dem Rechenmodell enthalten. Damit sind die Ergebnisse zumindest eine gute Ausgangsbasis für weitere Berechnungen. Zwangsläufig enthalten diese Modelle Vereinfachungen, die die Gültigkeit und Genauigkeit einschränken. Deshalb müssen die Ergebnisse mit anderen Hilfsmitteln abgesichert werden. Zu diesen erweiterten Verfahren zählen die Stabilitätsanalyse des nichtlinearen Systems und die Zeitschrittsimulation. Das Verhalten ist unter Einbeziehung der Gleislagestörungen zu prüfen. Damit sind auch Aussagen zum Fahrkomfort möglich. Mit Hilfe der Zeitschrittsimulation ist das dynamische Verhalten während der Bogen-Einfahrt und -Ausfahrt zu untersuchen.

Das hier vorgestellte Modell beschreibt ein dreiachsiges Fahrzeug. Die Anordnung der Antriebe der drei Radsätze ist häufig unsymmetrisch und kann zu unterschiedlichen Abständen zwischen den Radsätzen führen. Das Optimierungsverfahren kann auch auf umfangreichere Modelle angewendet werden und solche Merkmale in einem nächsten Schritt einbeziehen.

In dieser Arbeit wurde für die Sensitivitätsanalyse jeweils ein Parameter variiert und die Empfindlichkeit berechnet. In einer Erweiterung kann die Untersuchung auf die gleichzeitige Änderung zweier oder mehrerer Parameter ausgedehnt werden. So sind einige Parameter in der Praxis nicht oder nicht völlig voneinander unabhängig.

Das Verhalten der drei Radsätze wird wesentlich durch die Kopplung untereinander und an die angrenzende Struktur bestimmt. Damit ist das grundsätzliche Verhalten der Radsätze auch auf ein Fahrzeug mit zwei dreiachsigen Drehgestellen übertragbar. Das Schwingungsverhalten des Fahrzeugkastens und der Drehgestelle kann damit allerdings nicht nachgebildet werden. Eher lässt sich noch das Verhalten der quasistatischen Bogenfahrt annähern. Für die weiteren Rechnungen mit einem Mehrkörpersystem-Programm muss das Modell den Fahrzeugkasten und die Drehgestelle des sechsachsigen Fahrzeuges abbilden.

## Anhang A.1: Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix

In Kapitel 4.6.4 wurden die Bewegungsgleichungen für die Stabilitätsanalyse aufgestellt. Das Gleichungssystem (4.6.16) lautete:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\tilde{\mathbf{u}}} + \mathbf{D} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{u}}} + \mathbf{C} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0}$$

In diesem Anhang werden die Massenmatrix  $\mathbf{M}$ , die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}$  und die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{C}$  angegeben

### Massenmatrix

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{77} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{88} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{99} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.1})$$

mit

$$M_{11} = m_{R1} + J_{x1} \cdot \varphi_P^2 \quad (\text{A.1.2})$$

$$M_{22} = J_{x1} \quad (\text{A.1.3})$$

$$M_{33} = m_{R2} + J_{x2} \cdot \varphi_P^2 \quad (\text{A.1.4})$$

$$M_{44} = J_{x2} \quad (\text{A.1.5})$$

$$M_{55} = M_{11} \quad (\text{A.1.6})$$

$$M_{66} = M_{22} \quad (\text{A.1.7})$$

$$M_{77} = m_K \quad (\text{A.1.8})$$

$$M_{88} = J_{xK} \quad (\text{A.1.9})$$

$$M_{99} = J_{zK} \quad (\text{A.1.10})$$

**Dämpfungsmatrix**

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} + D_{R11} & D_{12} + D_{R12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} & D_{17} & D_{18} & D_{19} \\ D_{21} + D_{R21} & D_{22} + D_{R22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} & 0 & 0 & D_{29} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} + D_{R33} & D_{R34} & D_{35} & D_{36} & D_{37} & D_{38} & 0 \\ D_{41} & D_{42} & D_{R43} & D_{44} + D_{R44} & D_{45} & D_{46} & 0 & 0 & D_{49} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} + D_{R55} & D_{56} + D_{R56} & D_{57} & D_{58} & D_{59} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} + D_{R65} & D_{66} + D_{R66} & 0 & 0 & D_{69} \\ D_{71} & 0 & D_{73} & 0 & D_{75} & 0 & D_{77} & D_{78} & 0 \\ D_{81} & 0 & D_{83} & 0 & D_{85} & 0 & D_{87} & D_{88} & 0 \\ D_{91} & D_{92} & 0 & D_{94} & D_{95} & D_{96} & 0 & 0 & D_{99} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.11})$$

Anteile durch Dämpfer zwischen den Körpern

$$D_{11} = d_{y12} + d_{y13} + (1 - \varphi_p \cdot h_p)^2 \cdot d_{y10} + \varphi_p^2 \cdot d_{\varphi10} \quad (\text{A.1.12})$$

$$D_{12} = -a \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot d_{y12} + d_{y13} \right) \quad (\text{A.1.13})$$

$$D_{13} = -d_{y12} \quad (\text{A.1.14})$$

$$D_{14} = -\frac{a}{2} \cdot d_{y12} \quad (\text{A.1.15})$$

$$D_{15} = -d_{y13} \quad (\text{A.1.16})$$

$$D_{16} = -a \cdot d_{y13} \quad (\text{A.1.17})$$

$$D_{17} = -(1 - \varphi_p \cdot h_p) \cdot d_{y10} \quad (\text{A.1.18})$$

$$D_{18} = (1 - \varphi_p \cdot h_p) \cdot h_{p0} \cdot d_{y10} + \varphi_p \cdot d_{\varphi10} \quad (\text{A.1.19})$$

$$D_{19} = -a \cdot d_{y10} \cdot (1 - \varphi_p \cdot h_p) \quad (\text{A.1.20})$$

$$D_{21} = D_{12} \quad (\text{A.1.21})$$

$$D_{22} = a^2 \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot d_{y12} + d_{y13} \right) + d_{\psi12} + d_{\psi13} + d_{\psi10} \quad (\text{A.1.22})$$

$$D_{23} = -D_{14} \quad (\text{A.1.23})$$

$$D_{24} = \frac{a^2}{4} \cdot d_{y12} - d_{\psi12} \quad (\text{A.1.24})$$

$$D_{25} = -D_{16} \quad (\text{A.1.25})$$

$$D_{26} = a^2 \cdot d_{y13} - d_{\psi13} \quad (\text{A.1.26})$$

$$D_{29} = -d_{\psi10} \quad (\text{A.1.27})$$

$$D_{31} = D_{13} \quad (\text{A.1.28})$$



$$D_{32} = -D_{14} \quad (\text{A.1.29})$$

$$D_{33} = 2 \cdot d_{y12} + (1 - \varphi_P \cdot h_P)^2 \cdot d_{y20} + \varphi_P^2 \cdot d_{\varphi20} \quad (\text{A.1.30})$$

$$D_{35} = D_{13} \quad (\text{A.1.31})$$

$$D_{36} = D_{14} \quad (\text{A.1.32})$$

$$D_{37} = -(1 - \varphi_P \cdot h_P) \cdot d_{y20} \quad (\text{A.1.33})$$

$$D_{38} = (1 - \varphi_P \cdot h_P) \cdot h_{P0} \cdot d_{y20} + \varphi_P \cdot d_{\varphi20} \quad (\text{A.1.34})$$

$$D_{41} = D_{14} \quad (\text{A.1.35})$$

$$D_{42} = D_{24} \quad (\text{A.1.36})$$

$$D_{44} = \frac{a^2}{2} \cdot d_{y12} + 2 \cdot d_{\psi12} + d_{\psi20} \quad (\text{A.1.37})$$

$$D_{45} = -D_{14} \quad (\text{A.1.38})$$

$$D_{46} = D_{24} \quad (\text{A.1.39})$$

$$D_{49} = -d_{\psi20} \quad (\text{A.1.40})$$

$$D_{51} = D_{15} \quad (\text{A.1.41})$$

$$D_{52} = -D_{16} \quad (\text{A.1.42})$$

$$D_{53} = D_{13} \quad (\text{A.1.43})$$

$$D_{54} = -D_{14} \quad (\text{A.1.44})$$

$$D_{55} = D_{11} \quad (\text{A.1.45})$$

$$D_{56} = -D_{12} \quad (\text{A.1.46})$$

$$D_{57} = D_{17} \quad (\text{A.1.47})$$

$$D_{58} = D_{18} \quad (\text{A.1.48})$$

$$D_{59} = -D_{19} \quad (\text{A.1.49})$$

$$D_{61} = D_{16} \quad (\text{A.1.50})$$

$$D_{62} = D_{26} \quad (\text{A.1.51})$$

$$D_{63} = D_{14} \quad (\text{A.1.52})$$

$$D_{64} = D_{24} \quad (\text{A.1.53})$$

$$D_{65} = -D_{12} \quad (\text{A.1.54})$$

$$D_{66} = D_{22} \quad (\text{A.1.55})$$

$$D_{69} = D_{29} \quad (\text{A.1.56})$$

$$D_{71} = D_{17} \quad (\text{A.1.57})$$

$$D_{73} = D_{37} \quad (\text{A.1.58})$$

$$D_{75} = D_{17} \quad (\text{A.1.59})$$

$$D_{77} = 2 \cdot d_{y10} + d_{y20} \quad (\text{A.1.60})$$

$$D_{78} = -h_{p0} \cdot (2 \cdot d_{y10} + d_{y20}) \quad (\text{A.1.61})$$

$$D_{81} = D_{18} \quad (\text{A.1.62})$$

$$D_{83} = D_{38} \quad (\text{A.1.63})$$

$$D_{85} = D_{18} \quad (\text{A.1.64})$$

$$D_{87} = D_{78} \quad (\text{A.1.65})$$

$$D_{88} = h_{p0}^2 \cdot (2 \cdot d_{y10} + d_{y20}) + 2 \cdot d_{\varphi10} + d_{\varphi20} \quad (\text{A.1.66})$$

$$D_{91} = D_{19} \quad (\text{A.1.67})$$

$$D_{92} = D_{29} \quad (\text{A.1.68})$$

$$D_{94} = D_{49} \quad (\text{A.1.69})$$

$$D_{95} = -D_{19} \quad (\text{A.1.70})$$

$$D_{96} = D_{29} \quad (\text{A.1.71})$$

$$D_{99} = 2 \cdot a^2 \cdot d_{y10} + 2 \cdot d_{\psi10} + d_{\psi20} \quad (\text{A.1.72})$$

#### Anteile durch Rad-Schiene-Kräfte

$$D_{R11} = f_{221} \cdot \frac{2}{v_0} \cdot b_p^2 \quad (\text{A.1.73})$$

$$D_{R12} = -J_{y1} \cdot \frac{v_0}{r_0} \cdot \varphi_p + f_{231} \cdot \frac{2}{v_0} \cdot \cos \delta_0 \cdot b_p \quad (\text{A.1.74})$$

$$D_{R21} = -D_{R12} \quad (\text{A.1.75})$$

$$D_{R22} = \frac{2}{v_0} \cdot (f_{111} \cdot b_0^2 + f_{331} \cdot \cos^2 \delta_0) \quad (\text{A.1.76})$$

$$D_{R33} = f_{222} \cdot \frac{2}{v_0} \cdot b_p^2 \quad (\text{A.1.77})$$

$$D_{R34} = -J_{y2} \cdot \frac{v_0}{r_0} \cdot \varphi_p + f_{232} \cdot \frac{2}{v_0} \cdot \cos \delta_0 \cdot b_p \quad (\text{A.1.78})$$

$$D_{R43} = -D_{R34} \quad (\text{A.1.79})$$

$$D_{R44} = \frac{2}{v_0} \cdot (f_{112} \cdot b_0^2 + f_{332} \cdot \cos^2 \delta_0) \quad (\text{A.1.80})$$

$$D_{R55} = D_{R11} \quad (\text{A.1.81})$$

$$D_{R56} = D_{R12} \quad (\text{A.1.82})$$

$$D_{R65} = -D_{R12} \quad (\text{A.1.83})$$

$$D_{R66} = D_{R22} \quad (\text{A.1.84})$$

### Steifigkeitsmatrix

$\mathbf{C} =$

$$\begin{bmatrix} C_{11} + C_{R11} & C_{12} + C_{R12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} & C_{17} & C_{18} & C_{19} \\ C_{21} + C_{R21} & C_{22} + C_{R22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} & 0 & 0 & C_{29} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} + C_{R33} & C_{R34} & C_{35} & C_{36} & C_{37} & C_{38} & 0 \\ C_{41} & C_{42} & C_{R43} & C_{44} + C_{R44} & C_{45} & C_{46} & 0 & 0 & C_{49} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} + C_{R55} & C_{56} + C_{R56} & C_{57} & C_{58} & C_{59} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} + C_{R65} & C_{66} + C_{R66} & 0 & 0 & C_{69} \\ C_{71} & 0 & C_{73} & 0 & C_{75} & 0 & C_{77} & C_{78} & 0 \\ C_{81} & 0 & C_{83} & 0 & C_{85} & 0 & C_{87} & C_{88} + C_{M88} & 0 \\ C_{91} & C_{92} & 0 & C_{94} & C_{95} & C_{96} & 0 & 0 & C_{99} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.85})$$

### Anteile durch Federn zwischen den Körpern

$$C_{11} = c_{y12} + c_{y13} + (1 - \varphi_P \cdot h_P)^2 \cdot c_{y10} + \varphi_P^2 \cdot c_{\varphi10} \quad (\text{A.1.86})$$

$$C_{12} = -a \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot c_{y12} + c_{y13} \right) \quad (\text{A.1.87})$$

$$C_{13} = -c_{y12} \quad (\text{A.1.88})$$

$$C_{14} = -\frac{a}{2} \cdot c_{y12} \quad (\text{A.1.89})$$

$$C_{15} = -c_{y13} \quad (\text{A.1.90})$$

$$C_{16} = -a \cdot c_{y13} \quad (\text{A.1.91})$$

$$C_{17} = -(1 - \varphi_P \cdot h_P) \cdot c_{y10} \quad (\text{A.1.92})$$

$$C_{18} = (1 - \varphi_P \cdot h_P) \cdot h_{P0} \cdot c_{y10} + \varphi_P \cdot c_{\varphi10} \quad (\text{A.1.93})$$

$$C_{19} = -a \cdot c_{y10} \cdot (1 - \varphi_P \cdot h_P) \quad (\text{A.1.94})$$

$$C_{21} = C_{12} \quad (\text{A.1.95})$$

$$C_{22} = a^2 \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot c_{y12} + c_{y13} \right) + c_{\psi12} + c_{\psi13} + c_{\psi10} \quad (\text{A.1.96})$$

$$C_{23} = -C_{14} \quad (\text{A.1.97})$$

$$C_{24} = \frac{a^2}{4} \cdot c_{y12} - c_{\psi12} \quad (\text{A.1.98})$$

$$C_{25} = -C_{16} \quad (\text{A.1.99})$$

$$C_{26} = a^2 \cdot c_{y13} - c_{\psi13} \quad (\text{A.1.100})$$

$$C_{29} = -c_{\psi10} \quad (\text{A.1.101})$$

$$C_{31} = C_{13} \quad (\text{A.1.102})$$

$$C_{32} = -C_{14} \quad (\text{A.1.103})$$

$$C_{33} = 2 \cdot c_{y12} + (1 - \varphi_P \cdot h_P)^2 \cdot c_{y20} + \varphi_P^2 \cdot c_{\varphi20} \quad (\text{A.1.104})$$

$$C_{35} = C_{13} \quad (\text{A.1.105})$$

$$C_{36} = C_{14} \quad (\text{A.1.106})$$

$$C_{37} = -(1 - \varphi_P \cdot h_P) \cdot c_{y20} \quad (\text{A.1.107})$$

$$C_{38} = (1 - \varphi_P \cdot h_P) \cdot h_{p0} \cdot c_{y20} + \varphi_P \cdot c_{\varphi20} \quad (\text{A.1.108})$$

$$C_{41} = C_{14} \quad (\text{A.1.109})$$

$$C_{42} = C_{24} \quad (\text{A.1.110})$$

$$C_{44} = \frac{a^2}{2} \cdot c_{y12} + 2 \cdot c_{\psi12} + c_{\psi20} \quad (\text{A.1.111})$$

$$C_{45} = -C_{14} \quad (\text{A.1.112})$$

$$C_{46} = C_{24} \quad (\text{A.1.113})$$

$$C_{49} = -c_{\psi20} \quad (\text{A.1.114})$$

$$C_{51} = C_{15} \quad (\text{A.1.115})$$

$$C_{52} = -C_{16} \quad (\text{A.1.116})$$

$$C_{53} = C_{13} \quad (\text{A.1.117})$$

$$C_{54} = -C_{14} \quad (\text{A.1.118})$$

$$C_{55} = C_{11} \quad (\text{A.1.119})$$

$$C_{56} = -C_{12} \quad (\text{A.1.120})$$

$$C_{57} = C_{17} \quad (\text{A.1.121})$$

$$C_{58} = C_{18} \quad (\text{A.1.122})$$

$$C_{59} = -C_{19} \quad (\text{A.1.123})$$

$$C_{61} = C_{16} \quad (\text{A.1.124})$$

$$C_{62} = C_{26} \quad (\text{A.1.125})$$

$$C_{63} = C_{14} \quad (\text{A.1.126})$$

$$C_{64} = C_{24} \quad (\text{A.1.127})$$

$$C_{65} = -C_{12} \quad (\text{A.1.128})$$

$$C_{66} = C_{22} \quad (\text{A.1.129})$$

$$C_{69} = C_{29} \quad (\text{A.1.130})$$

$$C_{71} = C_{17} \quad (\text{A.1.131})$$

$$C_{73} = C_{37} \quad (\text{A.1.132})$$

$$C_{75} = C_{17} \quad (\text{A.1.133})$$

$$C_{77} = 2 \cdot \mathbf{c}_{y10} + \mathbf{c}_{y20} \quad (\text{A.1.134})$$

$$C_{78} = -\mathbf{h}_{p0} \cdot (2 \cdot \mathbf{c}_{y10} + \mathbf{c}_{y20}) \quad (\text{A.1.135})$$

$$C_{81} = C_{18} \quad (\text{A.1.136})$$

$$C_{83} = C_{38} \quad (\text{A.1.137})$$

$$C_{85} = C_{18} \quad (\text{A.1.138})$$

$$C_{87} = C_{78} \quad (\text{A.1.139})$$

$$C_{88} = \mathbf{h}_{p0}^2 \cdot (2 \cdot \mathbf{c}_{y10} + \mathbf{c}_{y20}) + 2 \cdot \mathbf{c}_{\phi10} + \mathbf{c}_{\phi20} \quad (\text{A.1.140})$$

$$C_{91} = C_{19} \quad (\text{A.1.141})$$

$$C_{92} = C_{29} \quad (\text{A.1.142})$$

$$C_{94} = C_{49} \quad (\text{A.1.143})$$

$$C_{95} = -C_{19} \quad (\text{A.1.144})$$

$$C_{96} = C_{29} \quad (\text{A.1.145})$$

$$C_{99} = 2 \cdot \mathbf{a}^2 \cdot \mathbf{c}_{y10} + 2 \cdot \mathbf{c}_{\psi10} + \mathbf{c}_{\psi20} \quad (\text{A.1.146})$$

## Anteile durch Rad-Schiene-Kräfte

$$C_{R11} = -\frac{2}{r_0 \cdot \cos \delta_0} \cdot f_{231} \cdot \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right) \cdot (b_p \cdot \delta_p + \sin \delta_0 \cdot \lambda \cdot \varphi_p) \\ + (m_{R1} + \frac{1}{3} \cdot m_K) \cdot g \cdot \left[ \frac{1}{\cos \delta_0} \cdot (b_p + \rho_{S0} \cdot \varphi_p) \cdot \gamma_p + \varphi_p \right] \quad (A.1.147)$$

$$C_{R12} = -\frac{2 \cdot b_p}{\cos \delta_0} \cdot (f_{221} + \frac{\Delta v}{v_0} \cdot f_{111}) \quad (A.1.148)$$

$$C_{R21} = 2 \cdot f_{111} \cdot \left[ \frac{b_0}{r_0} \cdot \lambda + \frac{\Delta v}{v_0} \cdot \left( \frac{b_0}{r_0} \cdot \lambda + r_0 \cdot \varphi_p + \Delta b_p \right) \right] \\ + f_{331} \cdot \frac{2}{r_0} \cdot \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right) \cdot (\sin^2 \delta_0 \cdot \gamma_p - \cos^2 \delta_0 \cdot \delta_p) \quad (A.1.149)$$

$$C_{R22} = 2 \cdot f_{231} \cdot \left[ 1 - \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right) \cdot \tan^2 \delta_0 \right] \\ - (m_{R1} + \frac{1}{3} \cdot m_K) \cdot g \cdot [\tan \delta_0 \cdot (b_0 - r_0 \cdot \tan \delta_0)] \quad (A.1.150)$$

$$C_{R33} = -\frac{2}{r_0 \cdot \cos \delta_0} \cdot f_{232} \cdot \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right) \cdot (b_p \cdot \delta_p + \sin \delta_0 \cdot \lambda \cdot \varphi_p) \\ + (m_{R2} + \frac{1}{3} \cdot m_K) \cdot g \cdot \left[ \frac{1}{\cos \delta_0} \cdot (b_p + \rho_{S0} \cdot \varphi_p) \cdot \gamma_p + \varphi_p \right] \quad (A.1.151)$$

$$C_{R34} = -\frac{2 \cdot b_p}{\cos \delta_0} \cdot (f_{222} + \frac{\Delta v}{v_0} \cdot f_{112}) \quad (A.1.152)$$

$$C_{R43} = 2 \cdot f_{112} \cdot \left[ \frac{b_0}{r_0} \cdot \lambda + \frac{\Delta v}{v_0} \cdot \left( \frac{b_0}{r_0} \cdot \lambda + r_0 \cdot \varphi_p + \Delta b_p \right) \right] \\ + f_{332} \cdot \frac{2}{r_0} \cdot \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right) \cdot (\sin^2 \delta_0 \cdot \gamma_p - \cos^2 \delta_0 \cdot \delta_p) \quad (A.1.153)$$

$$C_{R44} = 2 \cdot f_{232} \cdot \left[ 1 - \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right) \cdot \tan^2 \delta_0 \right] \\ - (m_{R2} + \frac{1}{3} \cdot m_K) \cdot g \cdot [\tan \delta_0 \cdot (b_0 - r_0 \cdot \tan \delta_0)] \quad (A.1.154)$$

$$C_{R55} = C_{R11} \quad (A.1.155)$$

$$C_{R56} = C_{R12} \quad (A.1.156)$$

$$C_{R65} = C_{R21} \quad (A.1.157)$$

$$C_{R66} = C_{R22} \quad (A.1.158)$$

Anteil durch Gewichtskraft des ausgelenkten Fahrzeugkastens

$$C_{M88} = -m_K \cdot g \cdot h_{p0} \quad (A.1.159)$$

## Anhang A.2: Gleichungen für quasistatische Bogenfahrt

In Kapitel 4.6.5 wird die Methode zur Berechnung der quasistatischen Bogenfahrt dargestellt. Den Zustandsvektor  $\bar{\mathbf{u}}$  findet man durch Lösung des Gleichungssystems (4.6.26)

$$\mathbf{f}(\bar{\mathbf{u}}) = \mathbf{0}.$$

In diesem Anhang werden die 15 Gleichungen  $f_i$  angegeben:

$$\begin{aligned} f_1 = & m_{R1} \cdot \left( \frac{v_0^2}{R} - g \cdot \varphi_{\bar{u}} \right) \\ & + (f_{tx11} + f_{txr1}) \cdot \bar{\psi}_{R1} + f_{ty11} \cdot \cos(\bar{\varphi}_{R1} + \bar{\delta}_{11}) + f_{tyr1} \cdot \cos(\bar{\varphi}_{R1} - \bar{\delta}_{r1}) \\ & - f_{n11} \cdot \sin(\bar{\varphi}_{R1} + \bar{\delta}_{11}) - f_{nr1} \cdot \sin(\bar{\varphi}_{R1} - \bar{\delta}_{r1}) \\ & + (c_{y12} + c_{y13} + c_{y10}) \cdot \bar{y}_{R1} + h_p \cdot c_{y10} \cdot \bar{\varphi}_{R1} - a \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot c_{y12} + c_{y13} \right) \cdot \bar{\psi}_{R1} \\ & - c_{y12} \cdot \bar{y}_{R2} - \frac{a}{2} \cdot c_{y12} \cdot \bar{\psi}_{R2} - c_{y13} \cdot \bar{y}_{R3} - a \cdot c_{y13} \cdot \bar{\psi}_{R3} \\ & - c_{y10} \cdot \bar{y}_K + h_{p0} \cdot c_{y10} \cdot \bar{\varphi}_K - a \cdot c_{y10} \cdot \bar{\psi}_K \end{aligned} \quad (\text{A.2.1})$$

$$\begin{aligned} f_2 = & f_{tx11} \cdot (\bar{r}_{11} \cdot \bar{\varphi}_{R1} + b_0 - \Delta \bar{b}_{11}) + f_{txr1} \cdot (\bar{r}_{r1} \cdot \bar{\varphi}_{R1} - b_0 - \Delta \bar{b}_{r1}) \\ & + \left[ -f_{ty11} \cdot (\bar{r}_{11} \cdot \sin \bar{\delta}_{11} + b_0 \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{11}}{\cos \bar{\delta}_{11}}) + f_{tyr1} \cdot (\bar{r}_{r1} \cdot \sin \bar{\delta}_{r1} + b_0 \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{r1}}{\cos \bar{\delta}_{r1}}) \right] \cdot \left( \bar{\psi}_{R1} - \frac{a}{R} \right) \\ & + \left[ f_{n11} \cdot (\bar{r}_{11} \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{11}}{\cos \bar{\delta}_{11}} - b_0 \cdot \sin \bar{\delta}_{11}) + f_{nr1} \cdot (\bar{r}_{r1} \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{r1}}{\cos \bar{\delta}_{r1}} - b_0 \cdot \sin \bar{\delta}_{r1}) \right] \cdot \left( \bar{\psi}_{R1} - \frac{a}{R} \right) \\ & + l_{11} \cdot \cos(\bar{\varphi}_{R1} + \bar{\delta}_{11}) + l_{r1} \cdot \cos(\bar{\varphi}_{R1} - \bar{\delta}_{r1}) \\ & - a \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot c_{y12} + c_{y13} \right) \cdot \bar{y}_{R1} + \left[ a^2 \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot c_{y12} + c_{y13} \right) + c_{\psi12} + c_{\psi13} + c_{\psi10} \right] \cdot \bar{\psi}_{R1} \\ & + \frac{a}{2} \cdot c_{y12} \cdot \bar{y}_{R2} + \left( \frac{a^2}{4} \cdot c_{y12} - c_{\psi12} \right) \cdot \bar{\psi}_{R2} + a \cdot c_{y13} \cdot \bar{y}_{R3} + (a^2 \cdot c_{y13} - c_{\psi13}) \cdot \bar{\psi}_{R3} - c_{\psi10} \cdot \bar{\psi}_K \end{aligned}$$

(A.2.2)

$$\begin{aligned} f_3 = & -(m_{R1} + \frac{1}{3} \cdot m_K) \cdot \left( g + \frac{v_0^2}{R} \cdot \varphi_{\bar{u}} \right) \\ & + (f_{tx11} \cdot \tan \bar{\delta}_{11} - f_{txr1} \cdot \tan \bar{\delta}_{r1}) \cdot \left( \bar{\psi}_{R1} - \frac{a}{R} \right) \\ & + f_{ty11} \cdot \sin(\bar{\varphi}_{R1} + \bar{\delta}_{11}) + f_{tyr1} \cdot \sin(\bar{\varphi}_{R1} - \bar{\delta}_{r1}) \\ & + f_{n11} \cdot \cos(\bar{\varphi}_{R1} + \bar{\delta}_{11}) + f_{nr1} \cdot \cos(\bar{\varphi}_{R1} - \bar{\delta}_{r1}) \end{aligned} \quad (\text{A.2.3})$$



$$\begin{aligned}
f_4 = & J_{yR1} \cdot \frac{v_0^2}{R \cdot r_0} \\
& - f_{txl1} \cdot \left[ b_0 \cdot \tan \bar{\delta}_{l1} \cdot (\bar{\psi}_{R1} - \frac{a}{R}) + \bar{r}_{l1} \cdot \bar{\psi}_{R1} \right] - f_{txr1} \cdot \left[ b_0 \cdot \tan \bar{\delta}_{r1} \cdot (\bar{\psi}_{R1} - \frac{a}{R}) + \bar{r}_{r1} \cdot \bar{\psi}_{R1} \right] \\
& - f_{tyl1} \cdot [\bar{r}_{l1} \cdot \cos \bar{\delta}_{l1} + (b_0 - \Delta \bar{b}_{l1}) \cdot \sin \bar{\delta}_{l1}] - f_{tyr1} \cdot [\bar{r}_{r1} \cdot \cos \bar{\delta}_{r1} + (b_0 + \Delta \bar{b}_{r1}) \cdot \sin \bar{\delta}_{r1}] \\
& + f_{nl1} \cdot [\bar{r}_{l1} \cdot \sin \bar{\delta}_{l1} - (b_0 - \Delta \bar{b}_{l1}) \cdot \cos \bar{\delta}_{l1}] + f_{nr1} \cdot [-\bar{r}_{r1} \cdot \sin \bar{\delta}_{r1} + (b_0 + \Delta \bar{b}_{r1}) \cdot \cos \bar{\delta}_{r1}] \\
& + (l_{l1} \cdot \sin \bar{\delta}_{l1} - l_{r1} \cdot \sin \bar{\delta}_{r1}) \cdot \frac{a}{R} \\
& + h_p \cdot c_{y10} \cdot (\bar{y}_{R1} - \bar{y}_K) + (c_{\phi 10} + h_p^2 \cdot c_{y10}) \cdot \bar{\phi}_{R1} \\
& - (c_{\phi 10} - h_p \cdot h_{p0} \cdot c_{y10}) \cdot \bar{\phi}_K - a \cdot h_p \cdot c_{y10} \cdot \bar{\psi}_K
\end{aligned} \tag{A.2.4}$$

$$\begin{aligned}
f_5 = & m_{R2} \cdot (\frac{v_0^2}{R} - g \cdot \phi_{\bar{u}}) \\
& + (f_{txl2} + f_{txr2}) \cdot \bar{\psi}_{R2} + f_{tyl2} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R2} + \bar{\delta}_{l2}) + f_{tyr2} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R2} - \bar{\delta}_{r2}) \\
& - f_{nl2} \cdot \sin(\bar{\phi}_{R2} + \bar{\delta}_{l2}) - f_{nr2} \cdot \sin(\bar{\phi}_{R2} - \bar{\delta}_{r2}) \\
& - c_{y12} \cdot \bar{y}_{R1} + \frac{a}{2} \cdot c_{y12} \cdot \bar{\psi}_{R1} + (2 \cdot c_{y12} + c_{y20}) \cdot \bar{y}_{R2} + h_p \cdot c_{y20} \cdot \bar{\phi}_{R2} \\
& - c_{y12} \cdot \bar{y}_{R3} - \frac{a}{2} \cdot c_{y12} \cdot \bar{\psi}_{R3} - c_{y20} \cdot \bar{y}_K + h_{p0} \cdot c_{y20} \cdot \bar{\phi}_K
\end{aligned} \tag{A.2.5}$$

$$\begin{aligned}
f_6 = & \\
& f_{txl2} \cdot (\bar{r}_{l2} \cdot \bar{\phi}_{R2} + b_0 - \Delta \bar{b}_{l2}) + f_{txr2} \cdot (\bar{r}_{r2} \cdot \bar{\phi}_{R2} - b_0 - \Delta \bar{b}_{r2}) \\
& + \left[ -f_{tyl2} \cdot (\bar{r}_{l2} \cdot \sin \bar{\delta}_{l2} + b_0 \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{l2}}{\cos \bar{\delta}_{l2}}) + f_{tyr2} \cdot (\bar{r}_{r2} \cdot \sin \bar{\delta}_{r2} + b_0 \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{r2}}{\cos \bar{\delta}_{r2}}) \right] \cdot \bar{\psi}_{R2} \\
& + \left[ f_{nl2} \cdot (\bar{r}_{l2} \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{l2}}{\cos \bar{\delta}_{l2}} - b_0 \cdot \sin \bar{\delta}_{l2}) + f_{nr2} \cdot (\bar{r}_{r2} \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{r2}}{\cos \bar{\delta}_{r2}} - b_0 \cdot \sin \bar{\delta}_{r2}) \right] \cdot \bar{\psi}_{R2} \\
& + l_{l2} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R2} + \bar{\delta}_{l2}) + l_{r2} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R2} - \bar{\delta}_{r2}) \\
& - \frac{a}{2} \cdot c_{y12} \cdot \bar{y}_{R1} + (\frac{a^2}{4} \cdot c_{y12} - c_{\psi 12}) \cdot \bar{\psi}_{R1} + (\frac{a^2}{2} \cdot c_{y12} + 2 \cdot c_{\psi 12} + c_{\psi 20}) \cdot \bar{\psi}_{R2} \\
& + \frac{a}{2} \cdot c_{y12} \cdot \bar{y}_{R3} + (\frac{a^2}{4} \cdot c_{y12} - c_{\psi 12}) \cdot \bar{\psi}_{R3} - c_{\psi 20} \cdot \bar{\psi}_K
\end{aligned} \tag{A.2.6}$$

$$\begin{aligned}
f_7 = & -(m_{R2} + \frac{1}{3} \cdot m_K) \cdot (g + \frac{v_0^2}{R} \cdot \phi_{\bar{u}}) \\
& + (f_{txl2} \cdot \tan \bar{\delta}_{l2} - f_{txr2} \cdot \tan \bar{\delta}_{r2}) \cdot \bar{\psi}_{R2} \\
& + f_{tyl2} \cdot \sin(\bar{\phi}_{R2} + \bar{\delta}_{l2}) + f_{tyr2} \cdot \sin(\bar{\phi}_{R2} - \bar{\delta}_{r2}) \\
& + f_{nl2} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R2} + \bar{\delta}_{l2}) + f_{nr2} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R2} - \bar{\delta}_{r2})
\end{aligned} \tag{A.2.7}$$

$$\begin{aligned}
f_8 = & J_{yR2} \cdot \frac{v_0^2}{R \cdot r_0} \\
& - f_{txl2} \cdot (b_0 \cdot \tan \bar{\delta}_{l2} + \bar{r}_{l2}) \cdot \bar{\psi}_{R2} - f_{txr2} \cdot (b_0 \cdot \tan \bar{\delta}_{r2} + \bar{r}_{r2}) \cdot \bar{\psi}_{R2} \\
& - f_{tyl2} \cdot [\bar{r}_{l2} \cdot \cos \bar{\delta}_{l2} + (b_0 - \Delta \bar{b}_{l2}) \cdot \sin \bar{\delta}_{l2}] - f_{tyr2} \cdot [\bar{r}_{r2} \cdot \cos \bar{\delta}_{r2} + (b_0 + \Delta \bar{b}_{r2}) \cdot \sin \bar{\delta}_{r2}] \quad (A.2.8) \\
& + f_{nl2} \cdot [\bar{r}_{l2} \cdot \sin \bar{\delta}_{l2} - (b_0 - \Delta \bar{b}_{l2}) \cdot \cos \bar{\delta}_{l2}] + f_{nr2} \cdot [-\bar{r}_{r2} \cdot \sin \bar{\delta}_{r2} + (b_0 + \Delta \bar{b}_{r2}) \cdot \cos \bar{\delta}_{r2}] \\
& + h_p \cdot c_{y20} \cdot (\bar{y}_{R2} - \bar{y}_K) + (c_{\phi 20} + h_p^2 \cdot c_{y20}) \cdot \bar{\phi}_{R2} - (c_{\phi 20} - h_p \cdot h_{p0} \cdot c_{y20}) \cdot \bar{\phi}_K
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_9 = & m_{R1} \cdot \left( \frac{v_0^2}{R} - g \cdot \phi_u \right) \\
& + (f_{txl3} + f_{txr3}) \cdot \bar{\psi}_{R3} + f_{tyl3} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R3} + \bar{\delta}_{l3}) + f_{tyr3} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R3} - \bar{\delta}_{r3}) \\
& - f_{nl3} \cdot \sin(\bar{\phi}_{R3} + \bar{\delta}_{l3}) - f_{nr3} \cdot \sin(\bar{\phi}_{R3} - \bar{\delta}_{r3}) \quad (A.2.9) \\
& + (c_{y12} + c_{y13} + c_{y10}) \cdot \bar{y}_{R1} + h_p \cdot c_{y10} \cdot \bar{\phi}_{R1} - a \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot c_{y12} + c_{y13} \right) \cdot \bar{\psi}_{R1} \\
& - c_{y12} \cdot \bar{y}_{R2} - \frac{a}{2} \cdot c_{y12} \cdot \bar{\psi}_{R2} - c_{y13} \cdot \bar{y}_{R3} - a \cdot c_{y13} \cdot \bar{\psi}_{R3} \\
& - c_{y10} \cdot \bar{y}_K + h_{p0} \cdot c_{y10} \cdot \bar{\phi}_K - a \cdot c_{y10} \cdot \bar{\psi}_K
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{10} = & f_{txl3} \cdot (\bar{r}_{l3} \cdot \bar{\phi}_{R3} + b_0 - \Delta \bar{b}_{l3}) + f_{txr3} \cdot (\bar{r}_{r3} \cdot \bar{\phi}_{R3} - b_0 - \Delta \bar{b}_{r3}) \\
& + \left[ -f_{tyl3} \cdot (\bar{r}_{l3} \cdot \sin \bar{\delta}_{l3} + b_0 \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{l3}}{\cos \bar{\delta}_{l3}}) + f_{tyr3} \cdot (\bar{r}_{r3} \cdot \sin \bar{\delta}_{r3} + b_0 \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{r3}}{\cos \bar{\delta}_{r3}}) \right] \cdot (\bar{\psi}_{R3} + \frac{a}{R}) \\
& + \left[ f_{nl3} \cdot (\bar{r}_{l3} \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{l3}}{\cos \bar{\delta}_{l3}} - b_0 \cdot \sin \bar{\delta}_{l3}) + f_{nr3} \cdot (\bar{r}_{r3} \cdot \frac{\sin^2 \bar{\delta}_{r3}}{\cos \bar{\delta}_{r3}} - b_0 \cdot \sin \bar{\delta}_{r3}) \right] \cdot (\bar{\psi}_{R3} + \frac{a}{R}) \\
& + l_{l3} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R3} + \bar{\delta}_{l3}) + l_{r3} \cdot \cos(\bar{\phi}_{R3} - \bar{\delta}_{r3}) \\
& - a \cdot c_{y13} \cdot \bar{y}_{R1} + (a^2 \cdot c_{y13} - c_{\psi 13}) \cdot \bar{\psi}_{R1} - \frac{a}{2} \cdot c_{y12} \cdot \bar{y}_{R2} + (\frac{a^2}{4} \cdot c_{y12} - c_{\psi 12}) \cdot \bar{\psi}_{R2} \\
& + a \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot c_{y12} + c_{y13} \right) \cdot \bar{y}_{R3} + \left[ a^2 \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot c_{y12} + c_{y13} \right) + c_{\psi 12} + c_{\psi 13} + c_{\psi 10} \right] \cdot \bar{\psi}_{R3} - c_{\psi 10} \cdot \bar{\psi}_K
\end{aligned}$$

(A.2.10)

$$\begin{aligned}
f_{11} = & -(\mathbf{m}_{R1} + \frac{1}{3} \cdot \mathbf{m}_K) \cdot (\mathbf{g} + \frac{v_0^2}{R} \cdot \varphi_{\bar{u}}) \\
& + (f_{\text{txl3}} \cdot \tan \bar{\delta}_{l3} - f_{\text{txr3}} \cdot \tan \bar{\delta}_{r3}) \cdot (\bar{\psi}_{R3} + \frac{a}{R}) \\
& + f_{\text{tyl3}} \cdot \sin(\bar{\varphi}_{R3} + \bar{\delta}_{l3}) + f_{\text{tyr3}} \cdot \sin(\bar{\varphi}_{R3} - \bar{\delta}_{r3}) \\
& + f_{\text{nl3}} \cdot \cos(\bar{\varphi}_{R3} + \bar{\delta}_{l3}) + f_{\text{nr3}} \cdot \cos(\bar{\varphi}_{R3} - \bar{\delta}_{r3})
\end{aligned}$$

(A.2.11)

$$\begin{aligned}
f_{12} = & \mathbf{J}_{yR1} \cdot \frac{v_0^2}{R \cdot \mathbf{r}_0} \\
& - f_{\text{txl3}} \cdot \left[ \mathbf{b}_0 \cdot \tan \bar{\delta}_{l3} \cdot (\bar{\psi}_{R3} + \frac{a}{R}) + \bar{\mathbf{r}}_{l3} \cdot \bar{\psi}_{R3} \right] - f_{\text{txr3}} \cdot \left[ \mathbf{b}_0 \cdot \tan \bar{\delta}_{r3} \cdot (\bar{\psi}_{R3} + \frac{a}{R}) + \bar{\mathbf{r}}_{r3} \cdot \bar{\psi}_{R3} \right] \\
& - f_{\text{tyl3}} \cdot [\bar{\mathbf{r}}_{l3} \cdot \cos \bar{\delta}_{l3} + (\mathbf{b}_0 - \Delta \bar{\mathbf{b}}_{l3}) \cdot \sin \bar{\delta}_{l3}] - f_{\text{tyr3}} \cdot [\bar{\mathbf{r}}_{r3} \cdot \cos \bar{\delta}_{r3} + (\mathbf{b}_0 + \Delta \bar{\mathbf{b}}_{r3}) \cdot \sin \bar{\delta}_{r3}] \\
& + f_{\text{nl3}} \cdot [\bar{\mathbf{r}}_{l3} \cdot \sin \bar{\delta}_{l3} - (\mathbf{b}_0 - \Delta \bar{\mathbf{b}}_{l3}) \cdot \cos \bar{\delta}_{l3}] + f_{\text{nr3}} \cdot [-\bar{\mathbf{r}}_{r3} \cdot \sin \bar{\delta}_{r3} + (\mathbf{b}_0 + \Delta \bar{\mathbf{b}}_{r3}) \cdot \cos \bar{\delta}_{r3}] \\
& + (-l_{l3} \cdot \sin \bar{\delta}_{l3} + l_{r3} \cdot \sin \bar{\delta}_{r3}) \cdot \frac{a}{R} \\
& + \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{c}_{y10} \cdot (\bar{\mathbf{y}}_{R3} - \bar{\mathbf{y}}_K) + (\mathbf{c}_{\varphi10} + \mathbf{h}_P^2 \cdot \mathbf{c}_{y10}) \cdot \bar{\varphi}_{R3} - (\mathbf{c}_{\varphi10} - \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{h}_{P0} \cdot \mathbf{c}_{y10}) \cdot \bar{\varphi}_K \\
& + \mathbf{a} \cdot \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{c}_{y10} \cdot \bar{\psi}_K
\end{aligned}$$

(A.2.12)

$$\begin{aligned}
f_{13} = & \mathbf{m}_K \cdot (\frac{v_0^2}{R} - \mathbf{g} \cdot \varphi_{\bar{u}}) \\
& - \mathbf{c}_{y10} \cdot \bar{\mathbf{y}}_{R1} - \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{c}_{y10} \cdot \bar{\varphi}_{R1} - \mathbf{c}_{y20} \cdot \bar{\mathbf{y}}_{R2} - \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{c}_{y20} \cdot \bar{\varphi}_{R2} - \mathbf{c}_{y10} \cdot \bar{\mathbf{y}}_{R3} - \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{c}_{y10} \cdot \bar{\varphi}_{R3} \\
& + (2 \cdot \mathbf{c}_{y10} + \mathbf{c}_{y20}) \cdot \bar{\mathbf{y}}_K - \mathbf{h}_{P0} \cdot (2 \cdot \mathbf{c}_{y10} + \mathbf{c}_{y20}) \cdot \bar{\varphi}_K
\end{aligned} \tag{A.2.13}$$

$$\begin{aligned}
f_{14} = & \\
& + \mathbf{h}_{P0} \cdot \mathbf{c}_{y10} \cdot \bar{\mathbf{y}}_{R1} - (\mathbf{c}_{\varphi10} - \mathbf{h}_{P0} \cdot \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{c}_{y10}) \cdot \bar{\varphi}_{R1} \\
& + \mathbf{h}_{P0} \cdot \mathbf{c}_{y20} \cdot \bar{\mathbf{y}}_{R2} - (\mathbf{c}_{\varphi20} - \mathbf{h}_{P0} \cdot \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{c}_{y20}) \cdot \bar{\varphi}_{R2} \\
& + \mathbf{h}_{P0} \cdot \mathbf{c}_{y10} \cdot \bar{\mathbf{y}}_{R3} - (\mathbf{c}_{\varphi10} - \mathbf{h}_{P0} \cdot \mathbf{h}_P \cdot \mathbf{c}_{y10}) \cdot \bar{\varphi}_{R3} \\
& - \mathbf{h}_{P0} \cdot (2 \cdot \mathbf{c}_{y10} + \mathbf{c}_{y20}) \cdot \bar{\mathbf{y}}_K + [\mathbf{h}_{P0}^2 \cdot (2 \cdot \mathbf{c}_{y10} + \mathbf{c}_{y20}) + 2 \cdot \mathbf{c}_{\varphi10} + \mathbf{c}_{\varphi20}] \cdot \bar{\varphi}_K \\
& - \mathbf{m}_K \cdot \mathbf{g} \cdot \left[ \bar{\mathbf{y}}_K - \frac{1}{3} \cdot (\bar{\mathbf{y}}_{R1} - \bar{\mathbf{y}}_{R2} - \bar{\mathbf{y}}_{R3}) \right]
\end{aligned} \tag{A.2.14}$$

$$\begin{aligned}
f_{15} = & \\
& -a \cdot c_{y10} \cdot \bar{y}_{R1} - a \cdot h_P \cdot c_{y10} \cdot \bar{\varphi}_{R1} - c_{\psi10} \cdot \bar{\psi}_{R1} - c_{\psi20} \cdot \bar{\psi}_{R2} \\
& + a \cdot c_{y10} \cdot \bar{y}_{R3} + a \cdot h_P \cdot c_{y10} \cdot \bar{\varphi}_{R3} - c_{\psi10} \cdot \bar{\psi}_{R3} \\
& + (2 \cdot a^2 \cdot c_{y10} + 2 \cdot c_{\psi10} + c_{\psi20}) \cdot \bar{\psi}_K
\end{aligned} \tag{A.2.15}$$

Die Kontaktkräfte  $f_{txij}$ ,  $f_{tyij}$  und –momente  $l_{ij}$  nach Kapitel 4.5 sind Funktionen der Zustandsvariablen  $\bar{y}_{Rj}$ ,  $\bar{\psi}_{Rj}$  und  $f_{nij}$ . Die Radsatzrollwinkel  $\bar{\varphi}_{Rj}$  sind Funktionen der Zustandsvariablen  $\bar{y}_{Rj}$ , siehe Kapitel 6.1.

## Anhang A.3: Sensitivität der Parameter

In Kapitel 5.2 wird die Sensitivität der Parameter der Varianten 1b, 2b und 3b untersucht, und es werden diejenigen mit der größten Empfindlichkeit präsentiert. In diesem Anhang wird das Verhalten der übrigen Parameter, deren Werte ungleich null sind, dargestellt.

Folgende Diagramme zeigen die Abhängigkeit des Dämpfungsmaßes  $D_2$  von den Parameterwerten:

### 1 Variante 1b

$D_2(c_{y1}, c_{\psi 2})$  Bild A.3.1

$D_2(c_{\phi 1}, c_{\phi 2})$  Bild A.3.2

$D_2(c_{y12}, c_{y13})$  Bild 5.2.3

$D_2(d_{y1}, d_{\psi 1})$  Bild A.3.3

$D_2(d_{\phi 1}, d_{y13})$  Bild A.3.4

### 2 Variante 2b

$D_2(c_{y1}, c_{y2})$  Bild A.3.5

$D_2(c_{\psi 1}, c_{\psi 2})$  Bild A.3.6

$D_2(c_{\phi 1}, c_{\phi 2})$  Bild A.3.7

$D_2(c_{y12}, c_{y13})$  Bild 5.2.6

$D_2(c_{\psi 12}, c_{\psi 13})$  Bild A.3.8

$D_2(d_{y1}, d_{y2})$  Bild A.3.9

$D_2(d_{\phi 1}, d_{\phi 2})$  Bild A.3.10

### 3 Variante 3b

$D_2(c_{y1}, c_{y2}),$  Bild 5.2.9

$D_2(c_{\psi 1}, c_{\psi 2})$  Bild 5.2.10

$D_2(c_{\phi 1}, c_{\phi 2})$  Bild A.3.11

$D_2(d_{y1}, d_{y2})$  Bild A.3.12

$D_2(d_{\psi 1}, d_{\psi 2})$  Bild A.3.13

$D_2(d_{\phi 1}, d_{\phi 2})$  Bild A.3.14

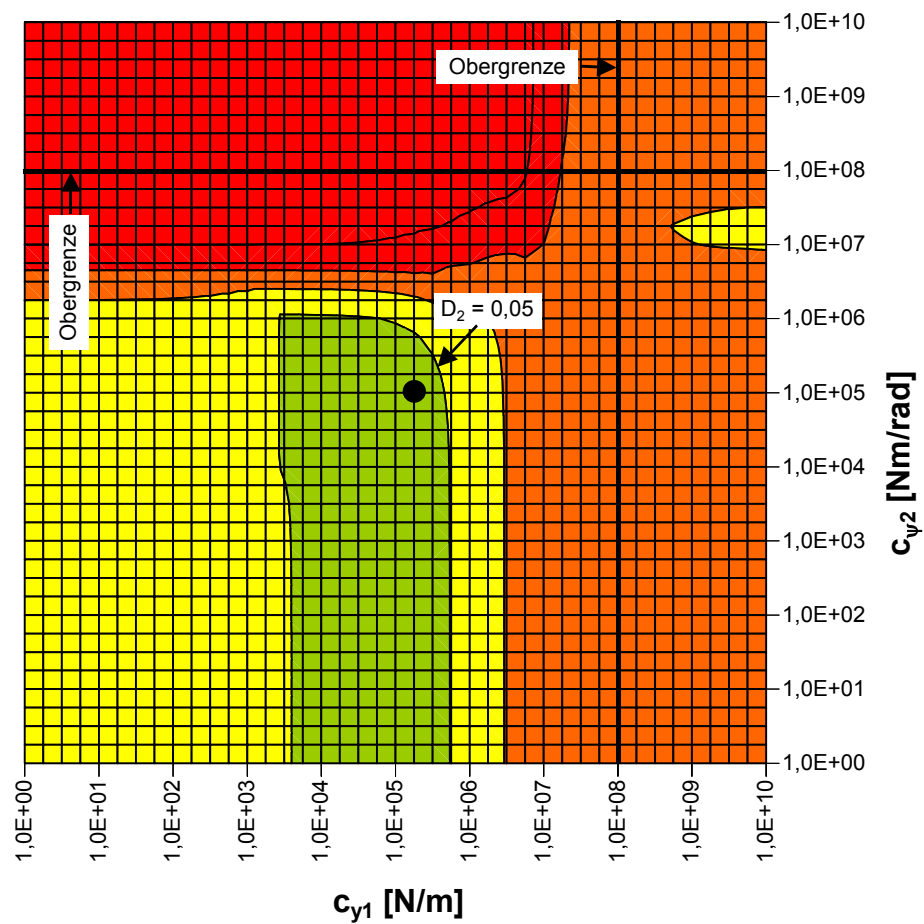
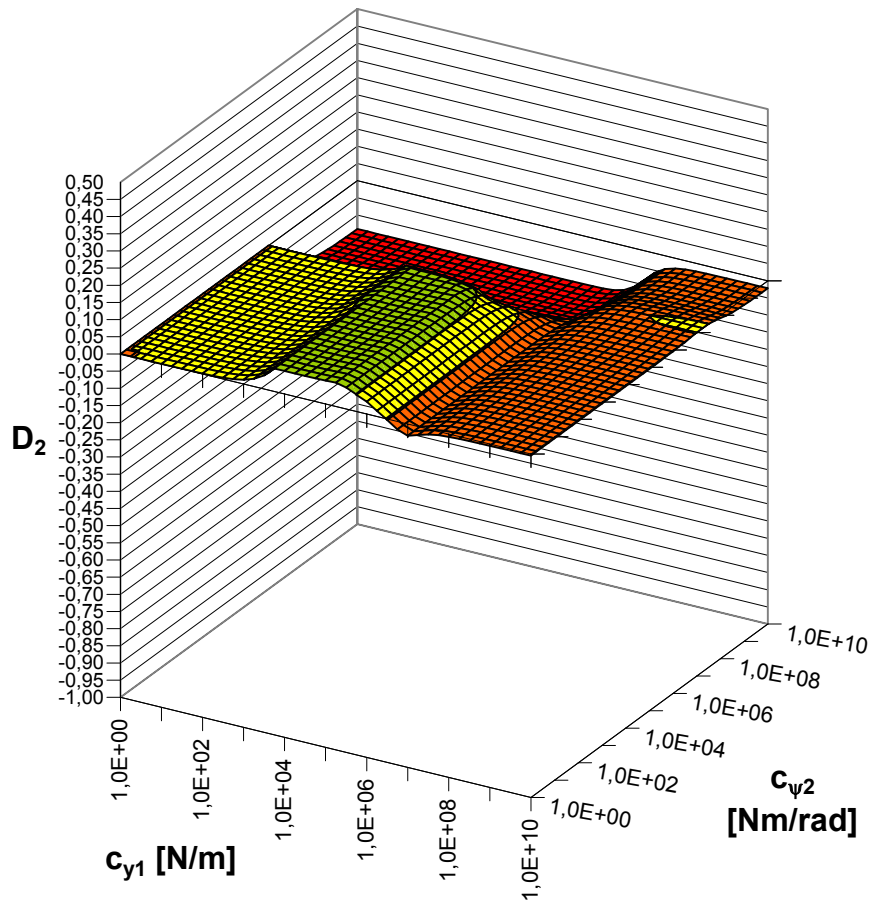
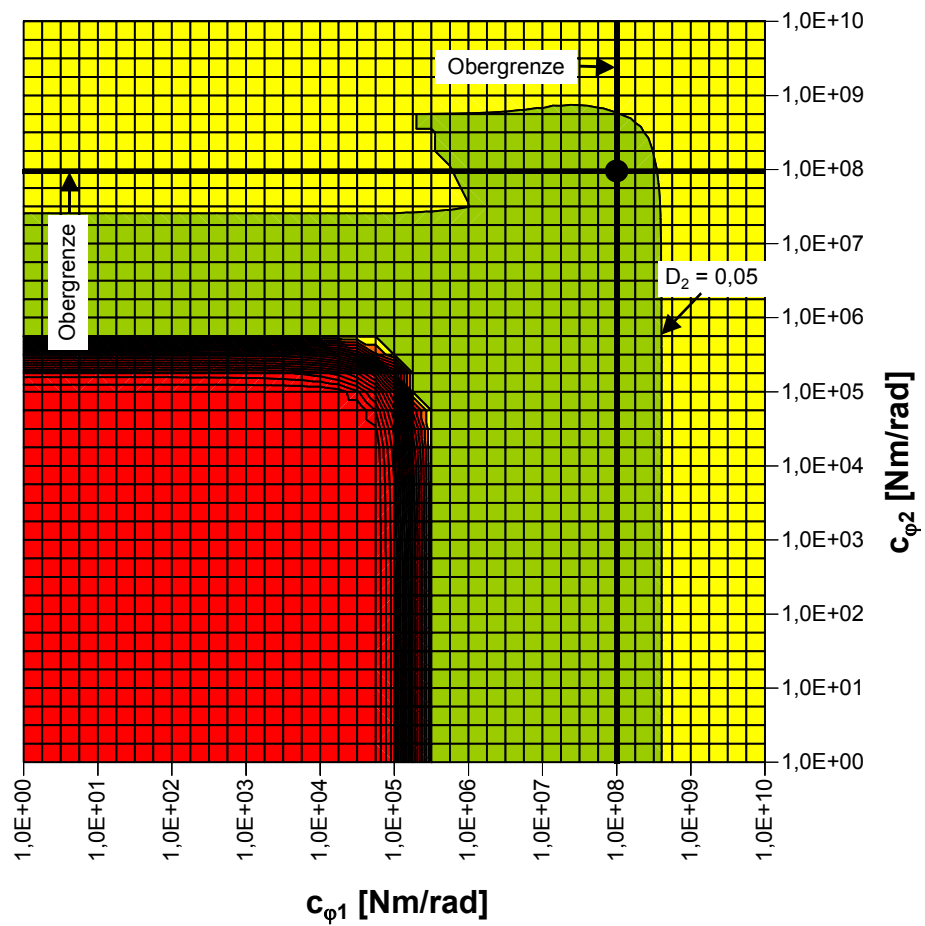
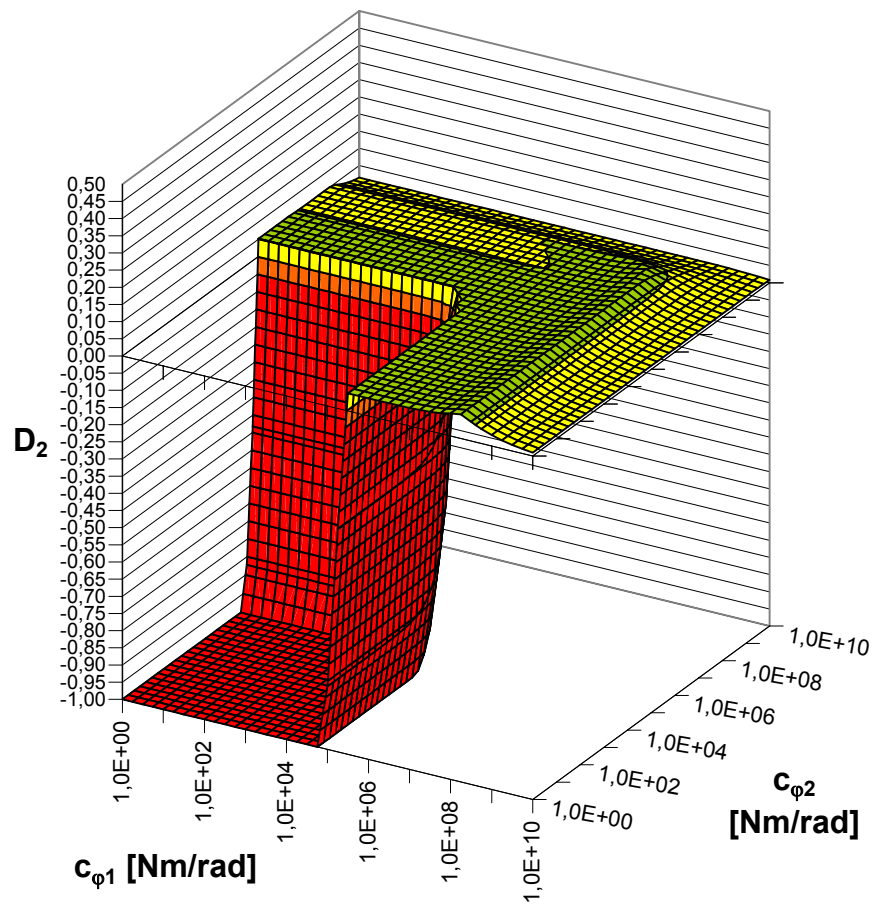
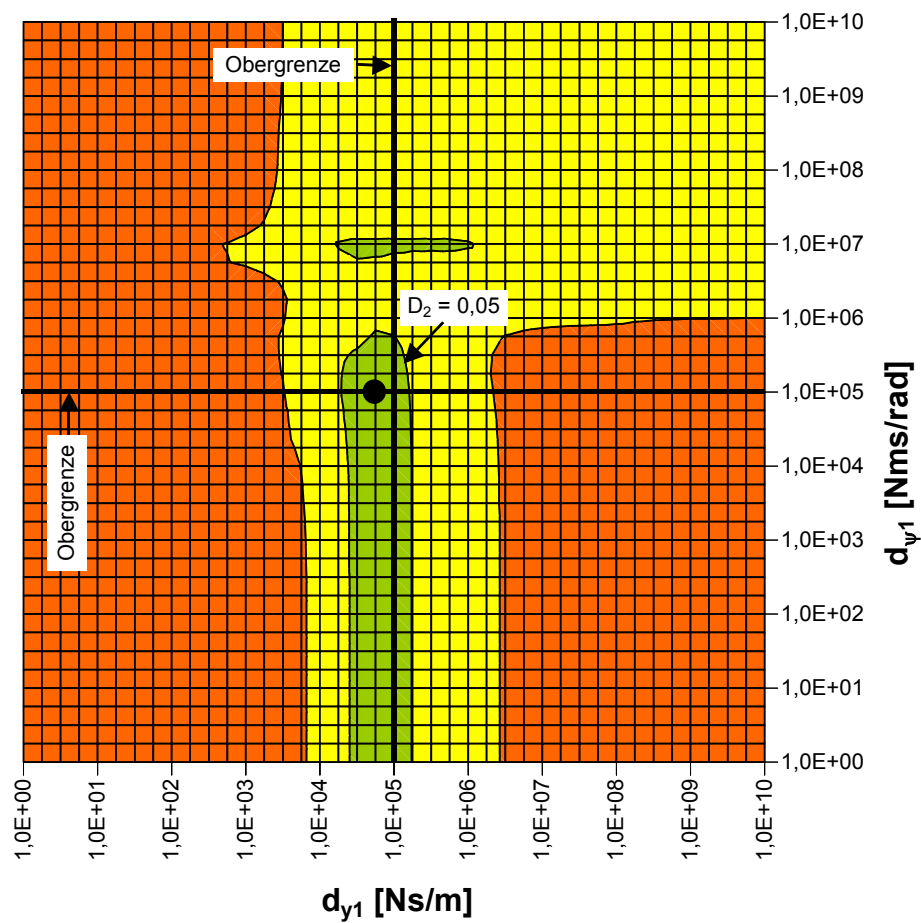
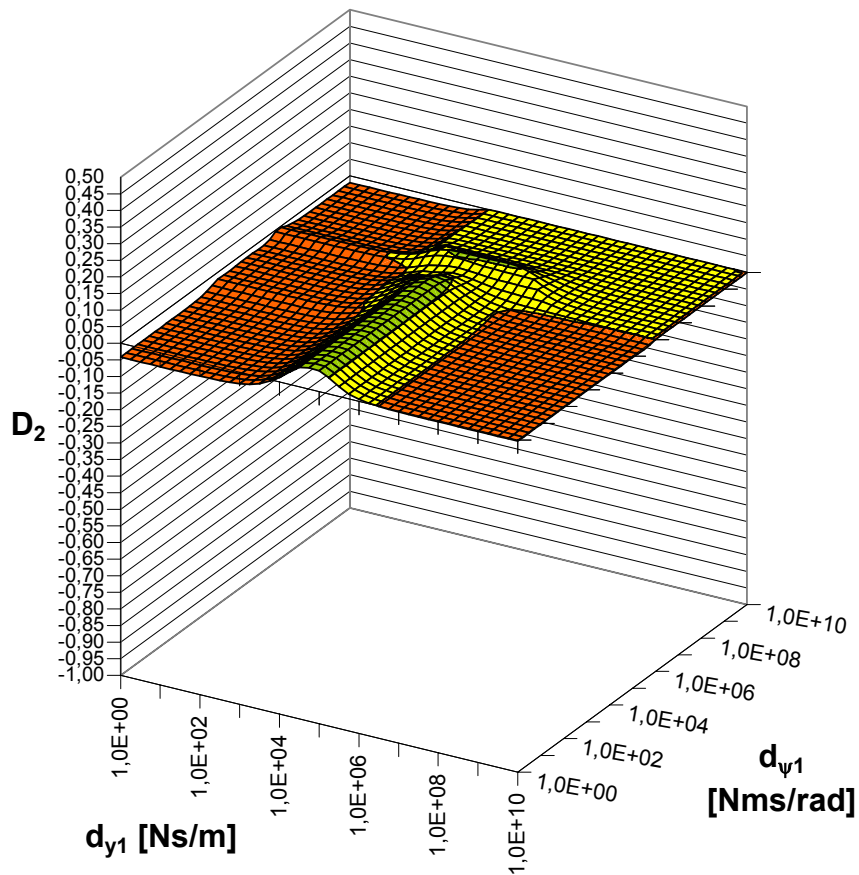


Bild A.3.1: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{y1}, c_{\psi 2})$ , Variante 1b

Bild A.3.2: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{\phi 1}, c_{\phi 2})$ , Variante 1b

Bild A.3.3: Dämpfungsmaß  $D_2(d_{y1}, d_{\psi1})$ , Variante 1b



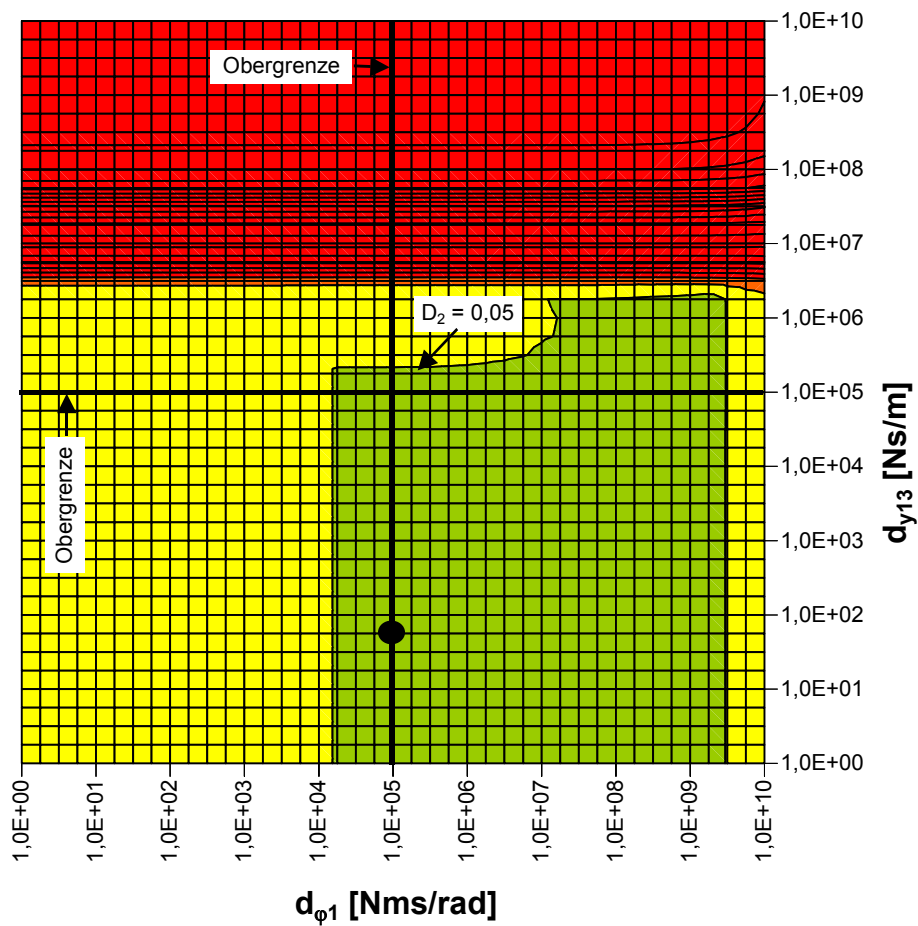
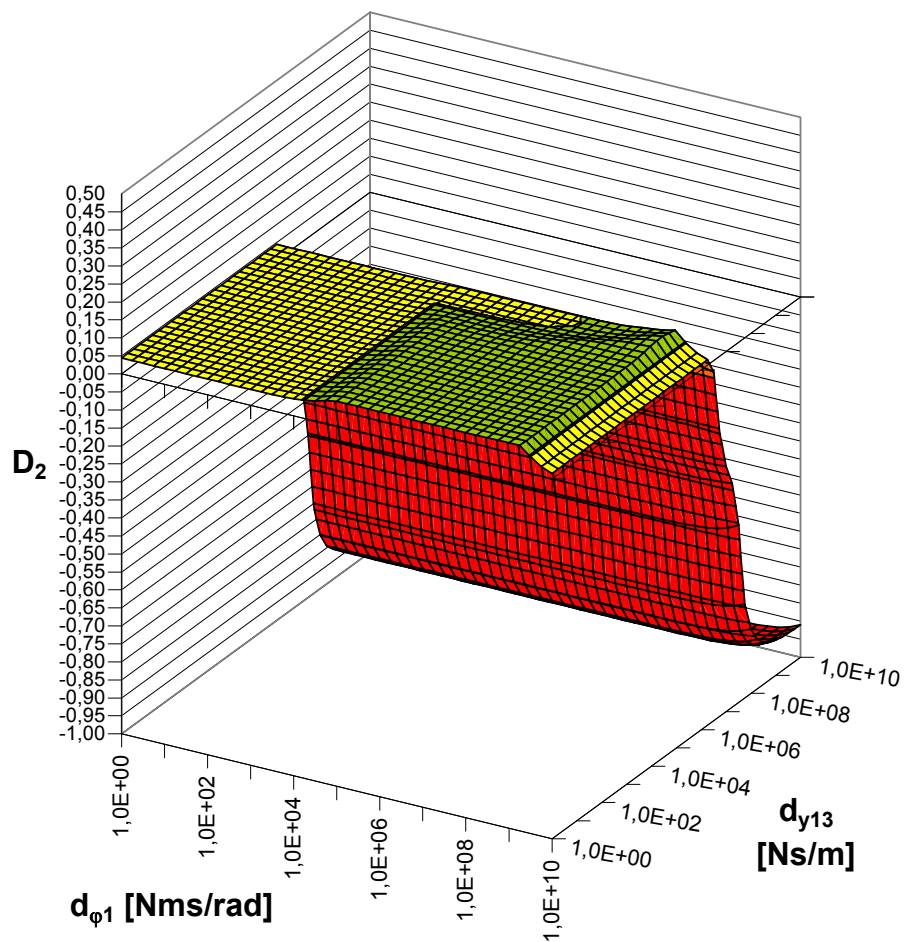
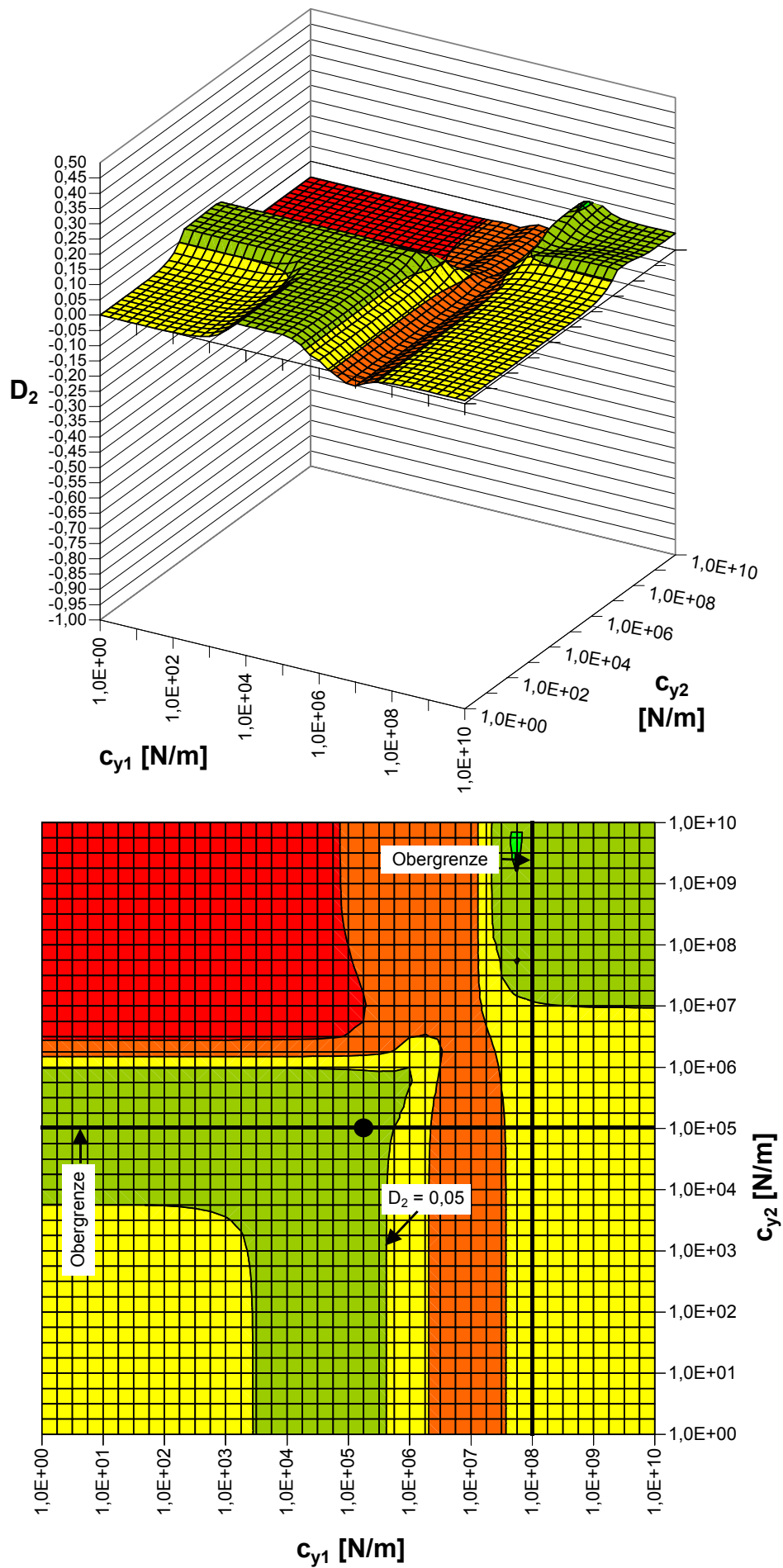


Bild A.3.4: Dämpfungsmaß  $D_2(d_{\phi 1}, d_{y13})$ , Variante 1b

Bild A.3.5: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{y1}, c_{y2})$ , Variante 2b

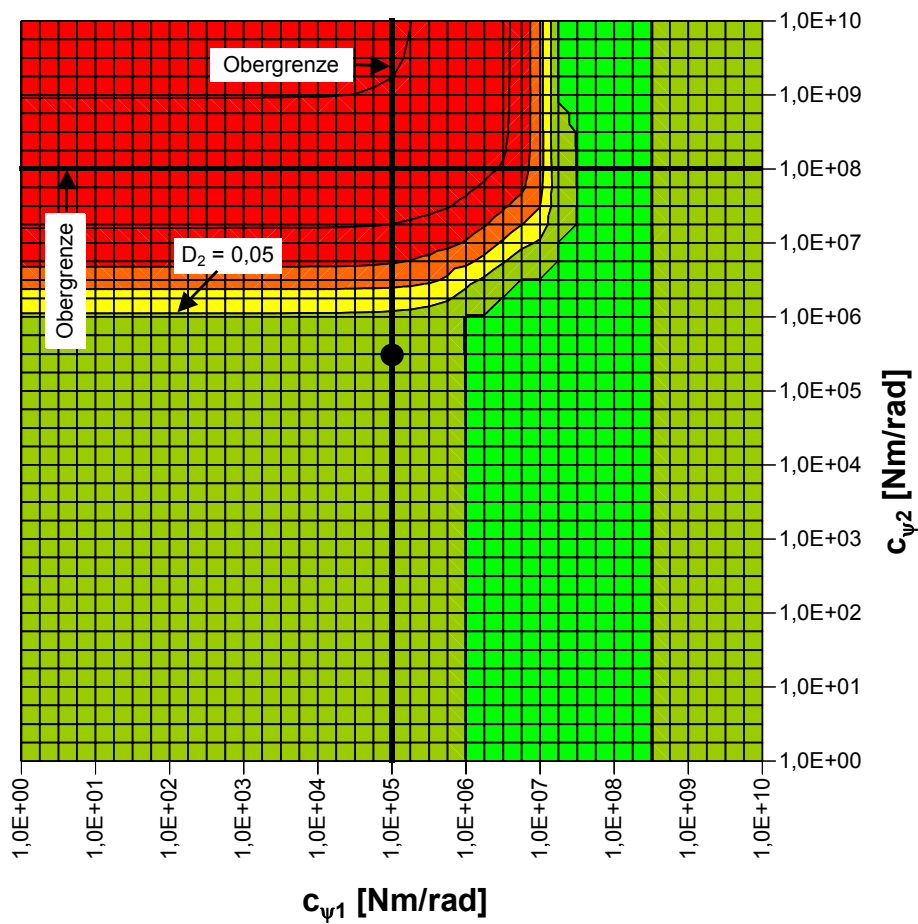
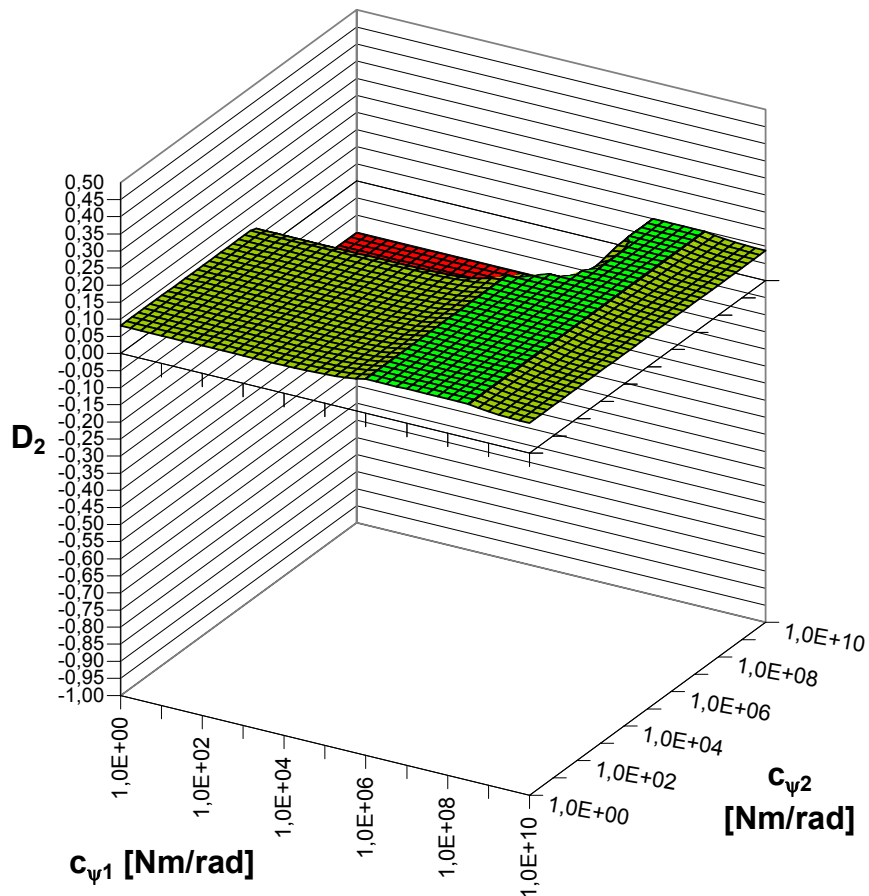
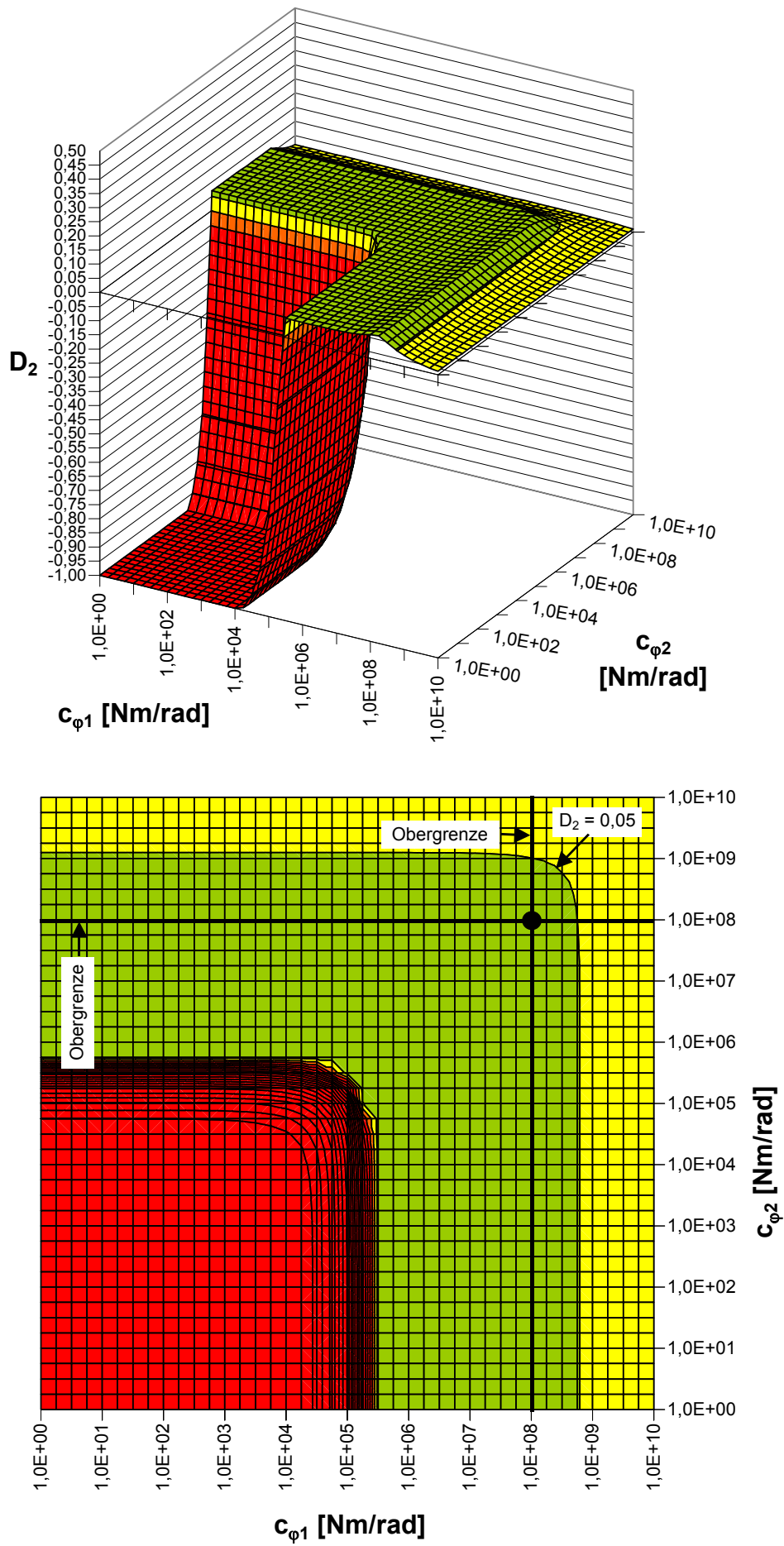


Bild A.3.6: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{\psi 1}, c_{\psi 2})$ , Variante 2b

Bild A.3.7: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{\phi 1}, c_{\phi 2})$ , Variante 2b

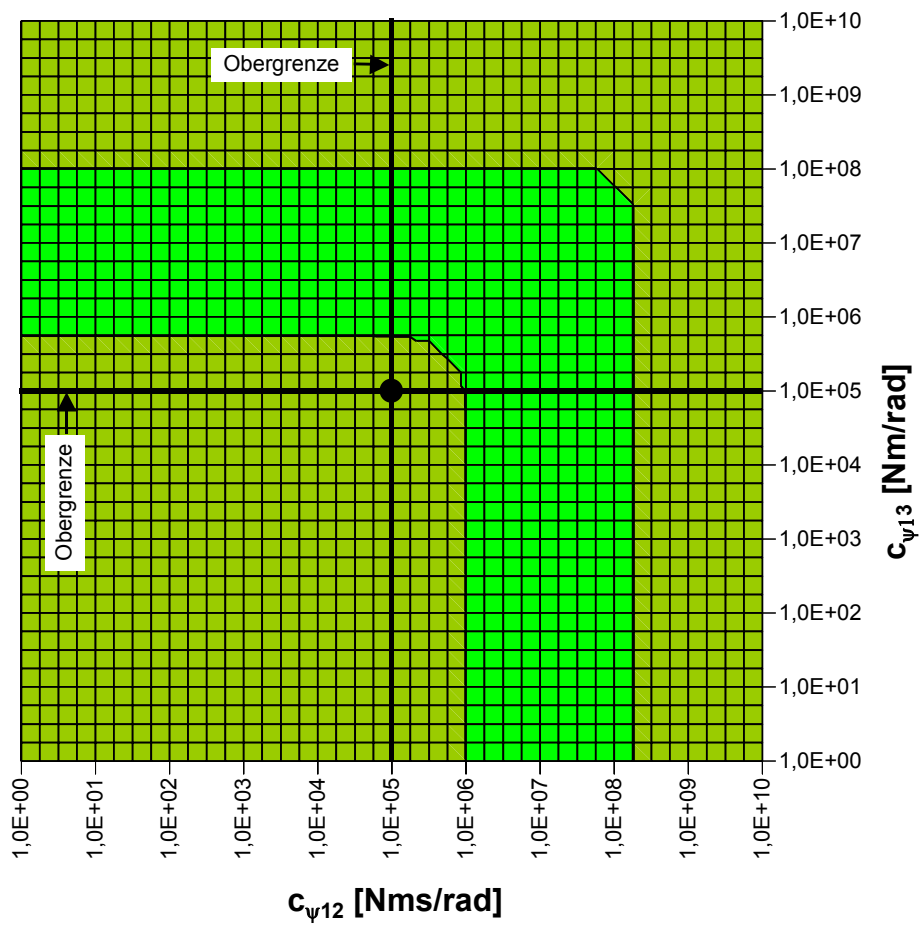
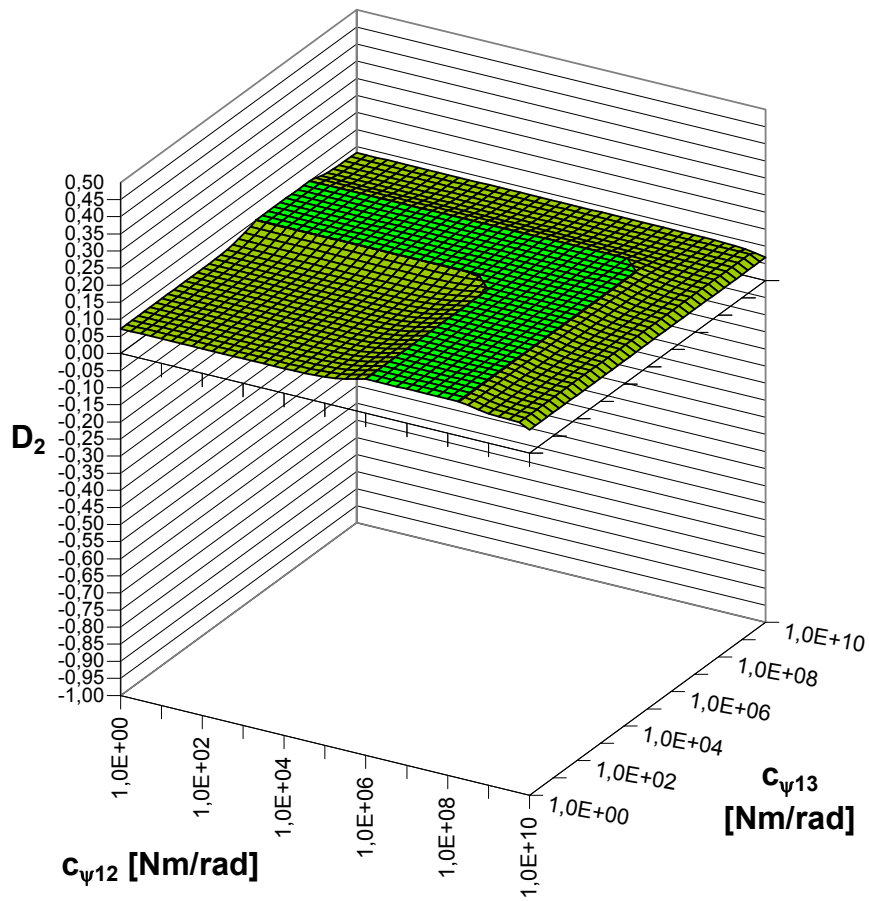
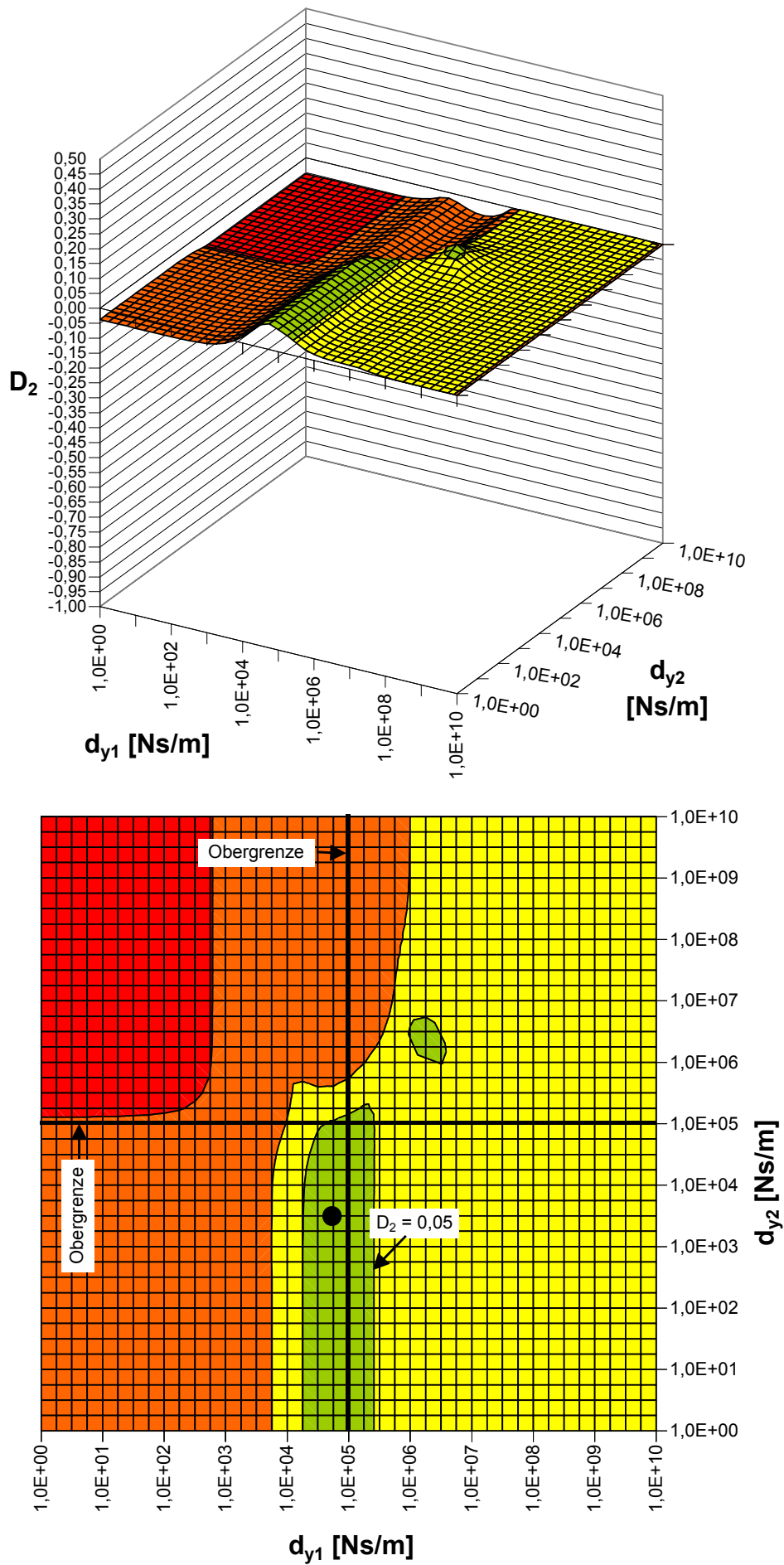


Bild A.3.8: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{\psi 12}, c_{\psi 13})$ , Variante 2b

Bild A.3.9: Dämpfungsmaß  $D_2(d_{y1}, d_{y2})$ , Variante 2b

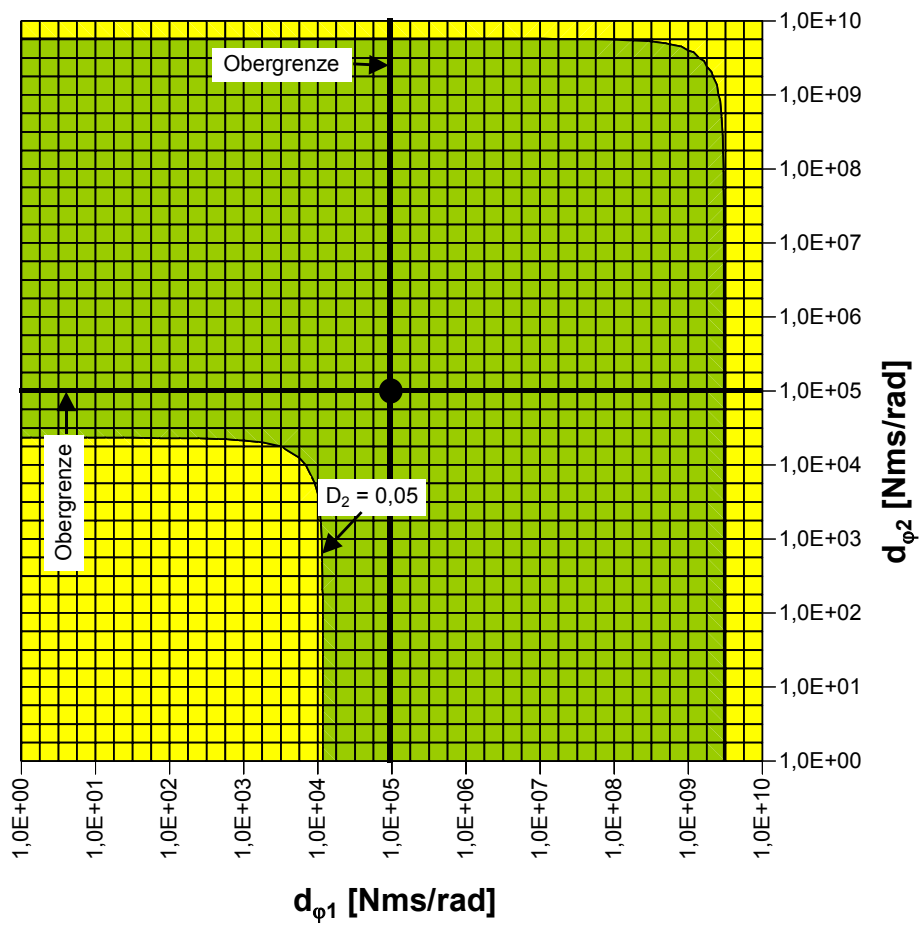
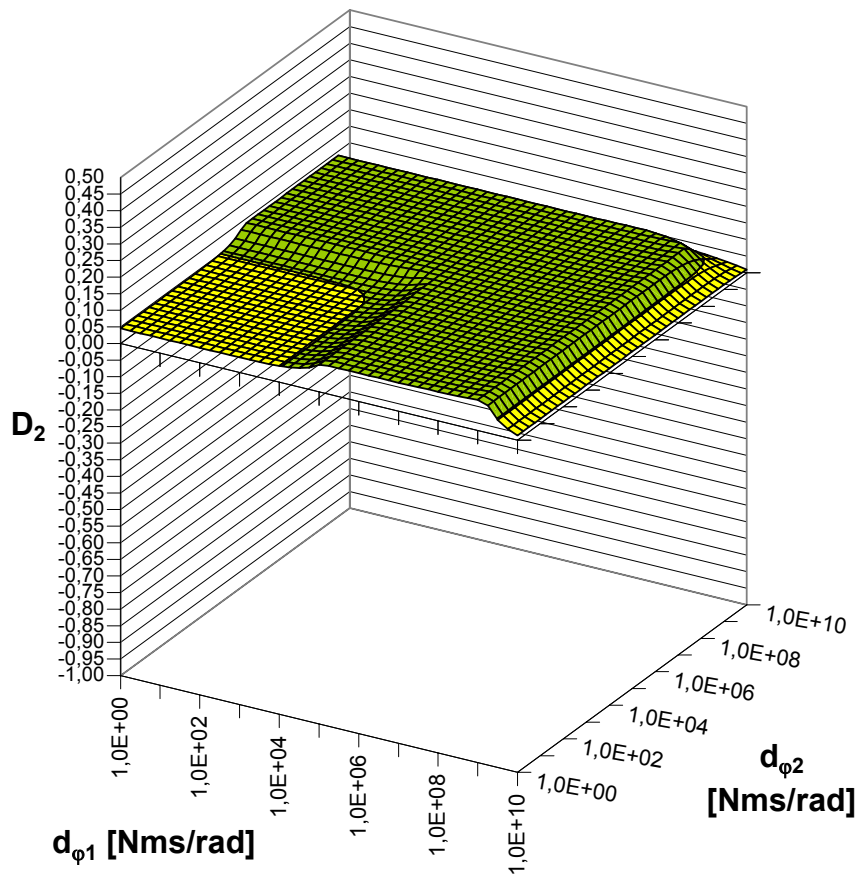
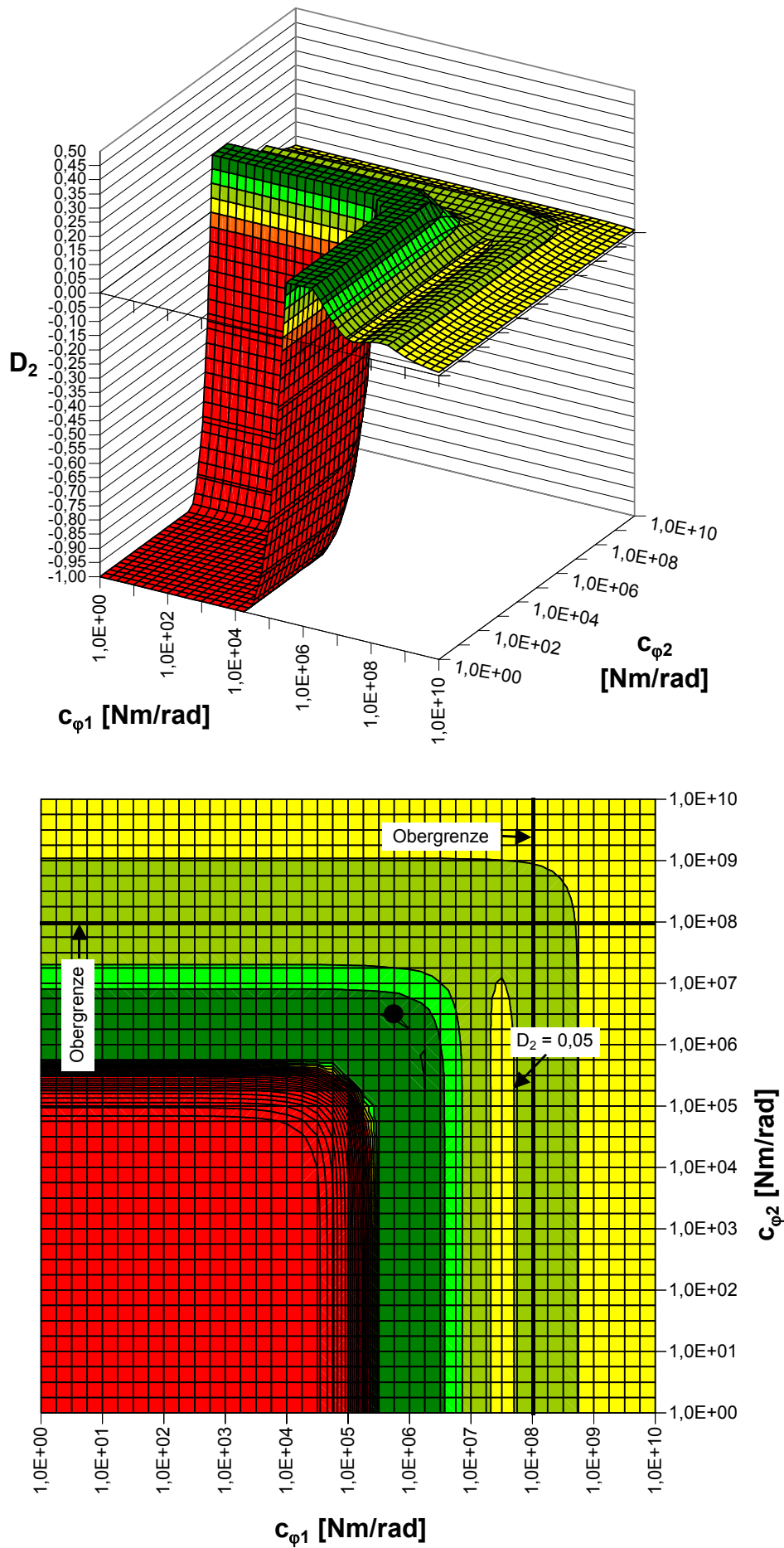


Bild A.3.10: Dämpfungsmaß  $D_2(d_{\phi 1}, d_{\phi 2})$ , Variante 2b



Bild A.3.11: Dämpfungsmaß  $D_2(c_{\phi 1}, c_{\phi 2})$ , Variante 3b



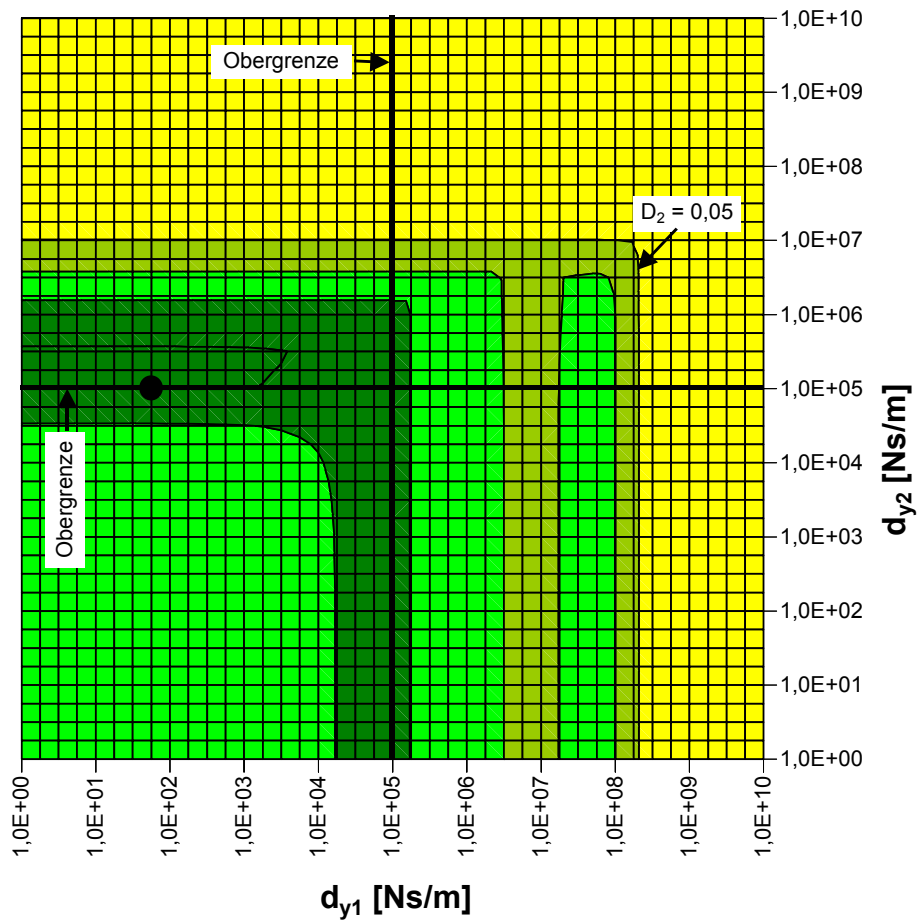
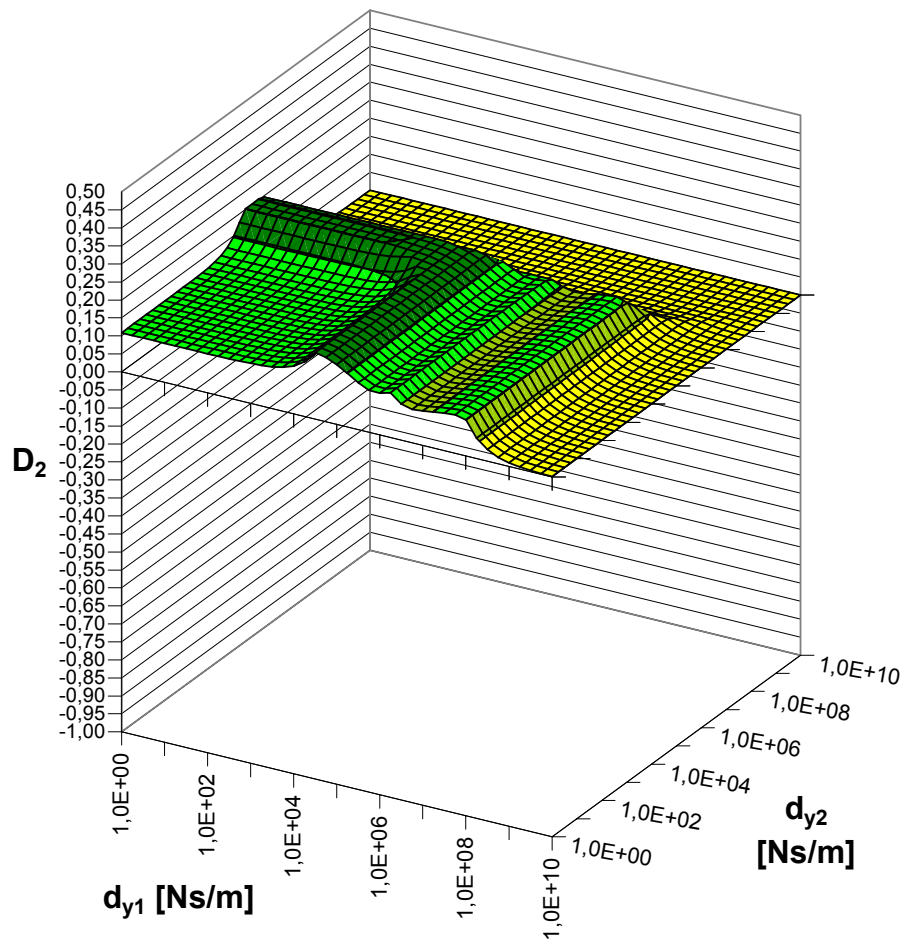


Bild A.3.12: Dämpfungsmaß  $D_2(d_{y1}, d_{y2})$ , Variante 3b

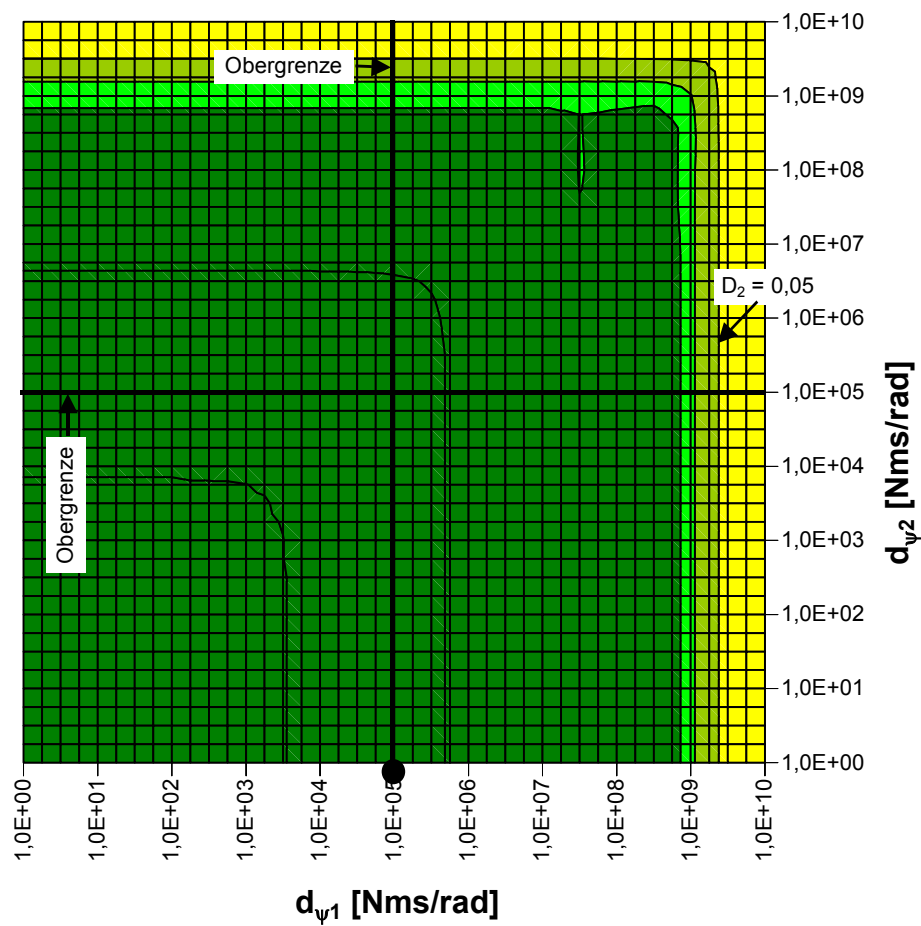
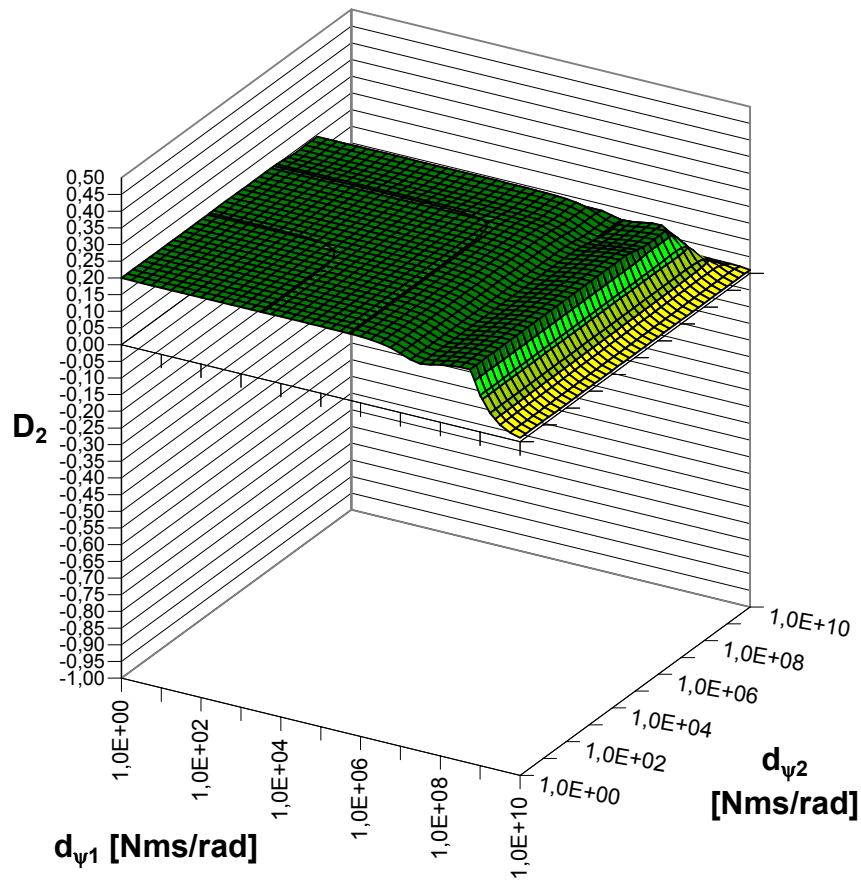


Bild A.3.13: Dämpfungsmaß  $D_2(d_{\psi 1}, d_{\psi 2})$ , Variante 3b

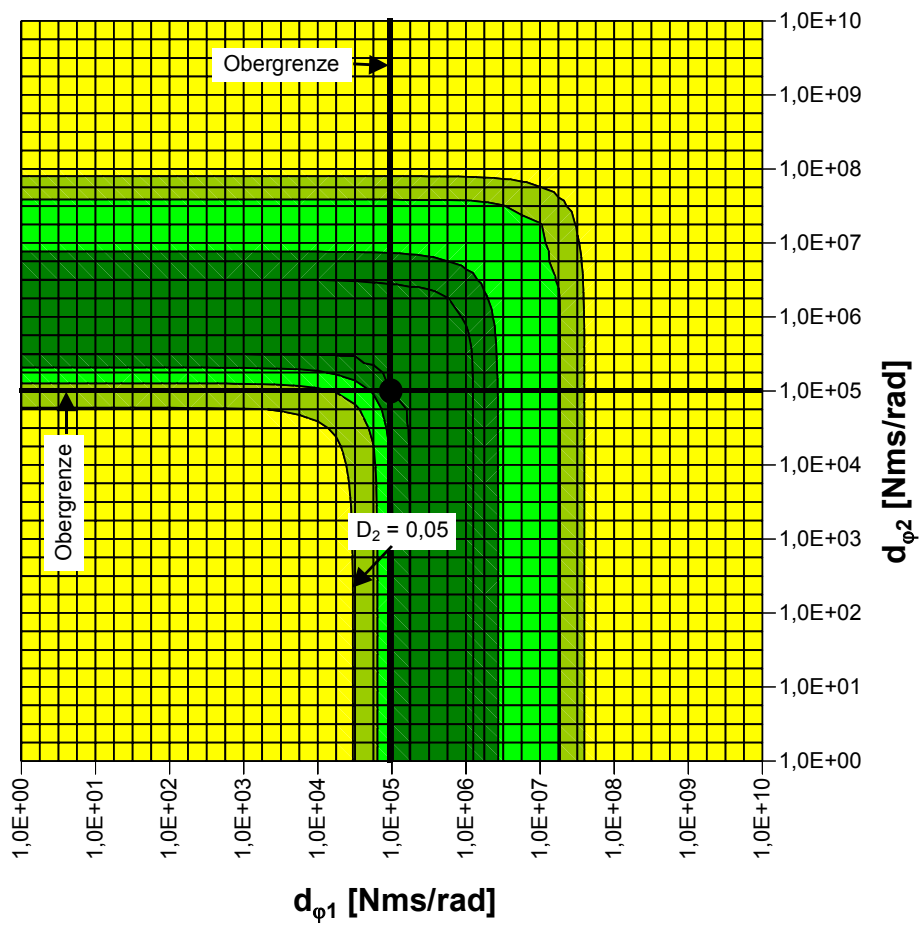
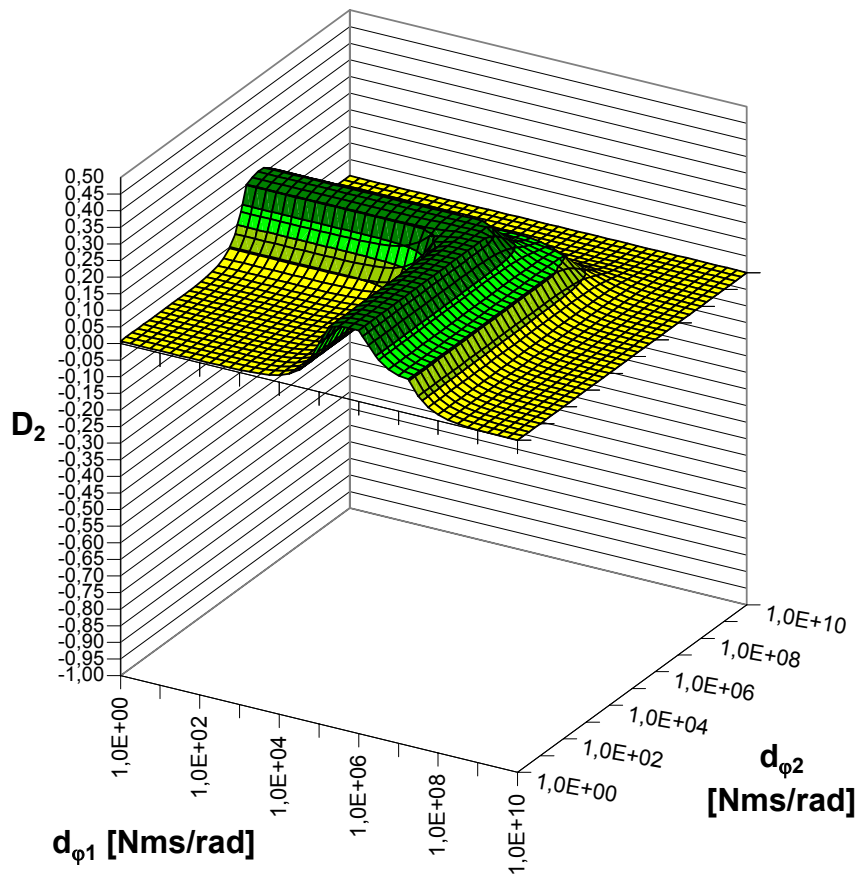


Bild A.3.14: Dämpfungsmaß  $D_2(d_{\varphi 1}, d_{\varphi 2})$ , Variante 3b

## Anhang A.4: Eigenvektoren

Alle Eigenvektoren, die zu den Eigenwerten mit der geringsten Dämpfung nach Tabelle 5.5.1 gehören, sind in diesem Anhang als Zeigerdiagramme dargestellt.

In den Legenden der Diagramme werden folgende Bezeichnungen verwendet:

y1p:	$\dot{y}_{R1}$ ,
psi1p:	$\dot{\psi}_{R1}$ ,
y2p:	$\dot{y}_{R2}$ ,
psi2p:	$\dot{\psi}_{R2}$ ,
y3p:	$\dot{y}_{R3}$ ,
psi3p:	$\dot{\psi}_{R3}$ ,
y0p:	$\dot{y}_K$ ,
phi0p:	$\dot{\phi}_K$ ,
psi0p:	$\dot{\psi}_K$ .

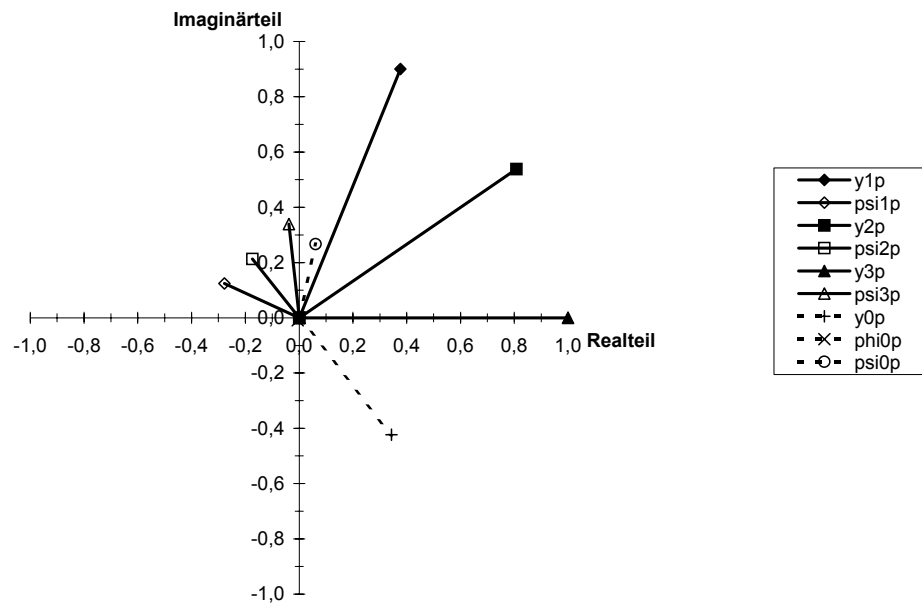


Bild A.4.1: Eigenvektor 11, Variante 1b,  $v = 80 \text{ km/h}$ ,  $\lambda = 0,05$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,070$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 1,08 \text{ Hz}$

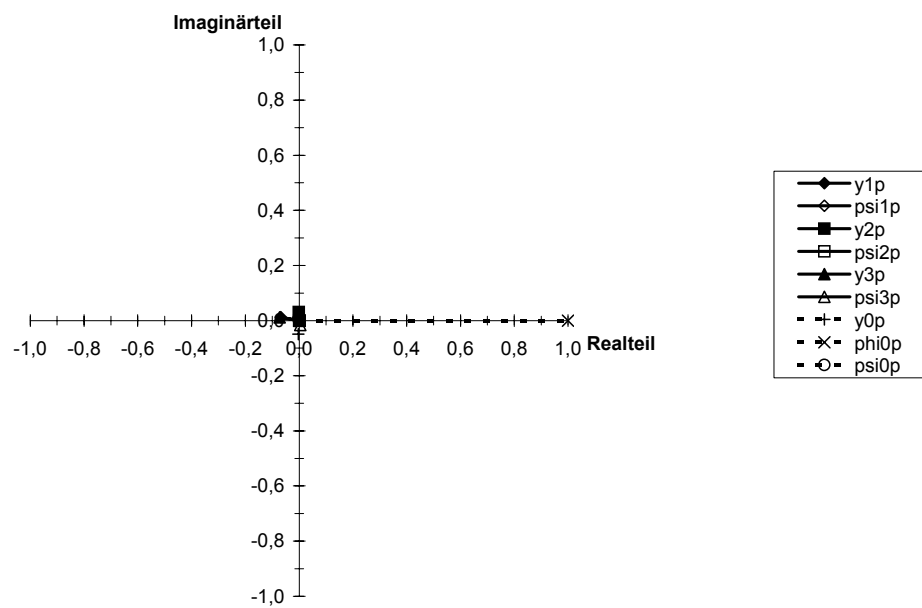


Bild A.4.2: Eigenvektor 6, Variante 1b,  $v = 80 \text{ km/h}$ ,  $\lambda = 0,05$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,081$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 17,36 \text{ Hz}$

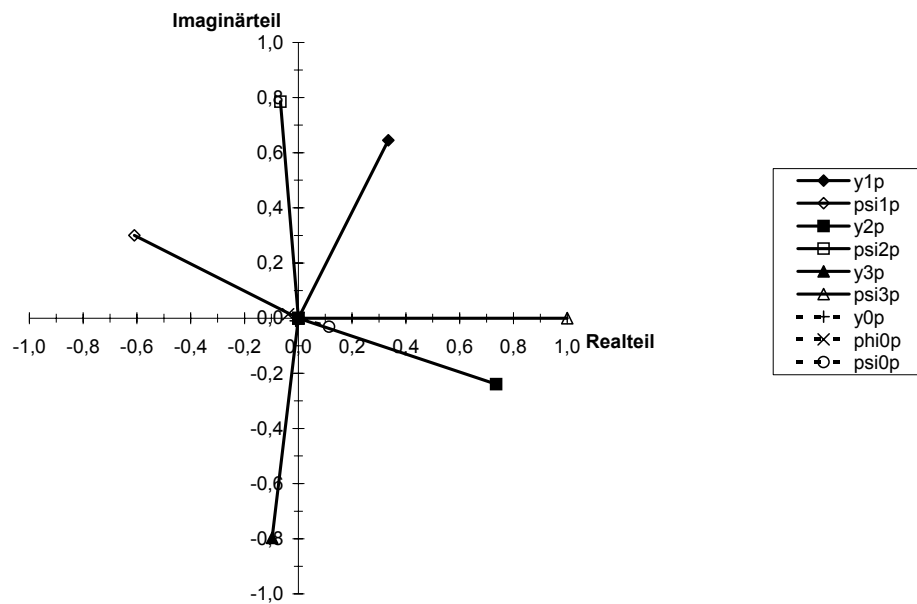


Bild A.4.3: Eigenvektor 10, Variante 1b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,5$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,070$  , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 3,61$  Hz

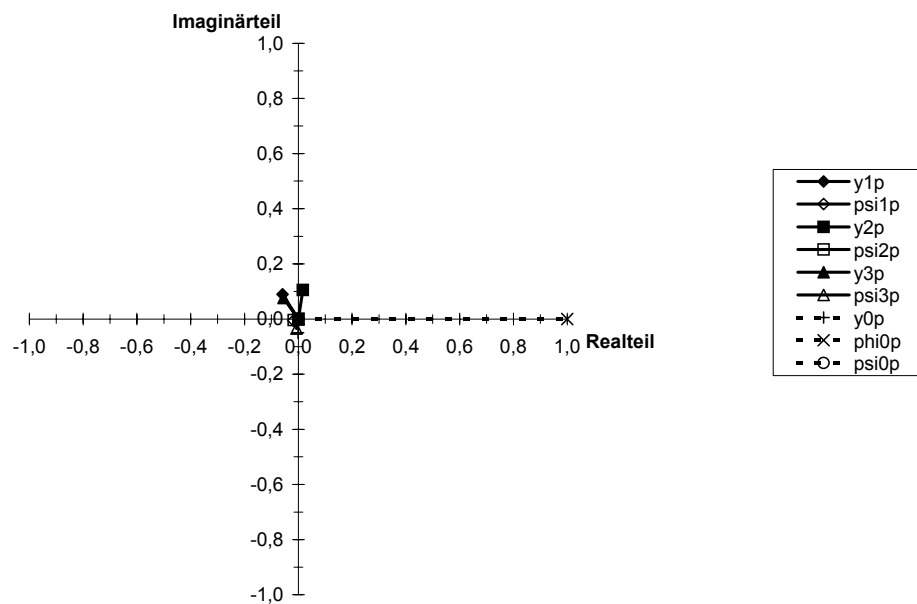


Bild A.4.4: Eigenvektor 6, Variante 1b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,5$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,086$  , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 17,29$  Hz

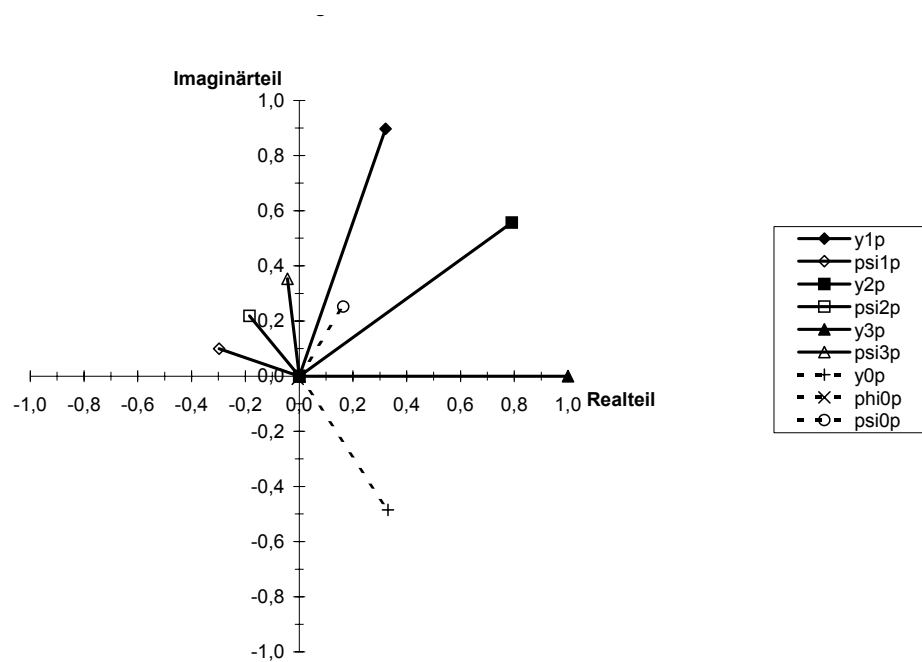


Bild A.4.5: Eigenvektor 11, Variante 2b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,05$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,087$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 1,12$  Hz

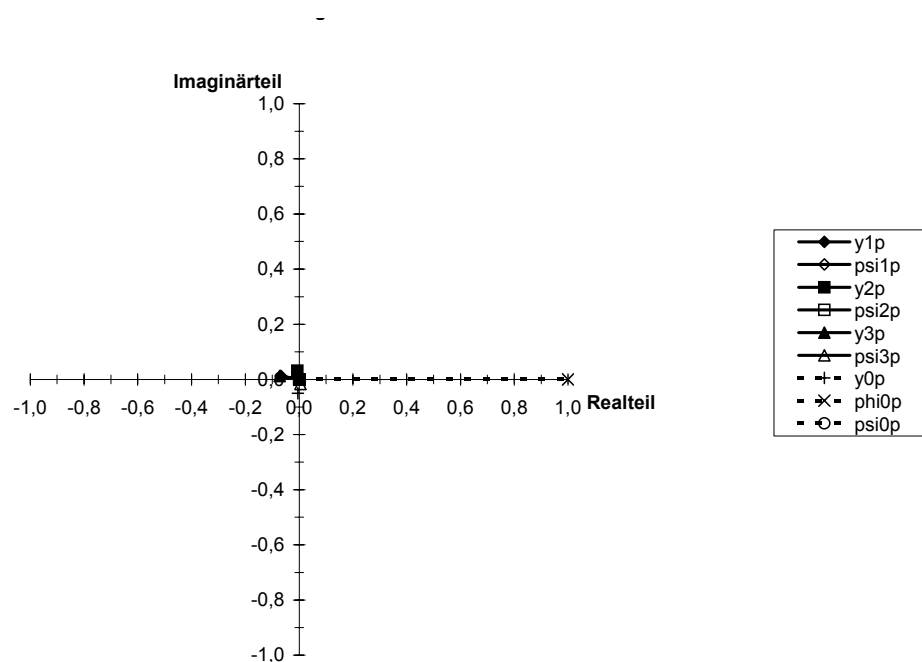


Bild A.4.6: Eigenvektor 7, Variante 2b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,05$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,100$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 17,34$  Hz

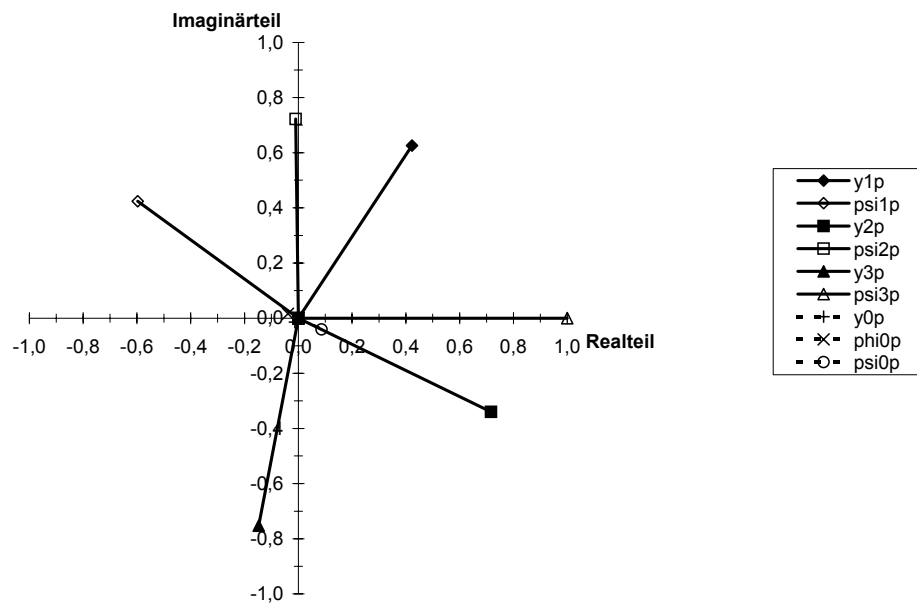


Bild A.4.7: Eigenvektor 11, Variante 2b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,5$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,087$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 3,68$  Hz

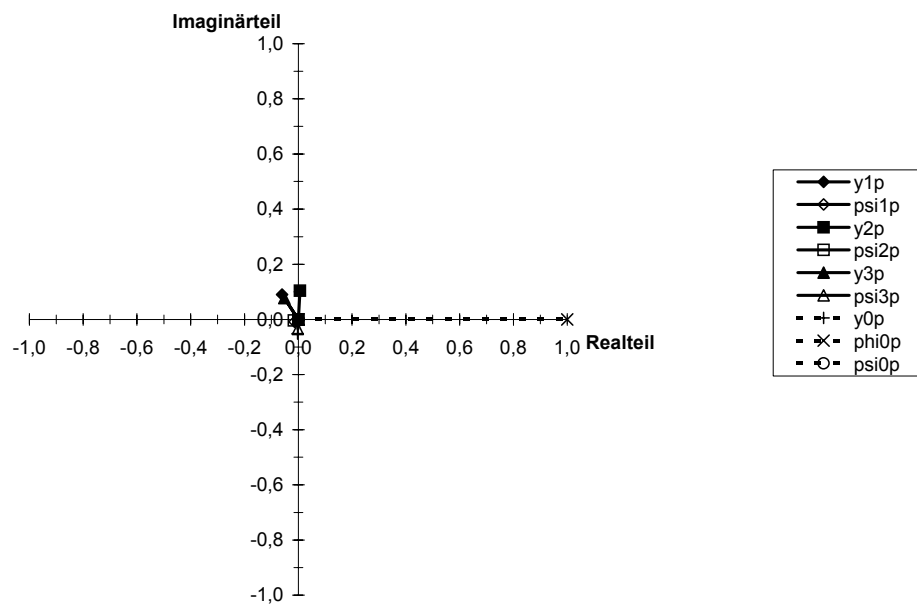


Bild A.4.8: Eigenvektor 7, Variante 2b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,5$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,106$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 17,26$  Hz



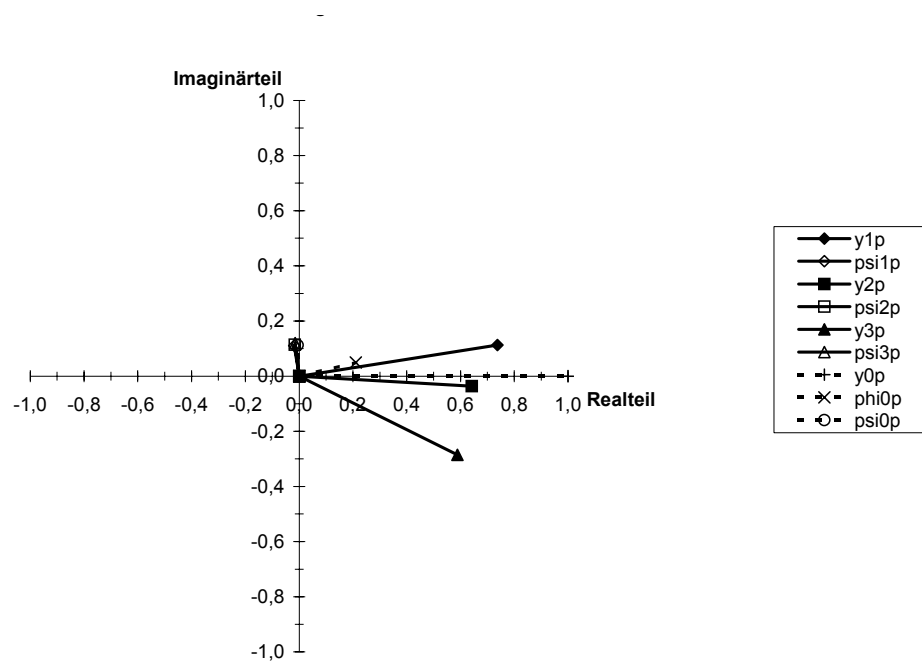


Bild A.4.9: Eigenvektor 15, Variante 3b,  $v = 80 \text{ km/h}$ ,  $\lambda = 0,05$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,259$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 0,62 \text{ Hz}$

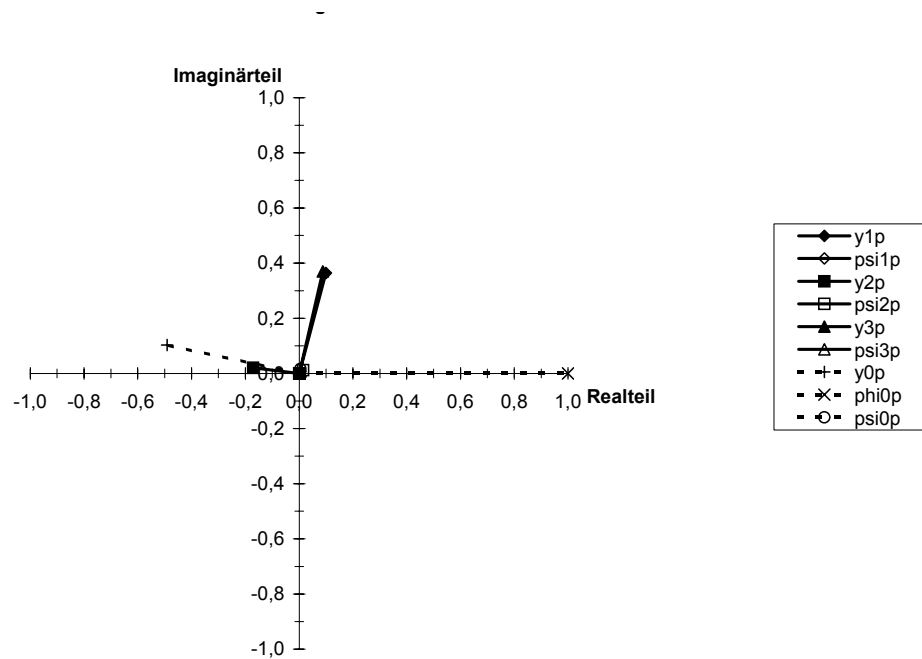


Bild A.4.10: Eigenvektor 9, Variante 3b,  $v = 80 \text{ km/h}$ ,  $\lambda = 0,05$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,277$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 8,10 \text{ Hz}$

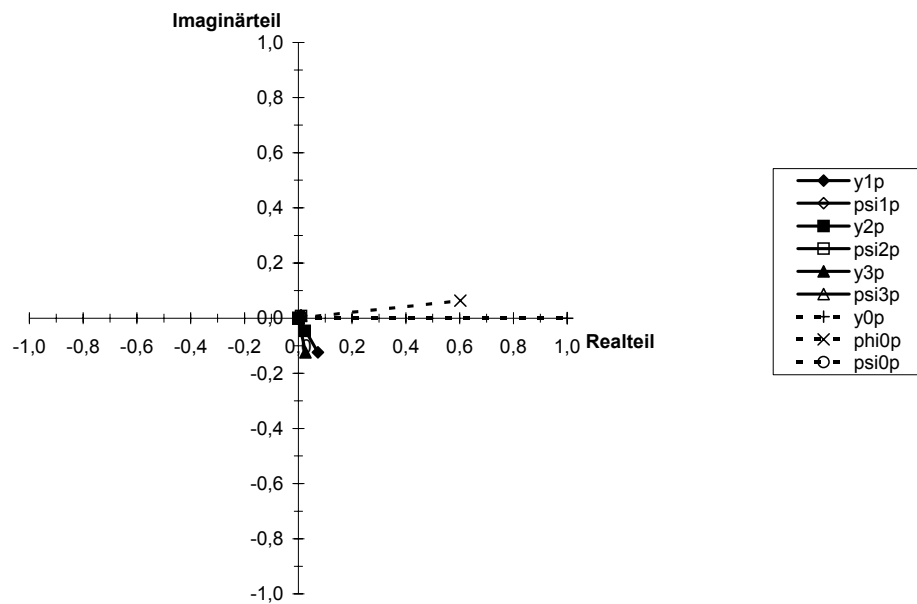


Bild A.4.11: Eigenvektor 13, Variante 3b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,05$   
Dämpfungsmaß  $D = 0,281$  , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 0,94$  Hz

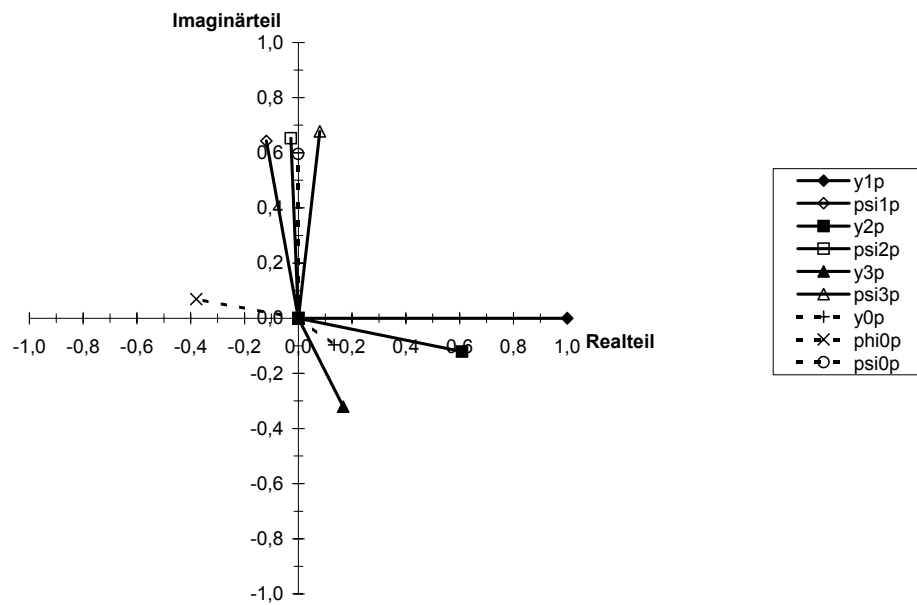


Bild A.4.12: Eigenvektor 11, Variante 3b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,5$   
Dämpfungsmaß  $D = 0,201$  , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 3,56$  Hz

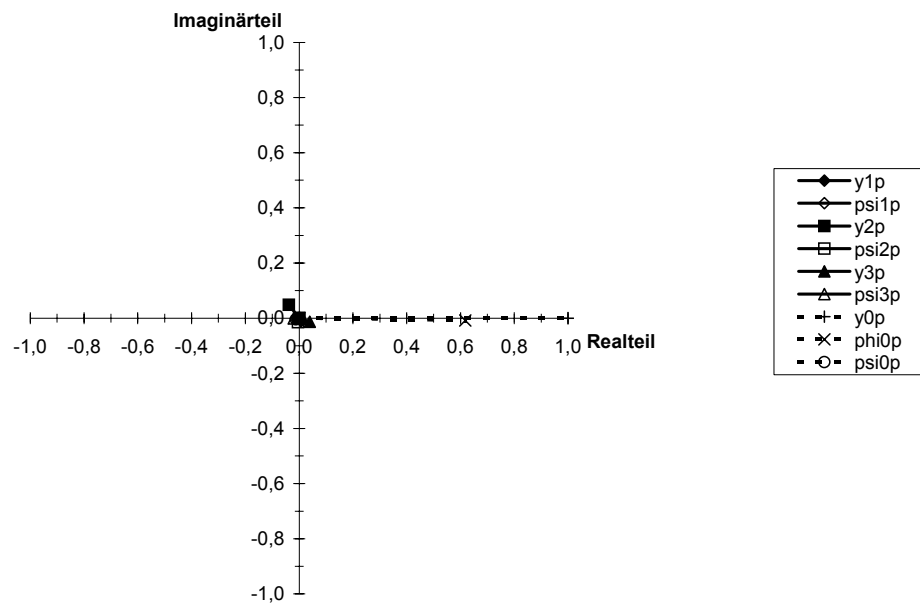


Bild A.4.13: Eigenvektor 15, Variante 3b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,5$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,244$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 0,96$  Hz

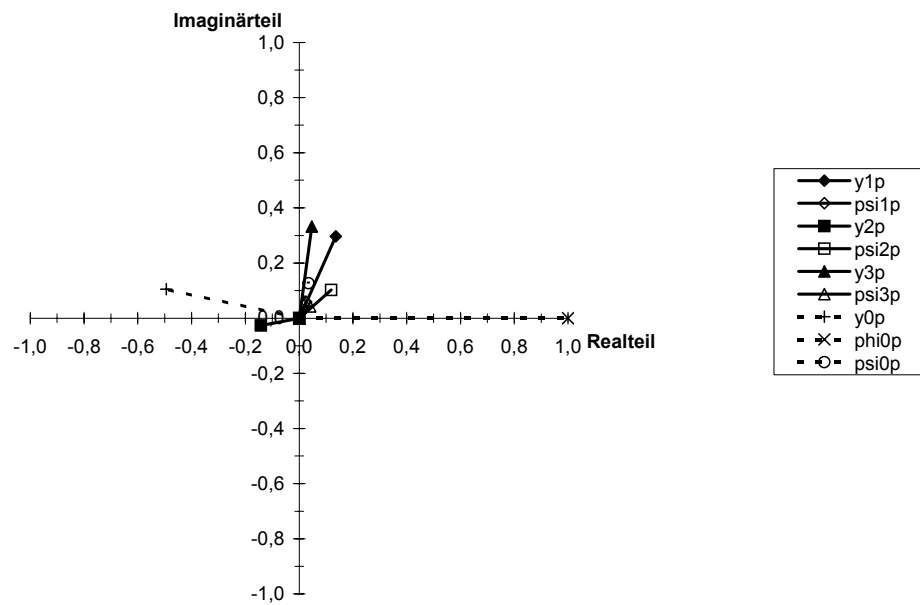


Bild A.4.14: Eigenvektor 9, Variante 3b,  $v = 80$  km/h,  $\lambda = 0,5$   
 Dämpfungsmaß  $D = 0,268$ , gedämpfte Eigenfrequenz  $f = 8,10$  Hz

## Literaturverzeichnis

- [1] Keizer, C.P.: A Theory of Multi-Wheelset Systems, Applied to Three Wheelsets. Proc. 9<sup>th</sup> IAVSD Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, Linköping, 1985.
- [2] Wickens, A.H.: Stability Optimization of Multi-Axle Railway Vehicles Possessing Perfect Steering. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 110, 1988.
- [3] Fischer, W., Hanneforth, W.: Stabilitätsuntersuchungen an Schienenfahrzeugen (3-achsiger Reisezugwagen – Rekowagen). Wissenschaftl. Zschr. d. Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ in Dresden, 26(1979) H. 3, S. 525 - 533.
- [4] Popp, K., Schiehlen, W.: Fahrzeugdynamik, Eine Einführung in die Dynamik des Systems Fahrzeug – Fahrweg. B.G. Teubner, Stuttgart, 1993.
- [5] Kortüm, W., Lugner, P.: Systemdynamik und Regelung von Fahrzeugen, Einführung und Beispiele. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1994.
- [6] Renger, A.: Theorie der Bewegung eines Radsatzes auf geradem Gleis mit stochastischen Gleisfehlern. Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Mechanik, Berlin 1981.
- [7] Renger, A.: Eine analytische Methode zur Berechnung des lateralen Schwingungsverhaltens von Schienenfahrzeugen. Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Mechanik, Berlin 1982.
- [8] Renger, A.: Laufdynamik von Schienenfahrzeugen, Beitrag zur Querdynamik von vierachsigen Schienenfahrzeugen. Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Mechanik, Berlin 1985.
- [9] Mauer, L.: Die modulare Beschreibung des Rad/Schiene-Kontaktes im linearen Mehrkörperformalismus. Dissertation, Technische Universität Berlin, 1988.
- [10] Bußmann, C.: Vergleich von Theorien zum quasistatischen Bogenlauf und ihre Verifizierung durch Versuche mit dem ICE. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 12 Nr 338, VDI Verlag, Düsseldorf, 1997.
- [11] RSGEO, Tabelle für Radsatz-Gleiselement-Substruktur. Medyna Version 8.1.1, 1997.
- [12] Magnus, K., Müller, H.H.: Grundlagen der Technischen Mechanik. B.G. Teubner, Stuttgart, 1974.
- [13] Ihme, J.: Beitrag zur Querdynamik zweiachsiger Schienenfahrzeuge im geraden Gleis. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1983.
- [14] Hanneforth, W., Fischer, W.: Stabilitätsuntersuchungen an Schienenfahrzeugen (Drehgestellreizezugwagen). Wissenschaftl. Zschr. d. Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ in Dresden, 26(1979) H. 5, S. 803 - 814.
- [15] Hanneforth, W., Fischer, W.: Laufstabilitätsuntersuchungen an Eisenbahnwagen. Die Eisenbahntechnik 29, 1981, S. 255 - 258.

- [16] Fischer, W.: Theoretische Untersuchungen zur Laufstabilität von Drehgestellen. Die Eisenbahntechnik 22, 1974, S. 352 - 354.
- [17] Hanneforth, W., Fischer, W.: Einfluss konkreter Rad-Schiene-Berührungsverhältnisse auf das Laufverhalten von Schienenfahrzeugen. Eisenbahntechnik 23, 1975, S. 409 - 412.
- [18] Wiessner, M.: Betrachtungen zur Theorie der Bewegung des Eisenbahnradsatzes im geraden Gleis, Der Bewegungsablauf unter Einwirkung von Trägheitskräften. Die Eisenbahntechnik 28, 1980, S. 188 - 191.
- [19] Meinke, P., Mielcarek, A., Buchholz, K.-H.: Entwurf des ICE-Koppelrahmendrehgestells unter Berücksichtigung des dynamischen Laufverhaltens. VDI-Berichte, 1984.
- [20] Scheffel, H.: Der Einfluss der Radsatzführung auf den Verschleiß von Eisenbahnnrädern. VDI Berichte Nr. 820, 1990, S. 59 - 70.
- [21] Scheffel, H.: Ein neues Verfahren beim Entwurf der Aufhängung (Federung) von Eisenbahnfahrzeugen. Schienen der Welt, 1974, S. 762 - 776.
- [22] Scheffel, H.: Die Schlinger-Stabilität und die Bogenläufigkeit der Eisenbahnfahrzeuge. Schienen der Welt, 1974, S. 309 - 330.
- [23] Scheffel, H.: Verbesserung des Krümmungslaufs sowie das Stabillaufs bei höheren Geschwindigkeiten durch die Entwicklung des Kreuzankerdrehgestells. Leichtbau der Verkehrsfahrzeuge, 23. Jahrgang, Heft 6, 1979, S. 133 - 147.
- [24] Scheffel, H.: Die Konstruktion der Kreuzanker-Drehgestelle der Südafrikanischen Eisenbahnen. ZEV – Glasers Annalen 110, 1986, S. 203 - 208.
- [25] Scheffel, H., Tournay, H.M.: The Mechanism of the Rotatable Lemniscate Suspension Applied to Bogies Having Selfsteering Wheelsets. 10<sup>th</sup> IAVSD Symposium, 1987.
- [26] Weeks, R.: The Design and Testing of a Bogie with a Mechanical Steering Linkage. 10<sup>th</sup> IAVSD Symposium, 1987.
- [27] Frederich, F.: Die Kopplung des schwingungsfähigen Systems Radsatz / Gleis. Leichtbau der Verkehrsfahrzeuge, 16. Jahrgang, Heft 4, 1972, S. 145 - 152.
- [28] Distelrath, V., Schaefer-Enkeler, A., Rappenglück, W.: Die Entwicklung fortschrittlicher Triebdrehgestelle mit radial einstellbaren Radsätzen. ETR 38, 1989, S. 55 - 57.
- [29] Heumann, H.: Grundzüge des Bogenlaufs von Eisenbahnfahrzeugen. Die Lokomotive, 39. Jahrgang, 1942, Nr. 1, S. 1 ff, Nr. 2, S. 20 ff.
- [30] Heumann, H.: Grundzüge der Führung der Schienenfahrzeuge. Sonderdruck aus: Elektrische Bahnen, 1950 – 1953, Verlag R. Oldenburg, München.
- [31] Kalker, J.J.: On the Rolling Contact of Two Elastic Bodies in the Presence of Dry Friction. Dissertation, TH Delft, 1967.

- [32] Vermeulen, P.J., Johnson, K.L.: Contact of Non-Spherical Elastic Bodies Transmitting Tangential Forces. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, 1964, p. 338 - 340.
- [33] Shen, Z.Y., Hedrick, J.K., Elkins, J.A. A Comparison of Alternative Creep Force Models for Railway Vehicle Dynamic Analysis. *Proceedings of the 8<sup>th</sup> IAVSD-Symposium*, Cambridge, Ma., 1984, p. 591 – 605.
- [34] Polách, O.: A Fast Wheel-Rail Forces Calculation Computer Code. *Proc. of the 16<sup>th</sup> IAVSD Symposium*, Pretoria, 1999, *Vehicle System Dynamics Supplement 33*, 1999, pp. 728 - 739.
- [35] Wickens, A.H.: Static and Dynamic Instabilities of Bogie Railway Vehicles with Linkage Steered Wheelsets. *Vehicle System Dynamics* 26, 1996, pp. 1 - 16.
- [36] Matsumoto, A., Sato, Y., Tanimoto, M., Oka, Y., Miyauchi, E.: Experimental and Theoretical Study on the Dynamic Performance of Steering Bogie in Sharp Curve. *Vehicle System Dynamics Supplement 28*, 1998, pp. 559 - 575.
- [37] Kernighan, B.W., Ritchie, D.M.: *Programmieren in C*. Verlage Carl Hanser, München, und Prentice-Hall International, London, 1990.
- [38] Engeln-Müllges, G., Reutter, F.: *Numerik-Algorithmen mit ANSI C-Programmen*. BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1993.
- [39] Riemer, M., Wauer, J., Wedig, W.: *Mathematische Methoden der Technischen Mechanik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1993.

